

Họ và tên thí sinh:.....

Mã đề thi 102

Số báo danh:.....

**Câu 1:** Biết  $\int_1^5 f(x)dx = 4$ . Giá trị của  $\int_1^5 3f(x)dx$  bằng

- A. 7.                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C. 64.                      D. 12.

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0; 2; 0)$ .                      B.  $(0; 0; 5)$ .                      C.  $(1; 0; 0)$ .                      D.  $(0; 2; 5)$ .

**Câu 3:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 4$  và độ dài đường sinh  $l = 3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $48\pi$ .                      B.  $12\pi$ .                      C.  $16\pi$ .                      D.  $24\pi$ .

**Câu 4:** Trên mặt phẳng tọa độ, biết  $M(-1; 3)$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

- A. 3.                      B. -1.                      C. -3.                      D. 1.

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 6.                      B. 9.                      C. 8.                      D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 6:** Cho hai số phức  $z_1 = 3 + 2i$  và  $z_2 = 2 - i$ . Số phức  $z_1 + z_2$  bằng

- A.  $5 - i$ .                      B.  $5 + i$ .                      C.  $-5 - i$ .                      D.  $-5 + i$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$ . Bán kính của  $(S)$  bằng

- A. 6.                      B. 18.                      C. 3.                      D. 9.

**Câu 8:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 1) = 3$  là

- A.  $x = 10$ .                      B.  $x = 8$ .                      C.  $x = 9$ .                      D.  $x = 7$ .

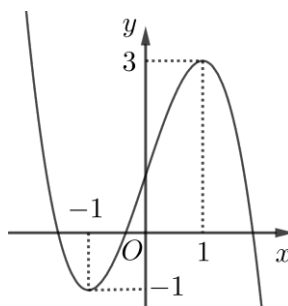
**Câu 9:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$  là

- A.  $y = 1$ .                      B.  $y = \frac{1}{5}$ .                      C.  $y = -1$ .                      D.  $y = 5$ .

**Câu 10:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{8\pi}{3}$ .                      B.  $8\pi$ .                      C.  $\frac{32\pi}{3}$ .                      D.  $32\pi$ .

**Câu 11:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 1$  là



- A. 0.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 12:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1, \log_2 b$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .      B.  $\frac{1}{2} \log_a b$ .      C.  $2 + \log_a b$ .      D.  $2 \log_a b$ .

**Câu 13:** Nghiệm của phương trình  $3^{x-2} = 9$  là

- A.  $x = -3$ .      B.  $x = 3$ .      C.  $x = 4$ .      D.  $x = -4$ .

**Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- A.  $4x^4 + C$ .      B.  $3x^2 + C$ .      C.  $x^4 + C$ .      D.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Câu 15:** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 6.      B. 12.      C. 2.      D. 3.

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 0)$  và  $C(0; 0; 4)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ .      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ .      C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$ .      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		$4$		$1$		$4$		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-3$		$2$		$-\infty$

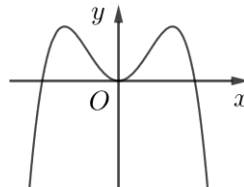
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.      B. 2.      C. -2.      D. -3.

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $u_2 = (3; 4; -1)$ .      B.  $u_1 = (2; -5; 2)$ .      C.  $u_3 = (2; 5; -2)$ .      D.  $u_3 = (3; 4; 1)$ .

**Câu 20:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      B.  $y = -x^3 + 3x$ .      C.  $y = x^4 - 2x^2$ .      D.  $y = x^3 - 3x$ .

**Câu 21:** Cho khối cầu có bán kính  $r = 4$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.  $64\pi$ .      B.  $\frac{64\pi}{3}$ .      C.  $256\pi$ .      D.  $\frac{256\pi}{3}$ .

**Câu 22:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7.                                      B. 5040.                                      C. 1.                                      D. 49.

**Câu 23:** Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 16.                                      B. 12.                                      C. 48.                                      D. 8.

**Câu 24:** Số phức liên hợp của số phức  $z = -2 + 5i$  là

- A.  $\bar{z} = 2 - 5i$ .                                      B.  $\bar{z} = 2 + 5i$ .                                      C.  $\bar{z} = -2 + 5i$ .                                      D.  $\bar{z} = -2 - 5i$ .

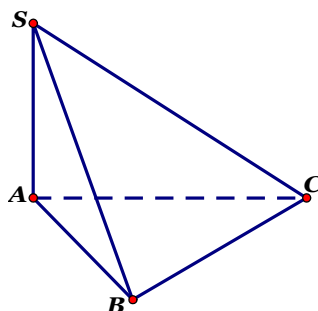
**Câu 25:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_6 x$  là

- A.  $[0; +\infty)$ .                                      B.  $(0; +\infty)$ .                                      C.  $(-\infty; 0)$ .                                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 26:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 21x$  trên đoạn  $[2; 19]$  bằng

- A. -36.                                      B.  $-14\sqrt{7}$ .                                      C.  $14\sqrt{7}$ .                                      D. -34.

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a, BC = \sqrt{3}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $60^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $30^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hàm  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-		+	0	+	

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(1; 1; -2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$ . Mặt phẳng đi

qua  $M$  và vuông góc với  $d$  có phương trình là

- A.  $x + 2y - 3z - 9 = 0$ .                                      B.  $x + y - 2z - 6 = 0$ .  
C.  $x + 2y - 3z + 9 = 0$ .                                      D.  $x + y - 2z + 6 = 0$ .

**Câu 30:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực dương thỏa mãn  $4^{\log_2(ab)} = 3a$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

- A. 3.                                      B. 6.                                      C. 2.                                      D. 12.

**Câu 31:** Cho hai số phức  $z = 2 + 2i$  và  $w = 2 + i$ . Mô đun của số phức  $zw$

- A. 40.                                      B. 8.                                      C.  $2\sqrt{2}$ .                                      D.  $2\sqrt{10}$ .

**Câu 32:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 1$  và  $y = x - 1$

- A.  $\frac{\pi}{6}$ .                                      B.  $\frac{13}{6}$ .                                      C.  $\frac{13\pi}{6}$ .                                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 33:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 5x$  là

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 34:** Biết  $F(x) = x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$  bằng

- A.  $\frac{23}{4}$ .                      B. 7.                      C. 9.                      D.  $\frac{15}{4}$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(1; 1; 1)$ ,  $C(3; 4; 0)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là

- A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$ .    B.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ .    D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ .

**Câu 36:** Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $50\pi$ .                      B.  $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$ .                      C.  $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$ .                      D.  $100\pi$ .

**Câu 37:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-23} < 9$  là

- A.  $(-5; 5)$ .                      B.  $(-\infty; 5)$ .                      C.  $(5; +\infty)$ .                      D.  $(0; 5)$ .

**Câu 38:** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 - 6z + 13 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $1 - z_0$  là

- A.  $M(-2; 2)$ .                      B.  $Q(4; -2)$ .                      C.  $N(4; 2)$ .                      D.  $P(-2; -2)$ .

**Câu 39:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+5}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -8)$  là

- A.  $(5; +\infty)$ .                      B.  $(5; 8]$ .                      C.  $[5; 8)$ .                      D.  $(5; 8)$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $4a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $52\pi a^2$ .                      B.  $\frac{172\pi a^2}{3}$ .                      C.  $\frac{76\pi a^2}{9}$ .                      D.  $\frac{76\pi a^2}{3}$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $g(x) = (x+1)f'(x)$  là

- A.  $\frac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ .    B.  $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ .    C.  $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .    D.  $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .

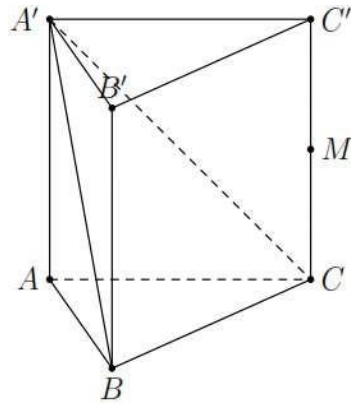
**Câu 42:** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

- A. 2043.                      B. 2025.                      C. 2024.                      D. 2042.

**Câu 43:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$  và  $O$  là tâm của đáy. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $O$  qua trọng tâm của các tam giác  $SAB, SBC, SCD, SDA$  và  $S'$  là điểm đối xứng với  $S$  qua  $O$ . Thể tích của khối chóp  $S'.MNPQ$  bằng

- A.  $\frac{40\sqrt{10}a^3}{81}$ .                      B.  $\frac{10\sqrt{10}a^3}{81}$ .                      C.  $\frac{20\sqrt{10}a^3}{81}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{10}a^3}{9}$ .

**Câu 44:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC'$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng



A.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

B.  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$ .

D.  $\frac{\sqrt{57}a}{19}$ .

**Câu 45:** Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$3$	$-1$	$3$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = x^2 [f(x-1)]^4$  là

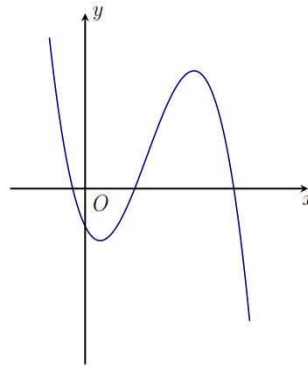
A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 9.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số  $a, b, c, d$ ?



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Câu 47:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A.  $\frac{17}{42}$ .

B.  $\frac{41}{126}$ .

C.  $\frac{31}{126}$ .

D.  $\frac{5}{21}$ .

**Câu 48:** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn

$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$  bằng

A.  $\frac{65}{8}$ .

B.  $\frac{33}{4}$ .

C.  $\frac{49}{8}$ .

D.  $\frac{57}{8}$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  sao cho ứng với mỗi  $x$  có không quá 242 số nguyên  $y$  thỏa mãn

$$\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y) ?$$

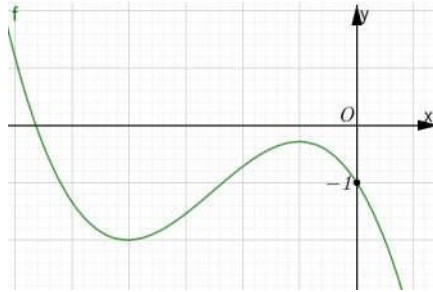
**A.** 55.

**B.** 28.

**C.** 29.

**D.** 56.

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$  là

**A.** 6.

**B.** 4.

**C.** 5.

**D.** 8.



**Câu 8:** Nghiệm của phương trình  $\log_2 (x-1) = 3$  là

A.  $x = 10$ .

B.  $x = 8$ .

C.  $x = 9$ .

D.  $x = 7$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2 (x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

**Câu 9:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x+1}{x-1}$  là

A.  $y = 1$ .

B.  $y = \frac{1}{5}$ .

C.  $y = -1$ .

D.  $y = 5$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

**Câu 10:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A.  $\frac{8\pi}{3}$ .

B.  $8\pi$ .

C.  $\frac{32\pi}{3}$ .

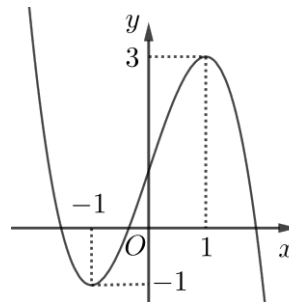
D.  $32\pi$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích của khối nón đã cho là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = \frac{32\pi}{3}.$$

**Câu 11:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 1$  là



A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình  $f(x) = 1$  có 3 nghiệm.

**Câu 12:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_a b$  bằng

A.  $\frac{1}{2} + \log_a b$ .

B.  $\frac{1}{2} \log_a b$ .

C.  $2 + \log_a b$ .

D.  $2 \log_a b$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_a^2 b = \frac{1}{2} \log_a b.$$

**Câu 13:** Nghiệm của phương trình  $3^{x-2} = 9$  là

A.  $x = -3$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 4$ .

D.  $x = -4$ .



**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$ .

**Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

A.  $4x^4 + C$ .

B.  $3x^2 + C$ .

C.  $x^4 + C$ .

D.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ .

**Câu 15:** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích khối chóp đã cho là  $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 2$ .

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$  và  $C(0;0;4)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là

A.  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ .

B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ .

C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$ .

D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 1$	$\nearrow 4$	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(1; +\infty)$ .

B.  $(-1; 1)$ .

C.  $(0; 1)$ .

D.  $(-1; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -3$	$\nearrow 2$	$\searrow$	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là  $y_{CD} = 2$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$ . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

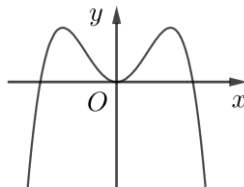
- A.  $u_1 = (3; 4; -1)$ .      B.  $u_2 = (2; -5; 2)$ .      C.  $u_3 = (2; 5; -2)$ .      D.  $u_4 = (3; 4; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$  có một vector chỉ phương là  $u = (3; 4; -1)$ .

**Câu 20:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      B.  $y = -x^3 + 3x$ .      C.  $y = x^4 - 2x^2$ .      D.  $y = x^3 - 3x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường cong trong hình là đồ thị hàm trùng phương  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có hệ số  $a < 0$ .

**Câu 21:** Cho khối cầu có bán kính  $r = 4$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.  $64\pi$ .      B.  $\frac{64\pi}{3}$ .      C.  $256\pi$ .      D.  $\frac{256\pi}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Thể tích của khối cầu đã cho bằng  $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$ .

**Câu 22:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7.      B. 5040.      C. 1.      D. 49.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xếp 7 học sinh thành một hàng dọc có  $7! = 5040$  cách.

**Câu 23:** Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 16.      B. 12.      C. 48.      D. 8.

**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích của khối hộp đã cho bằng  $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$ .

**Câu 24:** Số phức liên hợp của số phức  $z = -2 + 5i$  là

- A.  $\bar{z} = 2 - 5i$ .      B.  $\bar{z} = 2 + 5i$ .      C.  $\bar{z} = -2 + 5i$ .      D.  $\bar{z} = -2 - 5i$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Số phức liên hợp của số phức  $z = -2 + 5i$  là  $\bar{z} = -2 - 5i$ .

**Câu 25:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_6 x$  là

- A.  $[0; +\infty)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 0)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện:  $x > 0$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (0; +\infty)$ .

**Câu 26:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 21x$  trên đoạn  $[2; 19]$  bằng

A. -36.

B.  $-14\sqrt{7}$ .

C.  $14\sqrt{7}$ .

D. -34.

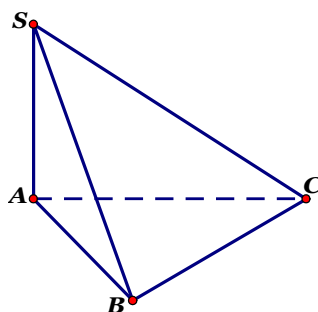
Lời giải

Chọn B

Trên đoạn  $[2;19]$ , ta có:  $y' = 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \notin [2;19] \\ x = \sqrt{7} \in [2;19] \end{cases}$ .

Ta có:  $y(2) = -34$ ;  $y(\sqrt{7}) = -14\sqrt{7}$ ;  $y(19) = 6460$ . Vậy  $m = -14\sqrt{7}$ .

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 3a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\angle SC; \text{đáy} = \angle SCA$

$$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{\sqrt{(3a)^2 + (\sqrt{3}a)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle SCA = 30^\circ.$$

Vậy  $\angle SC; \text{đáy} = 30^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hàm  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu 2 lần từ  $(-)$  sang  $(+)$  khi qua các điểm  $x = -1$ ;  $x = 1$  nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(1;1;-2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$ . Mặt phẳng đi

qua  $M$  và vuông góc với  $d$  có phương trình là

A.  $x + 2y - 3z - 9 = 0$ .

B.  $x + y - 2z - 6 = 0$ .

C.  $x + 2y - 3z + 9 = 0$ .

D.  $x + y - 2z + 6 = 0$ .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua  $M(1;1;-2)$  và vuông góc với  $d$  nhận véc tơ  $n(1;2;-3)$  làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình:  $x - 1 + 2(y - 1) - 3(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 9 = 0$

**Câu 30:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực dương thỏa mãn  $4^{\log_2(ab)} = 3a$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

**A. 3.**

**B. 6.**

**C. 2.**

**D. 12.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết ta có :  $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

**Câu 31:** Cho hai số phức  $z = 2 + 2i$  và  $w = 2 + i$ . Mô đun của số phức  $z\bar{w}$

**A. 40.**

**B. 8.**

**C.  $2\sqrt{2}$ .**

**D.  $2\sqrt{10}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$|z\bar{w}| = |(2 + 2i)(2 - i)| = |6 + 2i| = 2\sqrt{10}$$

**Câu 32:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 1$  và  $y = x - 1$

**A.  $\frac{\pi}{6}$ .**

**B.  $\frac{13}{6}$ .**

**C.  $\frac{13\pi}{6}$ .**

**D.  $\frac{1}{6}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là:  $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là  $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$ .

**Câu 33:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 5x$  là

**A. 2.**

**B. 3.**

**C. 1.**

**D. 0.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - x^2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 5x$  chính là số nghiệm thực của phương trình  $x^3 - x^2 = x^2 - 5x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x + 5) = 0$ .

**Câu 34:** Biết  $F(x) = x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$  bằng

**A.  $\frac{23}{4}$ .**

**B. 7.**

**C. 9.**

**D.  $\frac{15}{4}$ .**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \int_1^2 (2 + f(x)) dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2x \Big|_1^2 + F(x) \Big|_1^2 = 2x \Big|_1^2 + x^3 \Big|_1^2 = 9$$

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 3), B(1; 1; 1), C(3; 4; 0)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là

**A.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$ .** **B.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$ .**

**C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ .** **D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ .**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $BC = (2; 3; -1)$ , đường thẳng song song nên có vec tơ chỉ phương cùng phương với

$$BC = (2; 3; -1).$$

Do vậy đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$$

**Câu 36:** Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.**  $50\pi$ .

**B.**  $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$ .

**C.**  $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$ .

**D.**  $100\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có độ dài đường sinh là  $l = \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 10$ .

Diện tích xung quanh  $S_{xq} = \pi rl = 50\pi$ .

**Câu 37:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-23} < 9$  là

**A.**  $(-5; 5)$ .

**B.**  $(-\infty; 5)$ .

**C.**  $(5; +\infty)$ .

**D.**  $(0; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$ .

Vậy nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-23} < 9$  là  $(-5; 5)$ .

**Câu 38:** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 - 6z + 13 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $1 - z_0$  là

**A.**  $M(-2; 2)$ .

**B.**  $Q(4; -2)$ .

**C.**  $N(4; 2)$ .

**D.**  $P(-2; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \text{ (TM)} \\ z = 3 - 2i \text{ (Đ)} \end{cases}$ .

Suy ra  $1 - z_0 = 1 - (3 + 2i) = -2 - 2i$ . Điểm biểu diễn số phức  $1 - z_0$  là  $P(-2; -2)$ .

**Câu 39:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{x+5}{x+m}$  đồng biến trên khoảng

$(-\infty; -8)$  là

**A.**  $(5; +\infty)$ .

**B.**  $(5; 8]$ .

**C.**  $[5; 8)$ .

**D.**  $(5; 8)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện  $x \neq -m$ .

Ta có  $y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$

Để hàm số  $y = \frac{x+5}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -8)$  thì

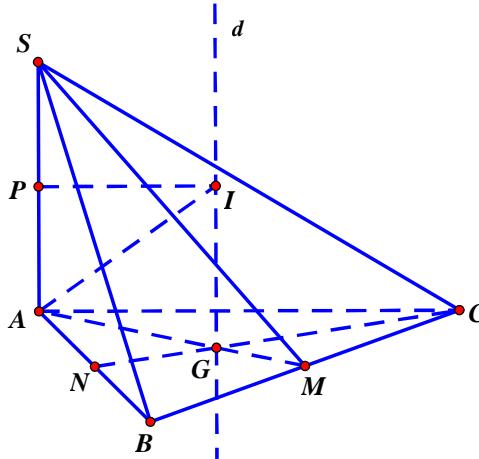
$$\begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (-\infty; -8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Rightarrow 5 < m \leq 8.$$

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $4a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $52\pi a^2$ .      B.  $\frac{172\pi a^2}{3}$ .      C.  $\frac{76\pi a^2}{9}$ .      D.  $\frac{76\pi a^2}{3}$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AB, SA$

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Qua  $G$  ta dựng đường thẳng  $d$  vuông góc mặt đáy.

Kẻ đường trung trực  $SA$  cắt đường thẳng  $d$  tại  $I$ , khi đó  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABC$ .

Ta có  $((SBC), (ABC)) = SMA = 30^\circ$ ,

$$\Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2a \Rightarrow AP = \frac{SA}{2} = a$$

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow PI = AG = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác  $API$  vuông tại  $P$  có  $AI = \sqrt{AP^2 + PI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{3}$ .

Bán kính  $R = AI = \frac{a\sqrt{57}}{3}$ .

Diện tích mặt cầu  $S = 4\pi R^2 = \frac{76\pi a^2}{3}$

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $g(x) = (x+1)f'(x)$  là

- A.  $\frac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ .      B.  $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$ .      C.  $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .      D.  $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $\int (x+1)f'(x)dx = (x+1)f(x) - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$ .

**Câu 42:** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể

từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

A. 2043.

B. 2025.

C. 2024.

D. 2042.

Lời giải

Chọn B

Ta có sau  $n$  năm thì diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là:  $1000.(1+0.06)^n$

Khi đó,  $1000.(1+0.06)^n > 1400 \Rightarrow 1.06^n > 1.4 \Rightarrow n > 5.774$ .

Vậy vào năm 2025 thì diện tích rừng trong mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

**Câu 43:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$  và  $O$  là tâm của đáy. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $O$  qua trọng tâm của các tam giác  $SAB, SBC, SCD, SDA$  và  $S'$  là điểm đối xứng với  $S$  qua  $O$ . Thể tích của khối chóp  $S'.MNPQ$  bằng

A.  $\frac{40\sqrt{10}a^3}{81}$ .

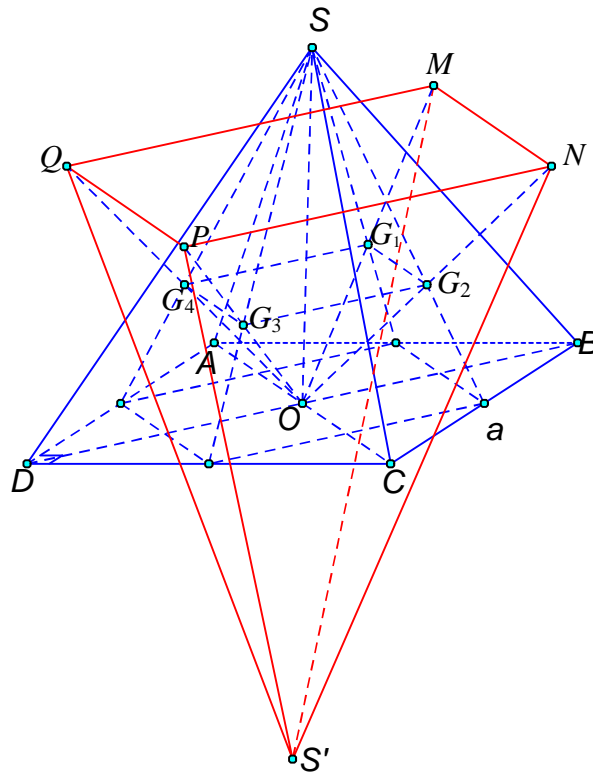
B.  $\frac{10\sqrt{10}a^3}{81}$ .

C.  $\frac{20\sqrt{10}a^3}{81}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{10}a^3}{9}$ .

Lời giải

Chọn B



Ta gọi  $G_1, G_2, G_3, G_4$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAB, SBC, SCD, SDA$  thì

$$d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{2} d(O, (MNPQ)) \Rightarrow V_{S'.MNPQ} = \frac{5}{2} V_{O.MNPQ} = \frac{5}{2} V_{O.G_1G_2G_3G_4}$$

$$= 10 V_{S.G_1G_2G_3G_4} = 10 \cdot \frac{2}{27} V_{S.ABCD} = \frac{20}{27} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{10\sqrt{10}a^3}{81}.$$

**Câu 44:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC'$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng





$$\text{Vậy } g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x-1) = 0 \quad (1) \\ f(x-1) + 2xf'(x-1) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt

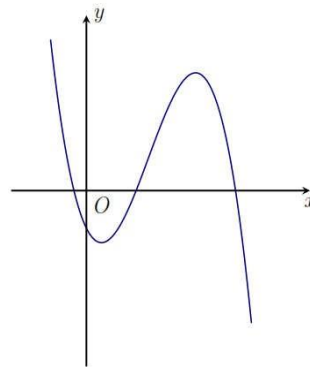
Phương trình (2) có  $f(x-1) = -2xf'(x-1) \Rightarrow f(x) = -2(x+1)f'(x)$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm  $f(x)$  là bậc bốn trùng phương nên ta có

$f(x) = -3x^4 + 6x^2 - 1$  thay vào  $f(x) = -2(x+1)f'(x)$  vô nghiệm

Vậy hàm  $g(x)$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số  $a, b, c, d$ ?



A. 4.

B. 3.

**C. 1.**

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía của trục tung nên  $ac > 0 \Rightarrow c < 0$

Đồ thị hàm số có điểm uốn nằm bên phải trục tung nên  $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung ở dưới trục hoành  $\Rightarrow d < 0$

**Câu 47:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

**A.  $\frac{17}{42}$ .**

B.  $\frac{41}{126}$ .

C.  $\frac{31}{126}$ .

D.  $\frac{5}{21}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Số các phần tử của  $S$  là  $A_9^4 = 3024$ .

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$  có 3024 (cách chọn). Suy ra  $n(\Omega) = 3024$ .

Gọi biến cố  $A$ : “Chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ”.

Trường hợp 1: Số được chọn có 4 chữ số chẵn, có  $4! = 24$  (số).

Trường hợp 2: Số được chọn có 1 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn, có  $5 \cdot 4 \cdot 4! = 480$  (số).

Trường hợp 3: Số được chọn có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn, có  $3 \cdot A_5^2 \cdot A_4^2 = 720$  (số).

Do đó,  $n(A) = 24 + 480 + 720 = 1224$ .

Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1224}{3024} = \frac{17}{42}$ .

$n(\Omega) \quad 3024 \quad 42$

**Câu 48:** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 + 6x + 4y \text{ bằng}$$

**A.**  $\frac{65}{8}$

**B.**  $\frac{33}{4}$

**C.**  $\frac{49}{8}$

**D.**  $\frac{57}{8}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow y \cdot 2^{2x+2y-2} \geq 3 - 2x \Leftrightarrow 2y \cdot 2^{2y} \geq (3-2x) \cdot 2^{3-2x}$  (\*)

Hàm số  $f(t) = t \cdot 2^t$  đồng biến trên  $\mathbb{R}^+$ , nên từ (\*) ta suy ra  $2y \geq 3 - 2x \Leftrightarrow 2x + 2y - 3 \geq 0$  (1)

Ta thấy (1) bất phương trình bậc nhất có miền nghiệm là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $d: 2x + 2y - 3 = 0$  (phần không chứa gốc tọa độ  $O$ ), kể cả các điểm thuộc đường thẳng  $d$ .

Xét biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y+2)^2 = P+13$  (2)

Để  $P$  tồn tại thì ta phải có  $P+13 \geq 0 \Leftrightarrow P \geq -13$ .

Trường hợp 1: Nếu  $P = -13$  thì  $x = -3; y = -2$  không thỏa (1). Do đó, trường hợp này không thể xảy ra.

Trường hợp 2: Với  $P > -13$ , ta thấy (2) là đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-3; -2)$  và bán kính

$$R = \sqrt{P+13}.$$

Để  $d$  và  $(C)$  có điểm chung thì  $d(I; d) \leq R \Leftrightarrow \frac{13}{2\sqrt{2}} \leq \sqrt{P+13} \Leftrightarrow P \geq \frac{65}{8}$ .

Vậy  $\min P = \frac{65}{8}$

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  sao cho ứng với mỗi  $x$  có không quá 242 số nguyên  $y$  thỏa mãn

$$\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y) ?$$

**A.** 55.

**B.** 28.

**C.** 29.

**D.** 56.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện:  $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$

Đặt  $\log_3(x + y) = t$ , ta có  $\begin{cases} x^2 + y \geq 4^t \\ x + y = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \geq 4^t - 3^t \\ y = 3^t - x \end{cases}$  (\*)

Nhận xét rằng hàm số  $f(t) = 4^t - 3^t$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $f(t) > 0$  với mọi  $t > 0$

Gọi  $n \in \mathbb{R}^+$  thỏa  $4^n - 3^n = x^2 - x$ , khi đó (\*)  $\Leftrightarrow t \leq n$

Từ đó, ta có  $-x < y = 3^t - x \leq 3^n - x$ .

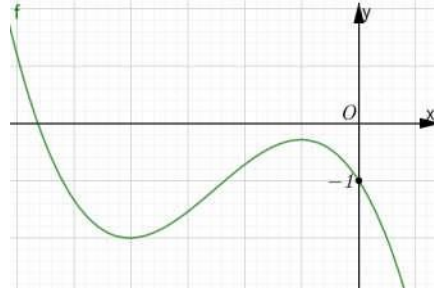
Mặt khác, vì có không quá 242 số nguyên  $y$  thỏa mãn đề bài nên  $3^n \leq 242 \Leftrightarrow n \leq \log_3 242$ .

Từ đó, suy ra  $x^2 - x \leq 4^{\log_3 242} - 242 \Leftrightarrow -27,4 \leq x \leq 28,4$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{-27, -26, \dots, 27, 28\}$ .

Vậy có 56 giá trị nguyên của  $x$  thỏa yêu cầu đề bài.

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$  là

**A. 6.**

**B. 4.**

**C. 5.**

**D. 8.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Dựa vào đồ thị, ta thấy } f(x^3 f(x)) + 1 = 0 &\Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = a \in (-6; -5) & (1) \\ x^3 f(x) = b \in (-3; -2) & (2) \\ x^3 f(x) = 0 & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

$$+ \text{ Phương trình (3) trong trường hợp } \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x, & (-6 < x < a < -5) \end{cases}$$

+ Các hàm số  $g(x) = \frac{a}{x^3}$  và  $h(x) = \frac{b}{x^3}$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ , và nhận xét rằng  $x = 0$  không phải là nghiệm của phương trình (1) nên:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = h(x) \end{cases}$$

$$+ \text{ Trên khoảng } (-\infty; 0), \text{ ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = +\infty \end{cases} \text{ nên các phương trình } f(x) = g(x)$$

và  $f(x) = h(x)$  có nghiệm duy nhất.

$$+ \text{ Trên khoảng } (0; +\infty), \text{ ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty \end{cases} \text{ nên các phương trình } f(x) = g(x)$$

và  $f(x) = h(x)$  có nghiệm duy nhất.

Do đó, phương trình  $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$  có 6 nghiệm phân biệt.

**----- HẾT -----**