SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

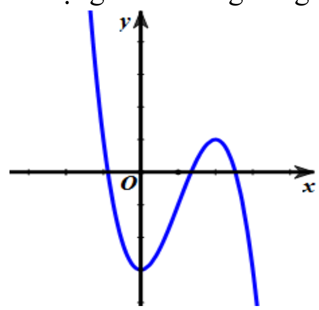
NĂM HỌC 2019 – 2020

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 20/06/2020

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2-3$. **C.** $y=x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-3$.

Câu 2. Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 30.

Câu 3. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+3}{x-1}$ đi qua điểm $A(2021;2)$. Giá trị của a là

A. $a=-2$. **B.** $a=-2021$. **C.** $a=2021$. **D.** $a=2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+2=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-4;1;0)$. **B.** $I(4;-1;0)$. **C.** $I(-8;2;2)$. **D.** $I(4;-1;-1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 6. Số nghiệm của phương trình $5^{2x^2-7x}=1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Tìm công bội q của cấp số nhân (v_n) biết số hạng đầu tiên là $v_1=\dfrac{1}{2}$ và $v_6=16$.

A. $q=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=2$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=\dfrac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	−	0	+	||	+	0	−	

Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=-3+2i$, điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $(3;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-3;-3)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-5i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. $|z_1+z_2|=5$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. **C.** $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. **D.** $|z_1+z_2|=1$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** $5!$. **D.** 25.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=-2t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $P(2;7;-4)$. **B.** $M(3;8;6)$. **C.** $N(-1;-4;-2)$. **D.** $Q(5;14;-10)$.

Câu 13. Số phức liên hợp của $z=(3-4i)+\overline{2+3i}$ là

A. $\overline{z}=5-7i$. **B.** $\overline{z}=-5+7i$. **C.** $\overline{z}=5+7i$. **D.** $\overline{z}=1-i$.

Câu 14. Nếu $\int\limits_{-1}^{5}f(x)dx=2020$ thì $\int\limits_{-1}^{5}\frac{f(x)}{2020}dx$ bằng

A. 1. **B.** 2020. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2020}$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{3}}(x-2)$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^4)$

A. $3+4\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **C.** $4\log_2 8a$. **D.** $8+\log_2 a$.

Câu 17. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3

A. 9π. **B.** 18π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 18. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\frac{4a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{4a^2}{3}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-2\le m\le 4$. **C.** $-2<m<4$. **D.** $m>4$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;-1;0)$. **B.** $(5;0;0)$. **C.** $(0;-1;3)$. **D.** $(-1;3;0)$.

Câu 21. Cho hình nón có đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 22. Hàm số $F(x)=x+\dfrac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=1-\ln|x|$. **B.** $f(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$.

C. $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-\ln|x|+C$.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $V=24\pi$. **B.** $V=96\pi$. **C.** $V=32\pi$. **D.** $V=96$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+z-5=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(4;6;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-1)$.

Câu 25. Bất phương trình $\log_{0,5}(5x-1)>-2$ có tập nghiệm là

A. $\left[\dfrac{1}{5};1\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{5};1\right)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(Q):x-2y-z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B, đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q) là

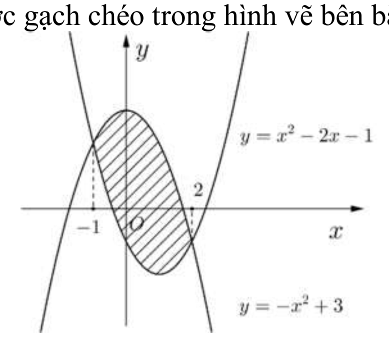
A. $15x+7y+z-27=0$. **B.** $15x+7y+z+27=0$.

C. $15x-7y+z+27=0$. **D.** $15x-7y+z-27=0$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=3+i$. Phần ảo của số phức $w=z_1(z_2+2i)$ bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Câu 28. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng



A. $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)dx$.

C. $\int_{-1}^{2}(-2x+2)dx$. **D.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)dx$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=5t\\z=-3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-5t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-4t\\y=5t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 31. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Tính tan góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;1]$

A. $M = 2;\ m = \sqrt{2}$. **B.** $M = 1;\ m = -2$. **C.** $M = 2;\ m = 1$. **D.** $M = \sqrt{2};\ m = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(x) - 13 = 0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$

A. $y' = -2xe^x$. **B.** $y' = (2x - 2)e^x$. **C.** $y' = x^2e^x$. **D.** $y' = (x^2 + 2)e^x$.

Câu 35. Bất phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 \ge 0$ có tập nghiệm S là

A. $S = (-\infty; 0] \cup [\log_2 5; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

C. $S = (0; 2] \cup [8; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 2] \cup [8; +\infty)$.

Câu 36. Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x}dx$ nếu đặt $t = x^2 + 2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x}dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_0^3 (t+1)e^t dt$. **B.** $\frac{1}{2}\int_0^3 e^t dt$. **C.** $\int_0^1 e^t dt$. **D.** $\int_0^1 (t+1)e^t dt$.

Câu 37. Gọi z_o là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_o - i$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{5}$. **D.** $2\pi a^2\sqrt{3}$.

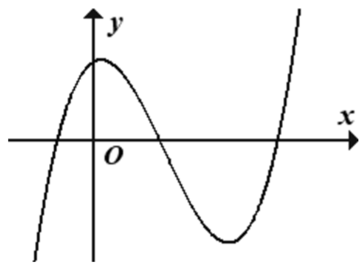
Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 40. Cho hình nón có đường cao $h = 5a$ và bán kính đáy $r = 12a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài $10a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình nón đã cho.

A. $69a^2$. **B.** $120a^2$. **C.** $60a^2$. **D.** $\dfrac{119a^2}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + x + c, (a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c > 0$.

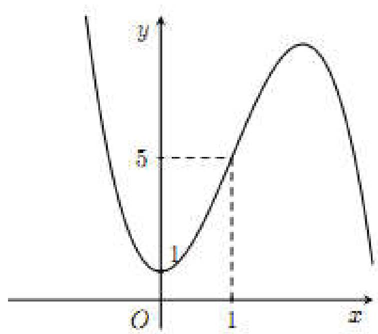
Câu 42. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con và tốc độ tăng trưởng là 15% trong 1 giờ. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thời gian thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng đến hơn 1000000 con?

A. 53 giờ. **B.** 100 giờ. **C.** 51 giờ. **D.** 25 giờ.

Câu 43. Gọi S là tập các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập S. Xác suất lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 có giá trị gần với số nào nhất trong các số sau?

A. $0,52$. **B.** $0,65$. **C.** $0,24$. **D.** $0,84$.

Câu 44. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.

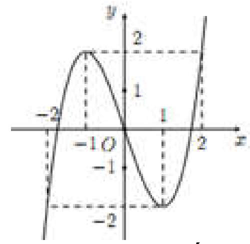


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình

$$8^{f(x)-1} + 4^{f(x)-1} - (m+3).2^{f(x)} + 4 + 2m = 0 \text{ có nghiệm } x \in (0;1)?$$

A. 285. **B.** 284. **C.** 141. **D.** 142.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{f(\sin 2x)+2}\right)=f\left(\dfrac{m}{2}\right)$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi φ là góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'BC)$. Khi $\sin\varphi$ đạt giá trị lớn nhất, tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt[4]{12}a^3}{4\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $4\,cm$ và diện tích đáy bằng $6\,cm^2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BB', $A'C'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

A. $7\,cm^3$. **B.** $\dfrac{7}{2}cm^3$. **C.** $8\,cm^3$. **D.** $5\,cm^3$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^2-2m|x-m+5|+m^3-m^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 23. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 41.

Câu 49. Xét các số thực a,b,c với $a>1$ thoả mãn phương trình $\log_a^2 x-2b\log_a\sqrt{x}+c=0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1,x_2 đều lớn hơn 1 và $x_1.x_2\le a$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\dfrac{b(c+1)}{c}$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 50 Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $f(1)=e$ và $x^3.f'(x)=e^x(x-2)$ với mọi $x\in(0;+\infty)$. Tính $I=\int_1^{\ln 3}x^2f(x)dx$

A. $I=3-e$. **B.** $I=2-e$. **C.** $I=2+e$. **D.** $I=3+e$.

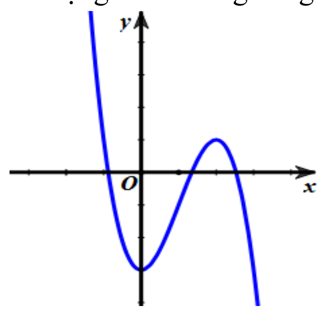
------------- **HẾT** -------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	B	A	D	B	C	C	A	C	D	C	A	A	A	D	B	C	C	A	B	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	C	A	C	C	D	C	C	B	B	D	D	C	B	C	B	D	B	D	D	.A	C	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2-3$. **C.** $y=x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong trên là đồ thị của hàm bậc ba: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a<0$ nên nó là đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-3$.

Câu 2. Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối mà mỗi mặt có 3 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt, ta còn gọi là khối bát diện đều, khối này có 12 cạnh.

Câu 3. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+3}{x-1}$ đi qua điểm $A(2021;2)$. Giá trị của a là

A. $a=-2$. **B.** $a=-2021$. **C.** $a=2021$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+3}{x-1}=a;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+3}{x-1}=a$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=a;$

Vì $A(2021;2)$ nằm trên tiệm cận ngang nên $a=2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+2=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-4;1;0)$. **B.** $I(4;-1;0)$. **C.** $I(-8;2;2)$. **D.** $I(4;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+2=0\Leftrightarrow(x-4)^2+(y+1)^2+z^2=15$

Do đó tâm của mặt cầu là $I(4;-1;0)$.

Cách 2: Phương trình mặt cầu dạng khai triển $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm là $I(a;b;c)$. Do đó tâm của mặt cầu là $I(4;-1;0)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 6. Số nghiệm của phương trình $5^{2x^2-7x}=1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^{2x^2-7x}=1 \Leftrightarrow 2x^2-7x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là: $x=0$ và $x=\dfrac{7}{2}$.

Câu 7. Tìm công bội q của cấp số nhân (v_n) biết số hạng đầu tiên là $v_1=\dfrac{1}{2}$ và $v_6=16$.

A. $q=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=2$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $v_6=v_1.q^5 \Leftrightarrow q^5=\dfrac{v_6}{v_1}=\dfrac{16}{0.5}=32 \Rightarrow q=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương tại $x=0$ và hàm số xác định tại $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}=-3+2i$, điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $(3;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-3;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$\overline{z}=-3+2i\Rightarrow z=-3-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ có tọa độ Oxy là $(-3;-2)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-5i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. $|z_1+z_2|=5$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. **C.** $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. **D.** $|z_1+z_2|=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1+z_2=1+i+2-5i=3-4i$.

$\Rightarrow |z_1+z_2|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** $5!$. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang là hoán vị của 5 phần tử $P_5=5!$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\ y=-1+3t\\ z=-2t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $P(2;7;-4)$. **B.** $M(3;8;6)$. **C.** $N(-1;-4;-2)$. **D.** $Q(5;14;-10)$.

Lời giải

Chọn D

+ Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng ta được $\begin{cases}2=t\\ 7=-1+3t\\ -4=-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\ t=\dfrac{8}{3}\end{cases}$ (vô lý).

+ Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng ta được $\begin{cases}3=t\\ 8=-1+3t\\ 6=-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\ t=-3\end{cases}$ (vô lý).

+ Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng ta được $\begin{cases}-1=t\\ -4=-1+3t\\ -2=-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\ t=1\end{cases}$ (vô lý).

+ Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng ta được $\begin{cases}5=t\\ 14=-1+3t\\ -10=-2t\end{cases}\Leftrightarrow t=5$ (thỏa mãn).

Câu 13. Số phức liên hợp của $z=(3-4i)+\overline{2+3i}$ là

A. $\overline{z}=5-7i$. **B.** $\overline{z}=-5+7i$. **C.** $\overline{z}=5+7i$. **D.** $\overline{z}=1-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=(3-4i)+\overline{2+3i}=3-4i+2-3i=5-7i$.

Suy ra: $\overline{z}=5+7i$.

Câu 14. Nếu $\int_{-1}^{5}f(x)dx=2020$ thì $\int_{-1}^{5}\dfrac{f(x)}{2020}dx$ bằng

A. 1. **B.** 2020. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2020}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{-1}^{5}\frac{f(x)}{2020}dx=\frac{1}{2020}\int\limits_{-1}^{5}f(x)dx=\frac{2020}{2020}=1$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{3}}(x-2)$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-2>0\Leftrightarrow x>2\Rightarrow D=(2;+\infty)$.

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^4)$

A. $3+4\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **C.** $4\log_2 8a$. **D.** $8+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Với $a>0$ ta có: $\log_2(8a^4)=\log_2 8+\log_2 a^4=\log_2 2^3+4\log_2 a=3+4\log_2 a$.

Câu 17. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3

A. 9π. **B.** 18π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu ta có $S=4\pi.3^2=36\pi$.

Câu 18. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\frac{4a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{4a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V=2a.2a^2=4a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

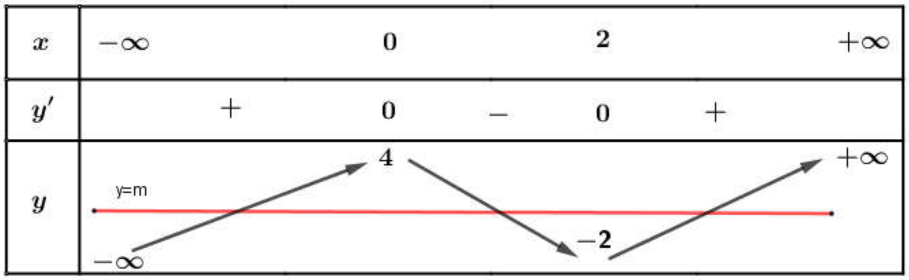
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-2\le m\le 4$. **C.** $-2<m<4$. **D.** $m>4$.

Lời giải

Chọn C



Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 4$.

Vậy phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 4$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;-1;0)$. **B.** $(5;0;0)$. **C.** $(0;-1;3)$. **D.** $(-1;3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;-1;3)$.

Câu 21. Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy $r = a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi.r.l = \pi.a.2a = 2\pi a^2$ (dvdt).

Câu 22. Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = 1 - \ln|x|$. **B.** $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^2}$. **D.** $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $f(x) = \left[F(x)\right]' = \left(x + \frac{1}{x}\right)' = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $V = 24\pi$. **B.** $V = 96\pi$. **C.** $V = 32\pi$. **D.** $V = 96$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.6 = 32\pi$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_2} = (-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (4;6;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (2;-3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3} = (2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$.

Câu 25. Bất phương trình $\log_{0,5}(5x-1)>-2$ có tập nghiệm là

A. $\left[\frac{1}{5};1\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(\frac{1}{5};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{0,5}(5x-1)>-2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1<\left(\frac{1}{2}\right)^{(-2)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5}<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{5};1\right)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(Q): x-2y-z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B, đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q) là

A. $15x+7y+z-27=0$. **B.** $15x+7y+z+27=0$.

C. $15x-7y+z+27=0$. **D.** $15x-7y+z-27=0$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;-3;6)$, mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;-1)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B, đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q) nên ta có thể chọn một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_1}\right]=(15;7;1)$.

Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $15x+7y+z-27=0$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=3+i$. Phần ảo của số phức $w=z_1(z_2+2i)$ bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $-3i$. **D.** -3.

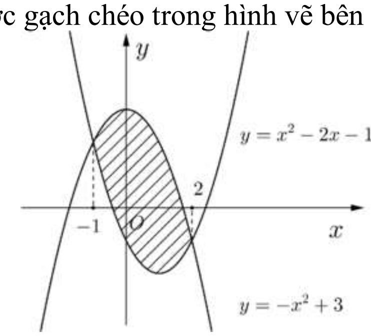
Lời giải

Chọn D

Ta có: $w=z_1(z_2+2i)=(1-2i)(3+i+2i)=(1-2i)(3+3i)=9-3i$.

Do đó phần ảo của số phức $w=z_1(z_2+2i)$ bằng -3.

Câu 28. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,dx$.

C. $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,dx$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng

$$\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx.$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=5t\\z=-3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-5t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-4t\\y=5t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Do $\Delta // d$ nên ta chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{u_d}=(4;-5;2)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+4t\\y=-5t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	**-∞**		**-1**		**0**		**1**		**3**		**+∞**
f'(x)		+	**0**	-	**0**	+	**0**	-	**0**	+	

Hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

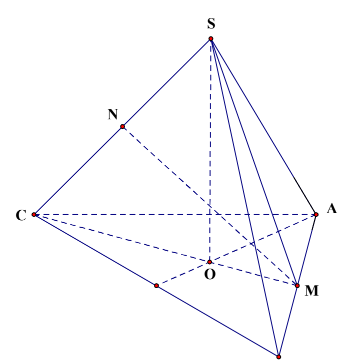
Do hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên số điểm cực đại của hàm số là số lần đổi dấu từ dương sang âm của đạo hàm. Từ bảng xét dấu đạo hàm, hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 31. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,SC. Tính tan góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC)

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy ta có $SO\perp(ABC)$.

Từ đó suy ra $(SCM)\perp(ABC)$.

Mặt khác $\begin{cases}MN\subset(SCM)\\(SCM)\cap(ABC)=CM\end{cases}\Rightarrow MC$ là hình chiếu của MN lên mặt phẳng (ABC).

Từ đó ta có $(MN,(ABC))=(MN,MC)=\widehat{CMN}$.

Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $CM=SM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SMC$ là tam giác cân tại M

$\Rightarrow CMN$ là tam giác vuông tại N.

Xét tam giác CMN vuông tại N có $MN^2 = CM^2 - CN^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\tan\widehat{CMN} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2+x+1}{x+1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;1]$

A. $M=2;\ m=\sqrt{2}$. **B.** $M=1;\ m=-2$. **C.** $M=2;\ m=1$. **D.** $M=\sqrt{2};\ m=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \frac{2x^2+4x}{(x+1)^2}$.

$y'=0 \Leftrightarrow 2x^2+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \in[0;1] \\ x=-2 & \notin[0;1] \end{array}\right.$.

Vì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in[0;1]$ nên hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

Vậy $\max\limits_{[0;1]} f(x) = f(1) = 2$, $\min\limits_{[0;1]} f(x) = f(0) = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(x)-13=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $5f(x)-13=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{13}{5}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$
						$y=13/5$	

Số nghiệm của phương trình $5f(x)-13=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{13}{5}$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{13}{5}$ tại một điểm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $5f(x)-13=0$ là 1.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^2-2x+2)e^x$

A. $y'=-2xe^x$. **B.** $y'=(2x-2)e^x$. **C.** $y'=x^2e^x$. **D.** $y'=(x^2+2)e^x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=(x^2-2x+2)e^x \Rightarrow y'=(2x-2)e^x+(x^2-2x+2)e^x=x^2e^x$.

Câu 35. Bất phương trình $\log_2^2 x-4\log_2 x+3\ge 0$ có tập nghiệm S là

A. $S=(-\infty;0]\cup[\log_2 5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$.

C. $S=(0;2]\cup[8;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2]\cup[8;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $t=\log_2 x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-4t+3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le 1 \\ t\ge 3 \end{array}\right.$.

$t\le 1 \Leftrightarrow \log_2 x\le 1 \Leftrightarrow x\le 2$.

$t\ge 3 \Leftrightarrow \log_2 x\ge 3 \Leftrightarrow x\ge 8$.

Đối chiếu điều kiện thì tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(0;2]\cup[8;+\infty)$.

Câu 36. Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x}dx$ nếu đặt $t=x^2+2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x}dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_0^3 (t+1)e^t dt$. **B.** $\frac{1}{2}\int_0^3 e^t dt$. **C.** $\int_0^1 e^t dt$. **D.** $\int_0^1 (t+1)e^t dt$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^2+2x \Rightarrow dt=(x^2+2x)'dx=2(x+1)dx \Rightarrow (x+1)dx=\frac{dt}{2}$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=3$.

$\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x}dx=\int_0^3 e^t\frac{dt}{2}=\frac{1}{2}\int_0^3 e^t dt$.

Câu 37. Gọi z_o là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Môđun của số phức z_o-i bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+3i \\ z=-1-3i \end{array}\right.$.

Theo bài, chọn $z_o = -1+3i$.

Khi đó: $z_o - i = -1+3i-i = -1+2i \Rightarrow |z_o - i| = \sqrt{5}$.

Câu 38. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{5}$. **D.** $2\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao hình trụ là $AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Bán kính hình trụ là $AB = a$.

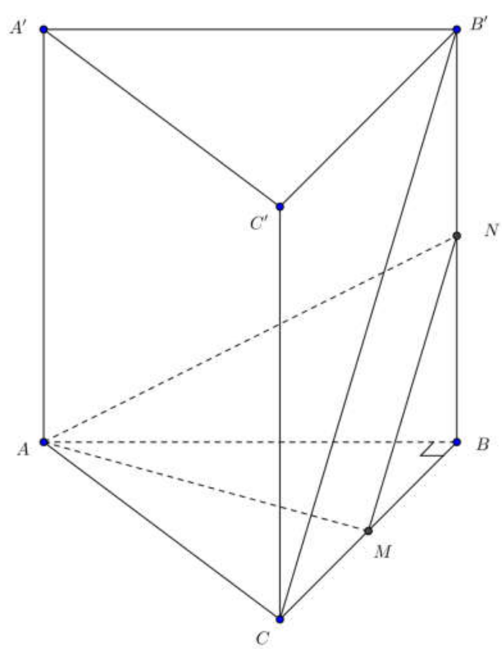
Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi AB.AD = 2\pi.a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm của BB' suy ra $BN = \frac{1}{2}BB' = \frac{1}{2}AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác $BB'C$ có MN là đường trung bình $\Rightarrow MN // B'C$.

Ta có: $\begin{cases} MN // B'C \\ B'C \not\subset (AMN) \end{cases}$

$\Rightarrow B'C // (AMN) \Rightarrow d(AM; B'C) = d(B'C; (AMN)) = d(C; (AMN))$.

Lại có: $CB \cap (AMN) = M \Rightarrow \frac{d(C;(AMN))}{d(B;(AMN))} = \frac{CM}{BM} = 1 \Rightarrow d(C;(AMN)) = d(B;(AMN))$.

M là trung điểm của BC nên $BM = \dfrac{BC}{2} = a$.

Đặt $h = d\left(B;\left(AMN\right)\right)$.

Vì tứ diện $BAMN$ có ba cạnh BA, BM, BN đôi một vuông góc nên ta có hệ thức:

$\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BM^2} + \dfrac{1}{BN^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{2}{a^2} = \dfrac{10}{3a^2} \Rightarrow h = \dfrac{a\sqrt{30}}{10}$.

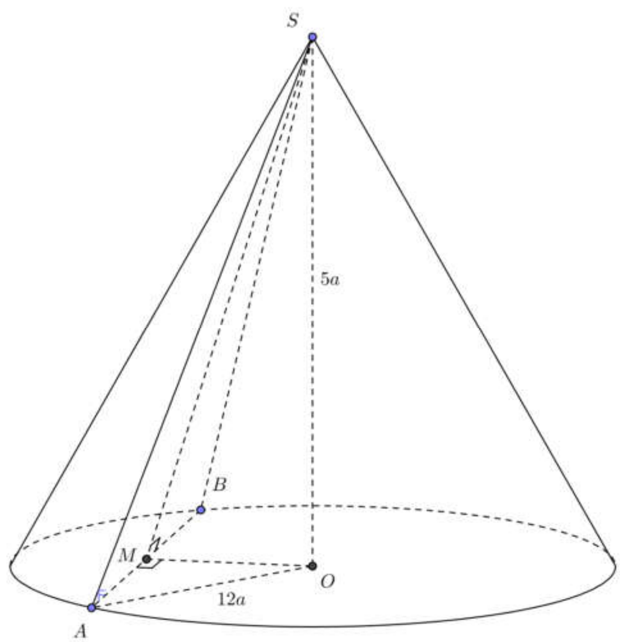
Vậy $d\left(AM; B'C\right) = d\left(C;\left(AMN\right)\right) = d\left(B;\left(AMN\right)\right) = h = \dfrac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 40. Cho hình nón có đường cao $h = 5a$ và bán kính đáy $r = 12a$. Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài $10a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và hình nón đã cho.

A. $69a^2$. **B.** $120a^2$. **C.** $60a^2$. **D.** $\dfrac{119a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi S là đỉnh của hình nón và O là tâm của đường tròn đáy.

Giả sử mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SAB cân tại S.

Theo giả thiết ta có: $SO = 5a$, $OA = OB = 12a$ và $AB = 10a$.

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MA = MB = \dfrac{AB}{2} = 5a$ và $OM \perp AB$.

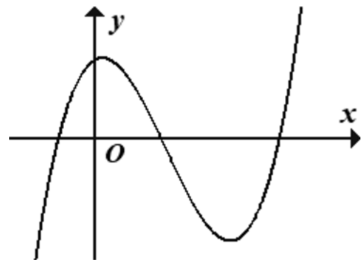
Xét tam giác OMA vuông tại M có: $OM^2 = OA^2 - MA^2 = 144a^2 - 25a^2 = 119a^2$.

Xét tam giác SOM vuông tại O có: $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{25a^2 + 119a^2} = 12a$.

Tam giác SAB cân tại S, có SM là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao.

Vậy diện tích của thiết diện: $S_{SAB} = \dfrac{1}{2}SM.AB = \dfrac{1}{2}.12a.10a = 60a^2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + x + c, \left(a, b, c \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;b>0;c>0$. **B.** $a>0;b<0;c>0$. **C.** $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra $a>0$ và vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Vì đồ thị có 2 điểm cực trị với hoành độ dương nên $y'=3ax^2+2bx+1$ có 2 nghiệm dương, suy ra $b<0$.

Câu 42. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con và tốc độ tăng trưởng là 15% trong 1 giờ. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thời gian thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng đến hơn 1000000 con?

A. 53 giờ. **B.** 100 giờ. **C.** 51 giờ. **D.** 25 giờ.

Lời giải

Chọn C

Ta có $500.e^{\frac{15}{100}t}>1000000\Leftrightarrow e^{\frac{15}{100}t}>2000\Leftrightarrow \frac{15}{100}t>\ln 2000\Leftrightarrow t>\frac{100.\ln 200}{15}\approx 50,67$.

Vậy cần ít nhất 51 giờ.

Câu 43. Gọi S là tập các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập S. Xác suất lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 có giá trị gần với số nào nhất trong các số sau?

A. $0,52$. **B.** $0,65$. **C.** $0,24$. **D.** $0,84$.

Lời giải

Chọn B

Có tất cả $A_{10}^9-A_9^8=3265920$ số có 9 chữ số khác nhau đôi một.

Khi đó không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega)=C_{3265920}^2$.

Gọi A: ‘’hai số được chọn có ít nhất một số chia hết cho 3’’.

Suy ra $\overline{A}$: ‘’hai số được chọn không có số nào chia hết cho 3’’.

Lưu ý rằng số có 9 chữ số khác nhau mà không chia hết cho 3 thì khi nó được tạo thành từ các số từ $\{0;1;2;3;....;8;9\}$ và bỏ ra một số không chia hết cho 3.

Từ $\{0;1;2;3;....;8;9\}$ có 6 số không chia hết cho 3.

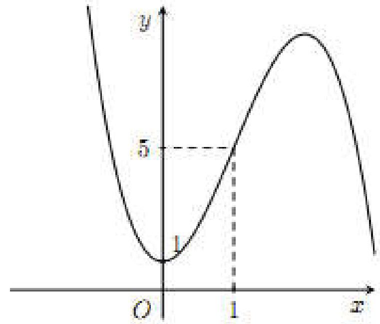
Ví dụ, số được chọn không có mặt chữ số 1, khi đó có $9!-8!=322560$ số như vậy.

Vì vậy có tất cả $6.322560=1935360$.

Do đó $n(\overline{A})=C_{1935360}^2$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_{1935360}^2}{C_{3265920}^2}=0,64888$.

Câu 44. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình

$$8^{f(x)-1}+4^{f(x)-1}-(m+3).2^{f(x)}+4+2m=0 \text{ có nghiệm } x\in(0;1)?$$

A. 285. **B.** 284. **C.** 141. **<u>D</u>.** 142.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\frac{1}{8}.2^{3f(x)}+\frac{1}{4}.2^{2f(x)}-(m+3).2^{f(x)}+4+2m=0$$

Từ đồ thị, với $x\in(0;1)\Rightarrow 1<f(x)<5$. Đặt $t=2^{f(x)}$, suy ra $t\in(2;32)$.

Ta có phương trình: $\frac{1}{8}t^3+\frac{1}{4}t^2-(m+3)t+4+2m=0$

$\Leftrightarrow t^3+2t^2-24t+32=8(t-2)m$

$\Leftrightarrow (t-2)(t^2+4t-16)=8(t-2)m$

$8m=t^2+4t-16$ với $t\in(2;32)$

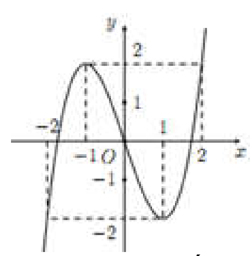
Trên khoảng $(2;32)$ ta có hàm số $g(t)=t^2+4t-16$ là hàm số đồng biến vì $g'(t)=2t+4>0$ nên $g(2)<g(t)<g(32)\Leftrightarrow -4<g(t)<1136$.

Để phương trình $g(t)=8m$ có nghiệm trên khoảng $(2;32)$ thì

$$-4<8m<1136\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<142.$$

Vậy có 142 số nguyên m thỏa mãn đề bài cho.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{f(\sin 2x)+2}\right)=f\left(\frac{m}{2}\right)$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$?

A. 3. **<u>B</u>.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Với $x\in\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]\Rightarrow -\frac{\pi}{2}<2x\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow -1<\sin 2x\le 1$.

Từ đồ thị suy ra: $-2\le f(\sin 2x)<2\Rightarrow 0\le\sqrt{f(\sin 2x)+2}<2$

Suy ra: $-2\le f\left(\sqrt{f\left(\sin 2x\right)+2}\right)<2$.

Từ đồ thị ta có hàm số đã cho là liên tục trên $\left[-2;2\right]$. Vậy với giá trị không âm của m, để phương trình có nghiệm thì $-2\le f\left(\dfrac{m}{2}\right)<2\Leftrightarrow 0\le\dfrac{m}{2}<2\Leftrightarrow 0\le m<4$

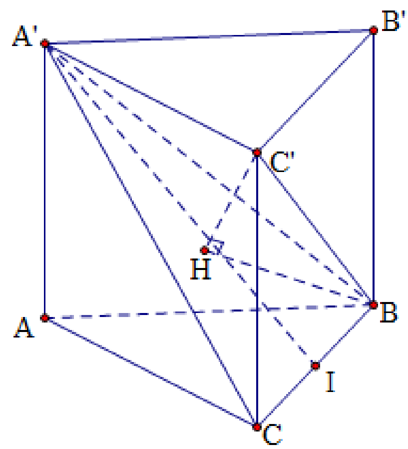
Suy ra $m\in\left\{0;1;2;3\right\}$.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi φ là góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $\left(A'BC\right)$. Khi $\sin\varphi$ đạt giá trị lớn nhất, tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt[4]{12}a^3}{4\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA'=x$ $\left(x>0\right)$. Gọi H là hình chiếu của C' trên mặt phẳng $\left(A'BC\right)$, I là trung điểm của BC.

Ta có: $S_{\Delta A'BC}=\dfrac{1}{2}A'I.BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{AA'^2+AC^2-\dfrac{BC^2}{4}}.BC=\dfrac{a}{4}\sqrt{4x^2+3a^2}$.

$V_{A'.BCC'}=V_{A'.BB'C'}=V_{B.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^2x\sqrt{3}}{12}$.

Suy ra: $C'H=\dfrac{3V_{A'.BCC'}}{S_{\Delta A'BC}}=\dfrac{3.\dfrac{a^2x\sqrt{3}}{12}}{\dfrac{a}{4}\sqrt{4x^2+3a^2}}=\dfrac{ax\sqrt{3}}{\sqrt{4x^2+3a^2}}$; $C'B=\sqrt{a^2+x^2}$.

Mặt khác $\sin\varphi=\sin\widehat{C'BH}=\dfrac{C'H}{BC'}=\dfrac{\dfrac{ax\sqrt{3}}{\sqrt{4x^2+3a^2}}}{\sqrt{a^2+x^2}}=\dfrac{ax\sqrt{3}}{\sqrt{\left(4x^2+3a^2\right)\left(a^2+x^2\right)}}$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax\sqrt{3}}{\sqrt{\left(4x^2+3a^2\right)\left(a^2+x^2\right)}}$ trên $\left(0;+\infty\right)$

Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{\left(3a^4-4x^4\right)a\sqrt{3}}{\left(4x^2+3a^2\right)\left(a^2+x^2\right)\sqrt{\left(4x^2+3a^2\right)\left(a^2+x^2\right)}}$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(3a^4-4x^4\right)a\sqrt{3}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}a$ (Vì $x>0$)

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}a$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Từ bảng biến thiên ta có $(\sin\varphi)_{\max} = \max\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}a\right)$.

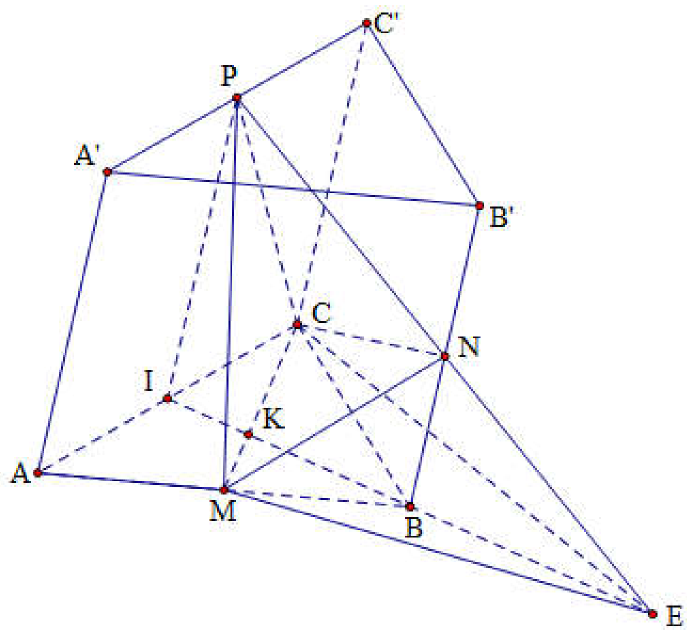
Vậy thể tích của khối lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt[4]{27}a^3}{4\sqrt{2}}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $4\,cm$ và diện tích đáy bằng $6\,cm^2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BB', $A'C'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

A. $7\,cm^3$. **B.** $\frac{7}{2}cm^3$. **C.** $8\,cm^3$. **D.** $5\,cm^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AC, kéo dài IB và PN cắt nhau tại E. Ta có $MN \,//\, IP$ và $MN = \frac{1}{2}IP$ suy ra B là trung điểm của IE.

Gọi $K = IB \cap CM$, suy ra K là trọng tâm của tam giác ABC.

+) $EK = EB + BK = IB + \frac{2}{3}IB = \frac{5}{3}IB$.

+) M là trung điểm của AB nên $d(M;IE) = \frac{1}{2}d(A;EI)$.

+) $S_{\Delta MCE} = S_{\Delta MEK} + S_{\Delta CEK} = \frac{1}{2}d(M;KE).EK + \frac{1}{2}d(C;EK).EK$

$= \frac{1}{2}.\frac{1}{2}d(A;KE).\frac{5}{3}IB + \frac{1}{2}d(C;EK).\frac{5}{3}IB$

$= \frac{5}{6}.\frac{1}{2}d(A;KE).IB + \frac{5}{3}.\frac{1}{2}d(C;EK).IB$

$$= \frac{5}{6}.S_{\Delta ABI} + \frac{5}{3}.S_{\Delta CBI} = \frac{5}{6}.3 + \frac{5}{3}.3 = \frac{15}{2}$$

+) $V_{CMNP} = V_{P.MNC} = V_{P.EMC} - V_{N.EMC} = V_{P.EMC} - \frac{1}{2}V_{P.EMC} = \frac{1}{2}V_{P.EMC}$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{3}d\left(P;\left(EMC\right)\right).S_{EMC} = \frac{1}{6}.4.\frac{15}{2} = 5\ cm^3.$$

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right) = x^2 - 2m\left|x - m + 5\right| + m^3 - m^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-20;20\right]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 23. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 41.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f\left(x\right) = \begin{cases} f_1\left(x\right) = x^2 - 2mx + m^3 + m^2 - 10m + 1 & \text{khi } x \ge m-5 \\ f_2\left(x\right) = x^2 + 2mx + m^3 - 3m^2 + 10m + 1 & \text{khi } x < m-5 \end{cases}$.

$$f'\left(x\right) = \begin{cases} f_1'\left(x\right) = 2\left(x - m\right) & \text{khi } x \ge m-5 \\ f_2'\left(x\right) = 2\left(x + m\right) & \text{khi } x < m-5 \end{cases}$$

Suy ra: $f_1'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = m$; $f_2'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -m$.

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu $m \le 0$ thì $m - 5 < m \le -m$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$m-5$		m		$-m$		$+\infty$
$f_1'\left(x\right)$			$\vert$	$-$	0	$+$			
$f_2'\left(x\right)$		$-$	$\vert$				0		
$f\left(x\right)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Nếu $0 < m \le \frac{5}{2} \Leftrightarrow m - 5 \le -m$ thì ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$m-5$		$-m$		m		$+\infty$
$f_1'\left(x\right)$			$\vert$		$-$		0	$+$	
$f_2'\left(x\right)$		$-$	$\vert$		0				
$f\left(x\right)$		$\searrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Nếu $\frac{5}{2} < m \Leftrightarrow -m < m - 5$ thì ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-m$		$m-5$		m		$+\infty$
$f_1'\left(x\right)$					$\vert$	$-$	0	$+$	
$f_2'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$			
$f\left(x\right)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ các trường hợp trên suy ra, để hàm số có đúng một điểm cực trị thì $m \le \frac{5}{2}$, suy ra trên đoạn $[-20;20]$ có 23 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 49. Xét các số thực a,b,c với $a>1$ thoả mãn phương trình $\log_a^2 x - 2b\log_a \sqrt{x} + c = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1,x_2 đều lớn hơn 1 và $x_1.x_2 \le a$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{b(c+1)}{c}$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Biến đổi $\log_a^2 x - 2b\log_a \sqrt{x} + c = 0 \Leftrightarrow \log_a^2 x - b\log_a x + c = 0$ (1)

Đặt $t = \log_a x$, với $x>1 \Rightarrow t>0$ và $x = a^t$. Khi đó ta được phương trình $t^2 - bt + c = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 đều lớn hơn 1 khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2-4c>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c<\frac{b^2}{4} \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$ (3)

Gọi t_1,t_2 là hai nghiệm dương phân biệt của phương trình (2)

Khi đó $x = a^t$ nên $x_1 = a^{t_1}$, $x_2 = a^{t_2} \Rightarrow x_1.x_2 = a^{t_1+t_2} \le a \Rightarrow t_1+t_2 \le 1 \Rightarrow b \le 1$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $0<b\le 1,\ 0<c<\frac{1}{4}$

Khi đó $S = \frac{b(c+1)}{c} = b\left(1+\frac{1}{c}\right) > b\left(1+\frac{4}{b^2}\right)$

Xét hàm số $f(x) = x\left(1+\frac{4}{x^2}\right),\ 0<x\le 1$

$f'(x) = 1-\frac{4}{x^2},\quad f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$. Bảng biến thiên của $f(x)$ trên $(0;1]$:

x	0	1
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty \searrow$	5

Suy ra $\min\limits_{\left(0;\frac{1}{4}\right]} f(x) = f(1) = 5$. Vậy $S_{\min} = 5$.

Câu 50 Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $f(1)=e$ và $x^3.f'(x) = e^x(x-2)$ với mọi $x\in(0;+\infty)$. Tính $I = \int_1^{\ln 3} x^2 f(x)dx$

A. $I = 3-e$. **B.** $I = 2-e$. **C.** $I = 2+e$. **D.** $I = 3+e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^3.f'(x)=e^x(x-2) \Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{e^x(x-2)}{x^3}=\dfrac{e^x}{x^2}-2\dfrac{e^x}{x^3}$

Suy ra $f(x)=\int\left(\dfrac{e^x}{x^2}-2\dfrac{e^x}{x^3}\right)dx=\int\dfrac{e^x}{x^2}dx-\int 2\dfrac{e^x}{x^3}dx$

Xét $\int\dfrac{e^x}{x^2}dx$ Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{1}{x^2} \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=-\dfrac{2}{x^3}dx \\ v=e^x \end{cases}$

+) $\int\dfrac{e^x}{x^2}dx=\dfrac{e^x}{x^2}+\int 2\dfrac{e^x}{x^3}dx$

Suy ra $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2}+C$. Do $f(1)=e$ nên $C=0 \Rightarrow f(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$

$$I=\int_1^{\ln 3} x^2 f(x)dx=\int_1^{\ln 3} x^2\dfrac{e^x}{x^2}dx=\int_1^{\ln 3} e^x dx=e^x\Big|_1^{\ln 3}=e^{\ln 3}-e=3-e$$

------------- HẾT -------------