# TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU - AN GIANG

## ĐỀ THI THỬ THPT - NĂM HỌC 2019 - 2020

*Môn: TOÁN – LỚP 12*

*Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị thực của $m$ để phương trình $2020^x = m$ có nghiệm.

**A.** $m \geq 1$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \geq 0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập giá trị của hàm số $2020^x$ là $(0;+\infty)$ nên phương trình $2020^x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m > 0$.

**Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

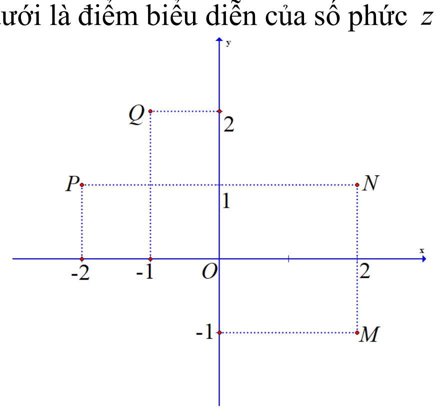
**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại bằng 5 tại $x = 2$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 3:** Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$?




**A.** $Q$. **B.** . $M$ .. **C.** $N$. **D.** $P$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số phức $z = -2 + i$ có phần thực bằng $-2$ và phần ảo bằng 1, nên được biểu diễn bởi điểm $P(-2;1)$

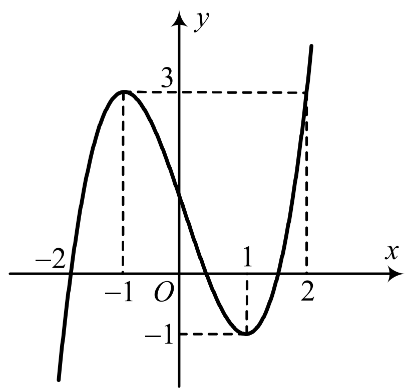
**Câu 4:** Thể tích của khối cầu bán kính $R$ bằng

**A.** $4\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $2\pi R^3$. **D.** $\frac{3}{4}\pi R^3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để phương trình $f\left(2\sin x\right)=m$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\pi\right)$. Số phần tử của $S$ là




**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $-2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:**

Đặt $t=2\sin x$

Do $x\in\left(0;\pi\right)\Rightarrow t\in\left(0;2\right]$.

Vậy phương trình $f\left(2\sin x\right)=m \Leftrightarrow f\left(t\right)=m\ \ \forall t\in\left(0;2\right]\ \left(1\right)$

Dựa theo đồ thị, ta thấy để phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm thì $-1\le m\le 3$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=2\sin x\quad \forall x\in\left(0;\pi\right)$

$g'\left(x\right)=2\cos x$; $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}$.

Bảng biến thiên:

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{6}$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | | $+$ | | $0$ | | $-$ | | |
| $g(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\searrow$ | $0$ |

♦ Với $m=-1$: $(1)\Leftrightarrow f(t)=m\Leftrightarrow t=1=g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}\\x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm thuộc $(0;\pi)$.

♦ Với $-1<m<3$: $(1)\Leftrightarrow f(t)=m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=g(x)=t_1\in(0;1)\\t=g(x)=t_2\in(1;2)\end{array}\right.$

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{6}$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | | $+$ | | $0$ | | $-$ | | |
| $g(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\searrow$ | $0$ |
| | | | | | $t=t_1$ | | $t=t_2$ | | |

$\Rightarrow$ Phương trình cho có thể có $2$ nghiệm hoặc $4$ nghiệm trên $(0;\pi)$.

♦ Với $m=3$: $(1)\Leftrightarrow f(t)=3\Leftrightarrow t=2=g(x)\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$Phương trình có nghiệm duy nhất.

Vậy $S=\{3\}$.

**Cách 2:**

Đặt $t=2\sin x\Rightarrow\sin x=\frac{t}{2}$

Do $x\in(0;\pi)\Rightarrow\frac{t}{2}\in(0;1]$

♦ Với $\frac{t}{2}=1\Leftrightarrow t=2$: $\sin x=\frac{t}{2}$ có một nghiệm thuộc $(0;\pi)$

♦ Với $0<\frac{t}{2}<1\Leftrightarrow 0<t<2$: $\sin x=\frac{t}{2}$ có hai nghiệm thuộc $(0;\pi)$

YCBT$\Leftrightarrow f(t)=m$ có nghiệm là $t=2$ $\Leftrightarrow f(2)=m\Leftrightarrow m=3$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Vậy $S=\{3\}$.

**Câu 6:** Với $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^3)$ bằng

**A.** $3\log a+\log b$. **B.** $\log a+\frac{1}{3}\log b$. **C.** $3(\log a+\log b)$. **D.** $\log a+3\log b$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\log(ab^3)=\log a+\log b^3=\log a+3\log b$.

**Câu 7:** Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=-2$ và công sai $d=7$. Giá trị của $u_5$ bằng

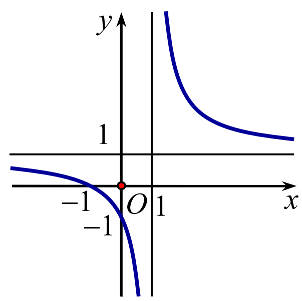
**A.** $12$. **B.** $250$. **C.** $26$. **D.** $22$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $u_5=u_1+4d=-2+4.7=26$.

**Câu 8:** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?




$(u_n)$

**A.** $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị ta suy ra hàm số có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=1\Rightarrow a-c=0$.

Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}=1\Rightarrow c+d=0$.

Giao điểm với trục hoành $(-1;0)=\left(-\dfrac{b}{a};0\right)\Rightarrow -\dfrac{b}{a}=-1\Rightarrow a-b=0$

Giao điểm với trục tung $(0;-1)=\left(0;\dfrac{b}{d}\right)\Rightarrow \dfrac{b}{d}=-1\Rightarrow b+d=0$



NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a-c=0 \\ c+d=0 \\ a-b=0 \\ b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \\ d=-1 \end{cases}$

Vậy $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

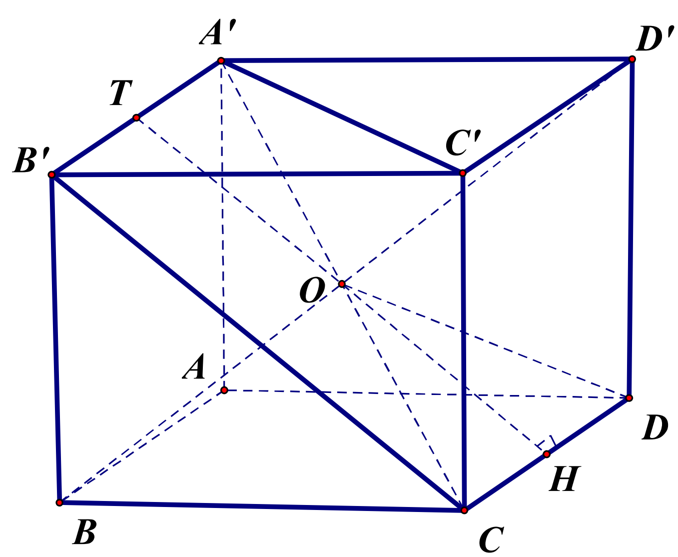
Trắc nghiệm: Từ đồ thị ta có tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=1$ nên ta chọn**D.**

**Câu 9:** Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $2a$. Bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương bằng

**A.** $2a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Gọi $O$ là tâm hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và $H$ là trung điểm của $CD$.

Ta có $OC=OD \Rightarrow \Delta OCD$ cân tại $O \Rightarrow OH \perp CD$.

Tương tự ta chứng minh được $O$ là tâm mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương và bán kính của mặt cầu đó là $R=OH=\dfrac{1}{2}HT=\dfrac{1}{2}CB'=\dfrac{1}{2}.2a\sqrt{2}=a\sqrt{2}$.

**Câu 10:** Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 41 học sinh.

**A.** $41^2$. **B.** $A_{41}^2$. **C.** $2^{41}$. **D.** $C_{41}^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

2 học sinh lấy từ 41 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 41 phần tử nên số cách chọn là $C_{41}^2$

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 11:** Số phức $-3+7i$ có phần ảo là:

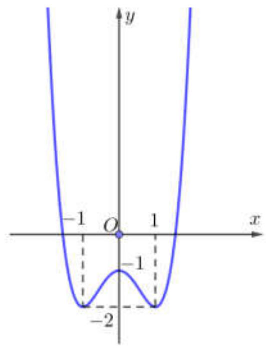
**A.** $7$. **B.** $-3$. **C.** $-7$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: số phức $a+bi$ có phần thực là $a$ và phần ảo là $b$ nên số phức $-3+7i$ có phần ảo là 7

**Câu 12:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?




**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Trên khoảng $(-1;0)$ đồ thị là một phần đường cong có hướng đi lên nên hàm số đồng biến.

**Câu 13:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số $m$ để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ là phương trình của một mặt cầu.

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ (điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$).

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases}-2a=0\\-2b=2(m-2)\\-2c=-2(m+3)\\d=3m^2+7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=0\\b=2-m\\c=m+3\\d=3m^2+7\end{cases}$

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi: $a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow (2-m)^2+(m+3)^2-(3m^2+7)>0 \Leftrightarrow -m^2+2m+6>0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{7}<m<1+\sqrt{7}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Do $m \in \mathbb{N}$ nên $m \in \{0;1;2;3\}$.

**Câu 14:** Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

**A.** $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3}{4a}$. **C.** $\frac{4a}{3}$. **D.** $\frac{4}{3a}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4}\log_2 3 = \frac{3}{4\log_3 2} = \frac{3}{4a}.$$

**Câu 15:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

**A.** $I = \frac{7}{2}$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = -1$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1$.

**Câu 16:** Xét hình trụ $T$ có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $a$. Tính diện tích toàn phần $S$ của hình trụ.

**A.** $S = 4\pi a^2$. **B.** $S = \pi a^2$. **C.** $S = \frac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ giả thiết suy ra đường sinh của hình trụ là: $l = a$, bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{a}{2}$.

Suy ra $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{a}{2}a + 2\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{2}$.

**Câu 17:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

**A.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **B.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $e^x + 1 + C$. **D.** $e^x + x^2 + C$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x + x)dx = e^x + \frac{x^2}{2} + C$.

**Câu 18:** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

**A.** $1$. **B.** $-7$. **C.** $12$. **D.** $-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Ta có: $\int\limits_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]dx=\int\limits_0^1 f(x)dx-2\int\limits_0^1 g(x)dx=3-2.5=-7$.

**Câu 19:** Khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $a$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng.

**A.** $\frac{16a^3}{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $16a^3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $V_c=\frac{1}{3}.a^2.4a=\frac{4a^3}{3}$.

**Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

**A.** $(3;5;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;4;1)$. **D.** $(1;2;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$

**Câu 21:** Cho $x,y$ là hai số thực thỏa mãn $x^2-1+yi=-1+2i$. Giá trị của $2x+y$ là

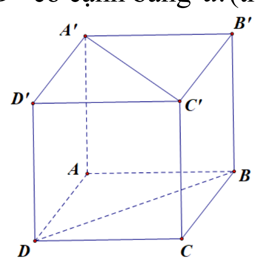
**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $x^2-1+yi=-1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=-1 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow 2x+y=2$.

**Câu 22:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. (tham khảo hình bên)




Khoảng cách giữa hai đường thẳng $BD$ và $A'C'$ bằng

**A.** $a$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì $BD//B'D' \Rightarrow BD//(A'B'C'D')$, do đó

$d(BD,A'C')=d(BD,(A'B'C'D'))=d(B,(A'B'C'D'))=BB'=a.$

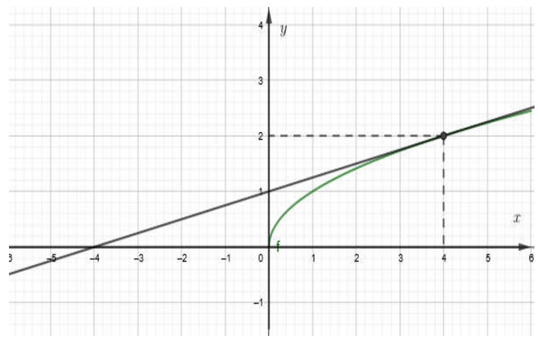
**Câu 23:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=\sqrt{x}$; tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4;2)$ và trục hoành là

**A.** $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

**Lời giải**

**Chọn C**




Hàm số $y=\sqrt{x}$ có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M\left(4;2\right)$ là

$d:y=\dfrac{1}{2\sqrt{4}}(x-4)+2=\dfrac{x}{4}+1$. Và $d$ cắt trục hoành tại $\left(-4;0\right)$. Vẽ đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và đường thẳng $d$ như hình bên.

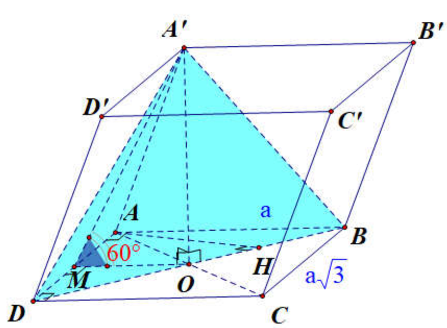
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=\sqrt{x}$; tiếp tuyến với đồ thị tại $M\left(4;2\right)$ và trục hoành là $S=\int\limits_{-4}^{0}\left(\dfrac{x}{4}+1\right)dx+\int\limits_{0}^{4}\left(\dfrac{x}{4}+1-\sqrt{x}\right)dx=\dfrac{8}{3}$.

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a,\ AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu của $A'$ lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm của $AC$ và $BD$. Góc giữa đường hai mặt phẳng $\left(ADD'A'\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng $60°$. Khoảng cách từ điểm $B'$ đến mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ bằng

**A.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Ta có $B'A\cap\left(A'BD\right)=B'A\cap A'B=I$ là trung điểm của $B'A$, nên $d\left(B',\left(A'BD\right)\right)=d\left(A,\left(A'BD\right)\right)$.

Gọi $O, M$ lần lượt là tâm hình chữ nhật $ABCD$ và trung điểm $AD$.

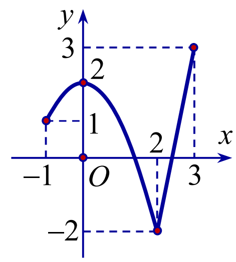
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Khi đó theo giả thiết $A'O\perp(ABCD)$ mà $A'O\subset(A'BD)$ suy ra $(A'BD)\perp(ABCD)$. Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $AH\perp BD$ tại $H$ thì $AH\perp(A'BD)$ (do $BD=(A'BD)\cap(ABCD)$.

Vậy $d(B',(A'BD))=d(A,(A'BD))=AH=\dfrac{AB.AD}{BD}=\dfrac{a.a\sqrt{3}}{2a}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 25:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng




**A.** $4$. **B.** $0$. **C.** $5$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ ta có

$M=\max\limits_{[-1;3]}y=f(3)=3$, $m=\min\limits_{[-1;3]}y=f(2)=-2$

Khi đó $M-m=5$

**Câu 26:** Kí hiệu là $z_0$ nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$.

**A.** $M_2\left(\dfrac{-1}{2};2\right)$. **B.** $M_4\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. **C.** $M_1\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $M_1\left(\dfrac{-1}{4};1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét $4z^2-16z+17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2-\dfrac{i}{2}\\ z=2+\dfrac{i}{2}\end{array}\right.$

NHÓM TOÁN VD – VDC

Do $z_0$ nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=2+\dfrac{i}{2}$

$\Rightarrow w=iz_0=i\left(2+\dfrac{i}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}+2i$

$\Rightarrow M_2\left(\dfrac{-1}{2};2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$

**Câu 27:** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)\left(x+2\right)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

**A.** 1. **B.** $3$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)\left(x+2\right)^3 \Rightarrow f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | + | 0 | – | 0 | + | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↗ | CĐ | ↘ | CT | ↗ | |

Suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực trị

**Câu 28:** Cho mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $A\left(-2;0;0\right), B\left(0;3;0\right), C\left(0;0;-3\right)$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

**A.** $x+y+z+1=0$. **B.** $2x+2y-z-1=0$.

**C.** $3x-2y+2z+6=0$. **D.** $x-2y-z-3=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $A\left(-2;0;0\right), B\left(0;3;0\right), C\left(0;0;-3\right)$ có phương trình là:

$$\left(P\right): \frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-3}=1 \Leftrightarrow 3x-2y+2z+6=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\left(3;-2;2\right).$$

Xét mặt phẳng $2x+2y-z-1=0$ có $\vec{n}=\left(2;2;-1\right)$ nhận thấy $\overrightarrow{n_{(P)}}.\vec{n}=0$ suy ra mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với mặt phẳng $2x+2y-z-1=0$.

**Câu 29:** Cho hình bát diện đều cạnh $3$. Gọi $S$ là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $S=36\sqrt{3}$. **B.** $S=9\sqrt{3}$. **C.** $S=18\sqrt{3}$. **D.** $S=72$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình bát diện đều có $8$ mặt là tam giác đều.

Diện tích mỗi mặt là: $\frac{3^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Vậy tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó là: $8.\frac{9\sqrt{3}}{4}=18\sqrt{3}$.

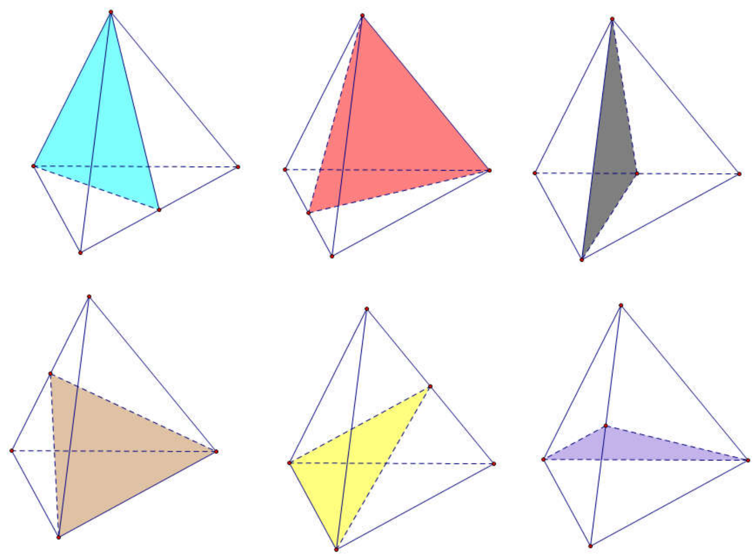
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 30:** Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là

**A.** 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**



Khối tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

**Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(Oxz)$ có phương trình là

**A.** $y=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng $(Oxz)$ có phương trình là: $y=0$.

**Câu 32:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 4.

**A.** 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=-1$ và đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ là:

$x^4-(3m+2)x^2+3m=-1 \Leftrightarrow x^4-(3m+2)x^2+3m+1=0 \ (1)$

$\Leftrightarrow x^4-2x^2+1-3m(x^2-1)=0 \Leftrightarrow (x^2-1)^2-3m(x^2-1)=0$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2-1-3m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ x^2-1-3m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x^2=3m+1 \ (2) \end{array}\right.$.

Đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 4.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có 4 nghiệm phân biệt nhỏ hơn 4.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

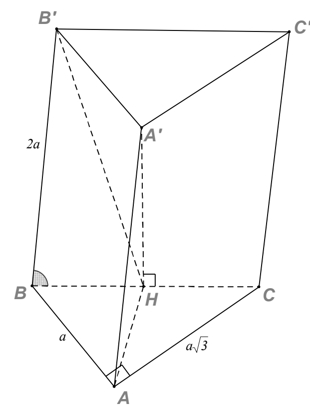
$\Leftrightarrow$ Phương trình $(2)$ có $2$ nghiệm phân biệt nhỏ hơn $4$ và khác $\pm 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1>0 \\ 3m+1<16 \\ 3m+1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3}<m<5 \\ m\neq 0 \end{cases}.$$

Mặt khác, do $m\in\mathbb{Z}$ nên ta có: $m\in\{1;2;3;4\}$.

**Câu 33:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=a,\ AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu của $A'$ lên mặt phẳng $(ABC)$ là trung điểm $H$ của $BC$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $AA'$ và $B'C'$.

**A.** $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.




**Lời giải**

**Chọn D**

Trong tam giác vuông $ABC$ ta có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2a\Rightarrow AH=BH=a$.

Trong tam giác vuông $A'AH$ ta có: $A'H=\sqrt{A'A^2-AH^2}=a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông $A'B'H$ ta có: $B'H=\sqrt{B'A'^2+A'H^2}=2a$.

Vì $AA'//BB'$ và $BC//B'C'$ nên $(AA',C'B')=(BB',BC)=\widehat{B'BH}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác $B'BH$ ta có:

$$\cos\widehat{B'BH}=\frac{B'B^2+BH^2-B'H^2}{2.B'B.BH}=\frac{4a^2+a^2-4a^2}{2.2a.a}=\frac{1}{4}.$$

**Câu 34:** Cho dãy số $(U_n)$ thỏa $\ln u_1+\sqrt{2+\ln u_1-2\ln u_{10}}=2\ln u_{10}$ và $u_{n+1}=2.u_n,\forall n\geq 1$.Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>e^{100}$ bằng.

**A.** $162$. **B.** $163$. **C.** $164$. **D.** $161$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì $u_{n+1}=2.u_n,\forall n\geq 1$ nên $(U_n)$ là một cấp số nhân có công bội q=2.

Đặt $a=\ln u_1;b=\ln u_{10}$,khi đó

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

$\ln u_1+\sqrt{2+\ln u_1-2\ln u_{10}}=2\ln u_{10}\Leftrightarrow a+\sqrt{2+a-2b}=2b\Leftrightarrow\begin{cases}2+a-2b=(2b-a)^2\\(2b-a)>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(2b-a)^2+(2b-a)-2=0\\2b-a>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2b-a=1\\2b-a=-2\,(loai)\end{array}\right.$

$\Rightarrow 2\ln u_{10}-\ln u_1=1\Leftrightarrow 2\ln\left(u_1.2^9\right)-\ln u_1=1\Leftrightarrow 2\ln u_1+\ln 2^{18}-\ln u_1=1$

$\Leftrightarrow \ln u_1=\ln\dfrac{e}{2^{18}}\Leftrightarrow u_1=\dfrac{e}{2^{18}}$.

Ta có $u_n>e^{100}\Leftrightarrow e.2^{n-18}>e^{100}\Leftrightarrow n-18>\log_2\left(e^{99}\right)\Leftrightarrow n>18+\log_2\left(e^{99}\right)\approx 160,82$.

Vậy GTNN của n là 161.

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 35:** Cho đa giác đều $(H)$ có 20 đỉnh. Lấy tùy ý ba đỉnh của $(H)$, tính xác suất để ba đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho không có cạnh nào là cạnh của $(H)$.

**A.** $\dfrac{7}{114}$. **B.** $\dfrac{3}{38}$.

**C.** $\dfrac{5}{114}$. **D.** $\dfrac{7}{57}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số tam giác được tạo thành từ 20 đỉnh là: $C_{20}^3\Rightarrow n(\Omega)=C_{20}^3$.

Gọi A là biến cố tam giác chọn được là một tam giác vuông sao cho không có cạnh nào là cạnh của $(H)$.

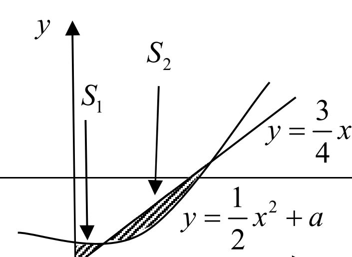
Để tạo thành một tam giác vuông thì cạnh huyền phải là đường chéo đi qua tâm của $(H)$. Mà có 10 đường chéo đi qua tâm nên số các tam giác vuông lấy từ các đỉnh của $(H)$ là 10.18=180.

Trong đó có 10.4 tam giác vuông có cạnh trùng với cạnh của $(H)$.

Vậy $n(A)=180-40=140\Rightarrow P(A)=\dfrac{140}{C_{20}^3}=\dfrac{7}{57}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 36:** Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ ($a$ là tham số thực dương). Gọi $S_1,S_2$ lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì $a$ thuộc khoảng nào dưới đây?



**A.** $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$ **C.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}x^2+a \Leftrightarrow 2x^2-3x+4a=0\,(*)$.

Ta có đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương nên phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9-32a>0\\ 2a>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{32}$.

Gọi hai nghiệm phân biệt của $(*)$ là $x_1<x_2$.

Ta có:

$$S=\int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a\right)dx=\left.\left(\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{8}x^2+ax\right)\right|_0^{x_1}=\frac{1}{6}x_1^3-\frac{3}{8}x_1^2+ax_1$$

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x-a\right)dx=\left.\left(-\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{8}x^2-ax\right)\right|_{x_1}^{x_2}$$
$$=\left(-\frac{1}{6}x_1^3+\frac{3}{8}x_1^2-ax_2\right)+\left(\frac{1}{6}x_1^3-\frac{3}{8}x_1^2+ax_1\right)$$

Do $S_1=S_2$ nên

$$\frac{1}{6}x_1^3-\frac{3}{8}x_1^2+ax_1=\left(-\frac{1}{6}x_1^3+\frac{3}{8}x_1^2-ax_2\right)+\left(\frac{1}{6}x_1^3-\frac{3}{8}x_1^2+ax_1\right)$$
$$\frac{1}{6}x_2^3-\frac{3}{8}x_2^2+ax_2=0 \Leftrightarrow 4x_2^2-9x_2+24a=0$$

Do $x_2$ là nghiệm của phương trình $(*)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}2x_2^2-3x_2+4a=0\\ 4x_2^2-9x_2+24a=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x_2^2-3x_2+4a=0\\ 16a-3x_2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2.\frac{256}{9}a^2-16a+4a=0\\ x_2=\frac{16a}{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{512}{9}a^2-12a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\ a=\frac{27}{128}\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện của a nên ta có $a=\frac{27}{128}\in\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$

NHÓM TOÁN VD – VDC

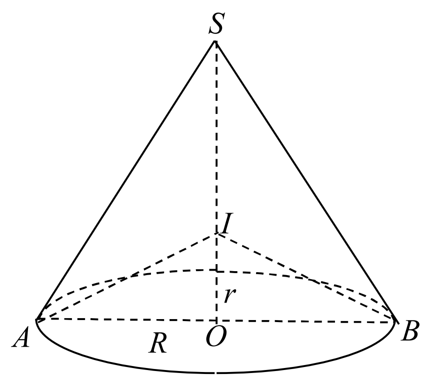
NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 37:** Cho hình nón $(N)$ có đường sinh tạo với đáy một góc $60^0$. Mặt phẳng qua trục của $(N)$ cắt $(N)$ được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích $V$ của khối nón giới hạn bởi $(N)$.

**A.** $V=9\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=9\pi$. **D.** $V=3\sqrt{3}\pi$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Do $SA=SB$ và $SA$ tạo với đáy một góc $60^0$ nên $\Delta SAB$ tam giác đều. Đặt

$$SA=AB=a\Rightarrow r=IO=\frac{\sqrt{3}a}{6}=1\Rightarrow a=2\sqrt{3}$$

Do đó $R=\frac{AB}{2}=\sqrt{3};h=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=3\Rightarrow V_{(N)}=\frac{1}{3}\pi R^2h=3\pi$.

**Câu 38:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thõa mãn $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

**A.** $-1$. **B.** $-\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{17}{4}$. **D.** $-\frac{17}{20}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x\Leftrightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$.

$$\Rightarrow\int\limits_{-1}^{0}x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{0}xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}(-x^{11}+x^7-2x^2)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0}f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0}f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=\frac{-17}{24}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0}f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0}f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=\frac{-17}{24}\Rightarrow-\frac{1}{6}\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{17}{24}\Rightarrow\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x=\frac{17}{4}$$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 39:** Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ ($m$ là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để phương trình có đúng $2$ nghiệm phân biệt.

**A.** $47$. **B.** $48$. **C.** $49$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 7^x-m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 7^x\ge m \end{cases}$.

Với m nguyên dương ta có:

$$\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ \sqrt{7^x-m}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{-\frac{5}{4}} \\ x=\log_7 m \end{array}\right. .$$

Để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt có 2 trường hợp:

**TH1:** $2>\log_7 m\ge 2^{-\frac{5}{4}} \Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}}\le m<7^2$.

Trường hợp này $m\in\{3;4;5;...;48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của $m$.

**TH2:** $\log_7 m=0 \Leftrightarrow m=1$. Trường hợp này có 1 giá trị của m thỏa mãn.

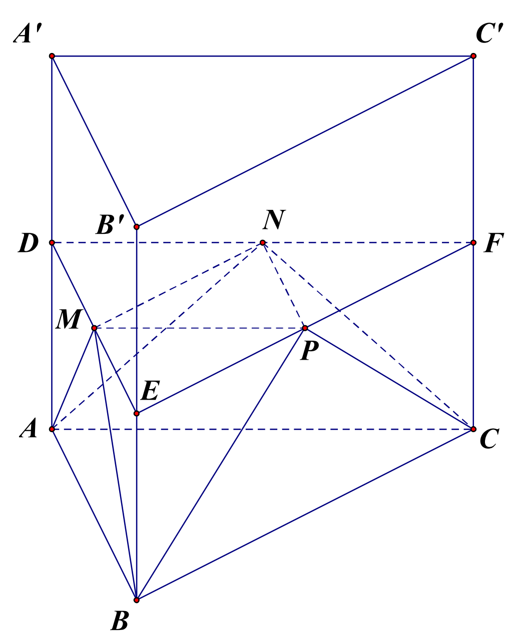
Vậy có tất cả $47$ giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

**Câu 40:** Cho lăng trụ *ABC.A'B'C'* có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi *M, N, P* lần lượt là tâm của các mặt bên *ABB'A'*, *ACC'A'*, *BCC'B'*. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm *A, B, C, M, N, P* bằng:

**A.** $7\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABCA'B'C'} = S_{ABC}.d\left(A',(ABC)\right) = \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}.6 = 24\sqrt{3}$.

Gọi $D, E, F$ lần lượt là trung điểm của $AA', BB', CC'$.

Khi đó $V_{ABCMNP} = V_{ABCDEF} - \left(V_{ADMN} + V_{BEMP} + V_{CFNP}\right)$.

Ta có: $V_{ABCMNP} = \dfrac{1}{2}V_{ABCA'B'C'}$

$V_{ADMN} = V_{BEMP} = V_{CFNP} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}S_{ABC}.\dfrac{1}{2}d\left(A',(ABC)\right) = \dfrac{1}{24}V_{ABCA'B'C'}$

Vậy $V_{ABCMNP} = \dfrac{1}{2}V_{ABCA'B'C'} - 3.\dfrac{1}{24}V_{ABCA'B'C'} = \dfrac{3}{8}V_{ABCA'B'C'} = \dfrac{3}{8}.24\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$.

**Câu 41:** Cho đồ thị $(C): y = x^3 + 3x^2 + 1$. Gọi $A_1(1;5)$ là điểm thuộc $(C)$. Tiếp tuyến của $(C)$ tại $A_1$ cắt $(C)$ tại $A_2$, tiếp tuyến của $(C)$ tại $A_2$ cắt $(C)$ tại $A_3$., tiếp tuyến của $(C)$ tại $A_n$ cắt $(C)$ tại $A_{n+1}$. Tìm số nguyên dương $n$ nhỏ nhất sao cho $A_n$ có hoành độ lớn hơn $2^{2018}$.

**A.** $2^{2017}$. **B.** $2019$. **C.** $2018$. **D.** $2^{2018}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Với mỗi số tự nhiên $n \ge 1$, đặt $x_n$ là hoành độ của điểm $A_n$.

Phương trình tiếp tuyến tại $A_n$ là: $(d_n): y = \left(3x_n^2 + 6x_n\right)\left(x - x_n\right) + x_n^3 + 3x_n^2 + 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và $(d_n)$ là:

$x^3 + 3x^2 + 1 = \left(3x_n^2 + 6x_n\right)\left(x - x_n\right) + x_n^3 + 3x_n^2 + 1$

$\Leftrightarrow \left(x - x_n\right)^2\left(x + 2x_n + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_n \\ x = -2x_n - 3 \end{array}\right.$

Suy ra $x_{n+1} = -2x_n - 3,\ \forall n \ge 1$.

Đặt $t_n = x_n + 1,\ \forall n \ge 1$. Khi đó:

$t_{n+1} = x_{n+1} + 1 = -2x_n - 3 + 1 = -2\left(t_n - 1\right) - 2 = -2t_n$, $\forall n \ge 1$.

Do đó dãy $\left(t_n\right)$ là một cấp số nhân có $t_1 = x_1 + 1 = 1 + 1 = 2$ và công bội $q = -2$.

Suy ra $t_n = 2.(-2)^{n-1} = -(-2)^n \Rightarrow x_n = -(-2)^n + 1$, $\forall n \ge 1$.



NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Để $x_n > 2^{2018}$ thì $n$ là số lẻ và $n > 2018$.

Vậy số nguyên dương $n$ nhỏ nhất sao cho $A_n$ có hoành độ lớn hơn $2^{2018}$ là $n = 2019$.

**Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4), B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2x - 8 = 0$. Xét điểm $M$ thay đổi thuộc $(P)$, giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng:

**A.** 108. **B.** 105. **C.** 145. **D.** 135.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $I$ là điểm thoả mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow I(-1;1;1)$.

Khi đó ta có $2MA^2 + 3MB^2 = 2IA^2 + 3IB^2 + 5IM^2 = 2\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 3\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 5IM^2 = 90 + 5IM^2$.

Để $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM_{\min} = d(I,d) = 3$.

Vậy $\left(2MA^2 + 3MB^2\right)_{\min} = 90 + 5.3 = 105$.

**Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng qua $A$, vuông góc với d và cắt trục $Ox$ có phương trình là

**A.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(x;0;0)$.

Ta có $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2.(x-1) + 1.(-2) - 2.(-3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{AB} = (-2;-2;-3) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

**Câu 44:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị $(C)$. Trên $(C)$ lấy hai điểm phân biệt $A, B$ sao cho tiếp tuyến tại $A, B$ có cùng hệ số góc $k$ và ba điểm $O, A, B$ thẳng hàng. Mệnh đề nào dưới đâu là đúng?

**A.** $8 < k < 12$. **B.** $0 < k < 3$. **C.** $-3 < k < 0$. **D.** $4 < k < 8$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử $A(a; a^3 - 3a^2 + 3), B(b; b^3 - 3b^2 + 3), a \neq b$.

Theo giả thiết $y'(a) = y'(b) = k$, suy ra

$3a^2 - 6a = 3b^2 - 6b \Leftrightarrow (a-b)(a+b-2) = 0 \Leftrightarrow a + b = 2$ (do $a \neq b$).

Khi đó $k = \dfrac{y'(a) + y'(b)}{2} = \dfrac{3(a^2 + b^2) - 6(a+b)}{2} = \dfrac{3(a+b)^2 - 6ab - 6(a+b)}{2} = -3ab$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Do ba điểm $O, A, B$ thẳng hàng nên $b\left(a^3-3a^2+3\right)=a\left(b^3-3b^2+3\right)$

$\Leftrightarrow ab\left(a^2-b^2\right)-3ab\left(a-b\right)-3\left(a-b\right)=0$

$\Leftrightarrow ab\left(a+b\right)-3ab-3=0$ (do $a\neq b$).

$\Leftrightarrow ab=-3$ (do $a+b=2$).

Vậy $k=-3ab=9$.

**Câu 45:** Một chất điểm $A$ xuất phát từ $O$, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v\left(t\right)=\dfrac{1}{180}t^2+\dfrac{11}{18}t\left(m/s\right)$, trong đó $t$ (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc $A$ bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm $B$ cũng xuất phát từ $O$, chuyển động thẳng cùng hướng với $A$ nhưng chậm hơn $5$ giây so với $A$ và có gia tốc bằng $a\left(m/s^2\right)$ ($a$ là hằng số). Sau khi $B$ xuất phát được $10$ giây thì đuổi kịp $A$. Vận tốc của $B$ khi đuổi kịp $A$ bằng

**A.** $10\left(m/s\right)$. **B.** $7\left(m/s\right)$. **C.** $15\left(m/s\right)$. **D.** $22\left(m/s\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khi $B$ đuổi kịp $A$, $A$ chuyển động được $15s$ nên quảng đường $A$ đi được là

$$s=\int_0^{15}v\left(t\right)dt=\int_0^{15}\left(\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}\right)dt=75\left(m\right).$$

Vận tốc của $B$ là $v_B\left(t\right)=\int adt=at+C$. Do $v_B\left(0\right)=0$ nên $C=0$, tức là $v_B\left(t\right)=at$.

Do sau khi chuyển động được $10s$ thì $B$ đuổi kịp $A$ nên

$$\int_0^{10}atdt=75\Leftrightarrow \left.\frac{at^2}{2}\right|_0^{10}=75\Leftrightarrow 50a=75\Leftrightarrow a=\frac{3}{2}.$$

Vận tốc của $B$ khi đuổi kịp $A$ là $v_B\left(10\right)=\dfrac{3}{2}.10=15\left(m/s\right)$.

**Câu 46:** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $7,5\%$/ năm. Biết rằng nấu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

**A.** $9$ năm. **B.** $12$ năm. **C.** $11$ năm. **D.** $10$ năm.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi A là số tiền gửi ban đầu. Theo đề bài ta có $A(1+7,5\%)^n=2A\Rightarrow n=\log_{1+7,5\%}2\approx 9,58$

**Câu 47:** Xét các số thực dương $a,b,x,y$ thoả mãn $a>1,b>1$ và $a^{x-1}=b^y=\sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

**A.** $(11;13)$. **B.** $(1;2)$.. **C.** $(7;9]$. **D.** $[5;7)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Ta có $a^{x-1}=a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}=b^{y}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{4}{3}+\dfrac{1}{3}\log_a b\\ y=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\log_a b\end{cases}.$

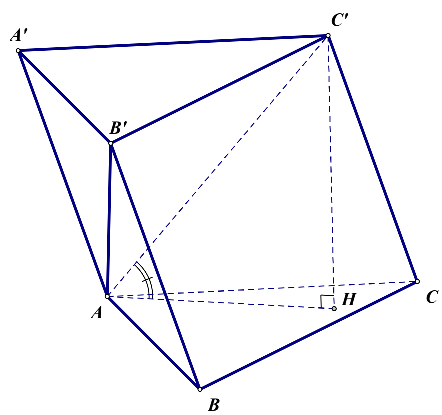
Vậy $P=3x+4y=\dfrac{16}{3}+\log_a b+\dfrac{4}{3}\log_b a\ge\dfrac{16}{3}+\dfrac{4}{\sqrt{3}}\approx 7,64$

**Câu 48:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $A$, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết $AC'$ tạo với mặt phẳng $(ABC)$ một góc $60^0$ và $AC'=4$. Tính thể tích $V$ của khối đa diện $ABCB'C'$.

**A.** $V=\dfrac{16}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{8}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A'$ trên $(ABC)$.

$\Rightarrow\left(\widehat{AC';(ABC)}\right)=\left(\widehat{AC';AH}\right)=\widehat{HAC'}=60^0$.

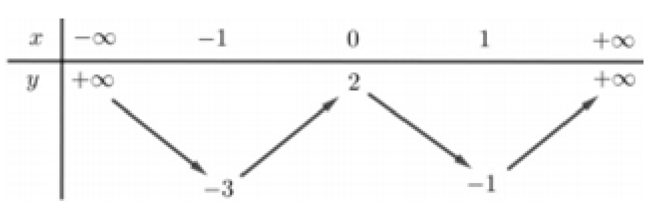
Diện tích tam giác $ABC$ là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=4$

$\sin\widehat{HAC'}=\dfrac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=AC'\sin 60^0=2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.C'H=8\sqrt{3}$.

Thể tích khối đa diện $ABCB'C'$ là $V=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=V_{ABC.A'B'C'}-\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 49:** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ là




Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

**A.** $7$. **B.** $9$. **C.** $5$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=f'\left(x^2-2x\right).\left(2x-2\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\ \ (*)\end{array}\right..$$

$2x-2=0\Leftrightarrow x=1$.

$$(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2-2x=a\in\left(-\infty;-1\right) & (1)\\ x^2-2x=b\in\left(-1;0\right) & (2)\\ x^2-2x=c\in\left(0;1\right) & (3)\\ x^2-2x=d\in\left(1;+\infty\right) & (4)\end{array}\right..$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)=x^2-2x$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên trên, suy ra $(1)$ vô nghiệm, $(2)$ có hai nghiệm phân biệt, $(3)$ có hai nghiệm phân biệt và $(4)$ và các nghiệm khác nhau.

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có $7$ điểm cực trị.

**Câu 50:** Xét các số phức $z$ thỏa mãn $\left(z+2i\right)\left(\overline{z}+2\right)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức $z$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

**A.** $\left(1;-1\right)$. **B.** $\left(-1;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(1;1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử $z=x+yi\ \left(x;y\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có $\left(z+2i\right)\left(\overline{z}+2\right)=\left(x+yi+2i\right)\left(x-yi+2\right)$

$=x^2+y^2+2x+2y+\left(2x+2y+4\right)i$.

Vì $\left(z+2i\right)\left(\overline{z}+2\right)$ là số thuần ảo, suy ra $x^2+y^2+2x+2y=0\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(y+1\right)^2=2$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức $z$ là đường tròn có tâm $I\left(-1;-1\right)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

----------HẾT----------

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC