

TRÍCH TỪ BÀI GIẢNG KHÓA PEN – M – 2016

BÀI 1. TƯ DUY GIẢI NHANH HÌNH HỌC OXY QUA CÁC MÔ HÌNH ĐIỂM

Chúng ta đều biết phần hình học phẳng Oxy là mảng thường gây khó dễ cho học sinh, khi bạn muốn vượt qua ngưỡng 8 điểm thì bạn buộc phải chinh phục được nó. Và một câu hỏi mà phần lớn các bạn sẽ đặt ra “làm thế nào để lấy chọn điểm câu hỏi này trong đề thi ?”. Chọn 1 phương pháp tiếp cận khoa học là chìa khóa để trả lời chính xác câu hỏi này. Bạn có thể hình dung việc giải bài toán Oxy, giống như bạn phải tìm đúng con đường để về đích và chọn một con đường ngắn nhất luôn là điều chúng ta muốn hướng tới. Để làm tốt được điều này, trên hành trình tìm ra đích đến, chúng ta thường nhớ tới các mốc, những địa điểm dễ nhớ gắn liền với đích đến. Và trong **CHUYÊN ĐỀ OXY** của khóa học **PENM** - thầy sẽ thiết kế dựa trên ý tưởng đó, bằng cách tiếp cận thông qua các “5 mô hình điểm”. Đây là các mô hình điểm cốt lõi, là “linh hồn” để tạo ra các bài toán hình học Oxy. Nghĩa là khi các bạn đã nắm được các mô hình điểm này, nó giống như bạn đang có trong tay chiếc bút đồ, sẽ giúp bạn có những định hướng chính xác trong việc tư duy, liên kết và khai thác các dữ kiện hợp lí để đưa ra đáp số chính xác cho bài toán. Vì vậy việc phân loại một cách rời rạc, thông qua việc học các hình như: hình bình hành, hình thang, hình thoi, hình chữ nhật hay hình vuông là không cần thiết vì nó chỉ mang tính hình thức. Mong rằng với cách tiếp cận này trong khóa học, sẽ tháo gỡ được những “rào cản” mà các bạn đã gặp phải trước đó. Trong bài học hôm nay chúng ta sẽ bắt đầu tìm hiểu 3 mô hình điểm đầu tiên:

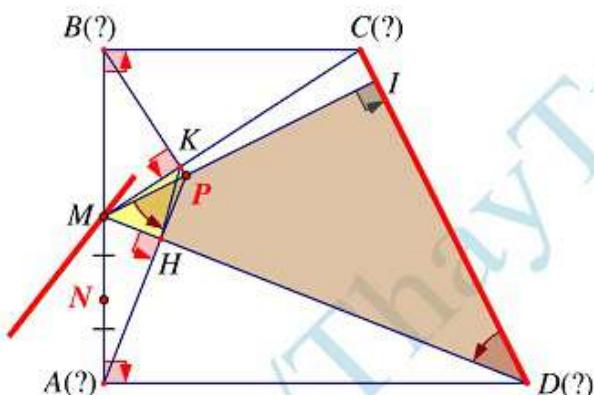
Mô Hình	Minh Họa	Chú thích	Nghiệm Hình (Số điểm M)	Chú ý
1		Tìm tọa độ điểm M biết: $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{M\}$	1	Một trong 2 đường thẳng Δ_1, Δ_2 chưa biết, ta phải đi viết.
2		Tìm tọa độ điểm M biết: $\begin{cases} M \in \Delta \\ d(M, \Delta') = h \neq 0 \end{cases}$	2	Thường trong đề yêu tố h, Δ sẽ chưa biết, ta cần cắt nghĩa dữ kiện bài toán để tìm h và Δ .
3		Tìm tọa độ điểm M biết: $\begin{cases} M \in \Delta \\ MI = R \\ (M \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ trên } \Delta) \end{cases}$	2 1	Một trong 3 yếu tố I, R, Δ chưa biết thì ta cần cắt nghĩa dữ kiện bài toán để tìm đủ I, R, Δ .

CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. (Đề thi thử - Trường THPT Cù Huy Cận – Hà Tĩnh). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có phương trình cạnh CD là $3x - y - 14 = 0$. Điểm M là trung điểm của AB , điểm $N\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của MA . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên MD và MC . Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$ biết điểm M nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$, hai đường thẳng AH và BK cắt nhau tại điểm $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Phân tích tìm ra hướng giải: (trong bài giảng)

Giải



*) Trước tiên ta sẽ chứng minh $MP \perp CD$. Thật vậy:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $\begin{cases} MA^2 = MH \cdot MD \\ MB^2 = MK \cdot MC \end{cases}$, kết hợp $MA = MB \Rightarrow MH \cdot MD = MK \cdot MC$.

Suy ra $\frac{MK}{MD} = \frac{MH}{MC} \Rightarrow \Delta MKH \sim \Delta MDC \Rightarrow \widehat{MKH} = \widehat{MDC}$ (1)

Mặt khác, $MKPH$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì $MKP + MHP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MKH} = \widehat{MPH}$) (2)
Gọi I là giao điểm của MP và CD .

Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{MDC} = \widehat{MPH} \Rightarrow \widehat{MDC} + \widehat{IPH} = \widehat{MPH} + \widehat{IPH} = 180^\circ \Rightarrow DIPH$ nội tiếp đường tròn
Suy ra $\widehat{PID} = 180^\circ - \widehat{PHD} = 90^\circ \Rightarrow MP \perp CD$.

*) Khi đó MP đi qua $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ và vuông góc với $CD: 3x - y - 14 = 0$ nên có phương trình: $x + 3y + 2 = 0$.

Suy ra tọa độ tọa độ điểm $\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1) \Rightarrow A(-1; -2)$.

Do M là trung điểm của AB nên suy ra $B(3; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 2) = 2(2; 1)$, suy ra phương trình $BC: 2x + y - 6 = 0$ và $AD: 2x + y + 4 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ 3x - y - 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow C(4; -2)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y+4=0 \\ 3x-y-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-8 \end{cases} \Rightarrow D(2;-8)$.

Vậy $A(-1;-2), B(3;0), C(4;-2), D(2;-8)$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông cân tại A có I là trung điểm của BC . Biết M là trung điểm của BI và nằm trên đường thẳng Δ có phương trình $2x+y-7=0$. Gọi N là điểm thuộc đoạn IC sao cho $NC=2NI$ và AN có phương trình $x-y-2=0$. Tìm tọa độ điểm M biết $AM=\frac{15}{2}$.

Phân tích tìm ra hướng giải: (trong bài giảng)

Giải:

Do tam giác ABC vuông cân nên ta có $AI \perp BC$ và $IA=IB=IC$, khi đó:

$$\begin{cases} \tan A_1 = \frac{IM}{IA} = \frac{IM}{IB} = \frac{1}{2} \\ \tan A_2 = \frac{IN}{IA} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan \widehat{MAN} = \tan(A_1 + A_2) = \frac{\tan A_1 + \tan A_2}{1 - \tan A_1 \cdot \tan A_2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow \widehat{MAN} = 45^\circ$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên AN

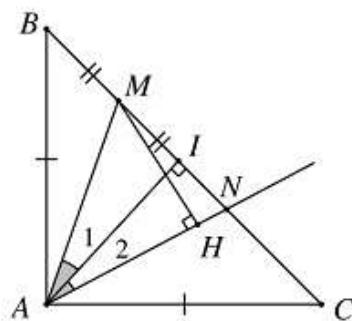
Suy ra tam giác MHA vuông cân tại H nên ta có:

$$MH = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{15}{2\sqrt{2}}$$

Do $M \in \Delta \Rightarrow M(t; 7-2t)$, khi đó:

$$\begin{aligned} d(M, AN) = AH &\Leftrightarrow \frac{|t-(7-2t)-2|}{\sqrt{2}} = \frac{15}{2\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow 2|t-3|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{11}{2} \\ t=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(\frac{11}{2}; -4\right) \\ M\left(\frac{1}{2}; 6\right) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $M\left(\frac{11}{2}; -4\right)$ hoặc $M\left(\frac{1}{2}; 6\right)$.



Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;0)$. Đường thẳng Δ có phương trình $3x+y=0$ đi qua C và chỉ có một điểm chung C với hình bình hành, cắt đường kéo BD . Gọi $H\left(-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right)$, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, D lên Δ . Diện tích hình thang $BHKD$ bằng $\frac{24}{5}$.

Đường thẳng BD và Δ cắt nhau tại điểm $M(-2;6)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$ biết K có hoành độ dương.

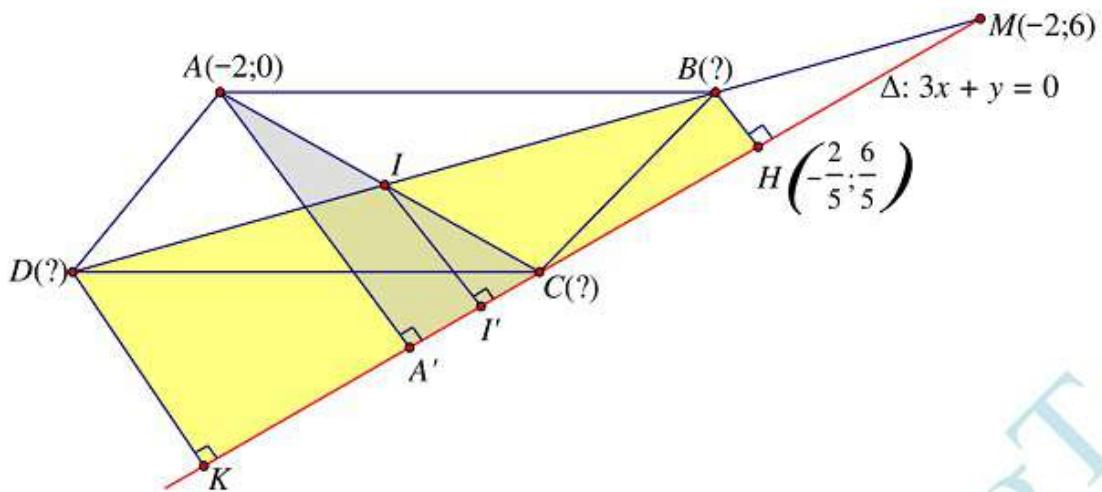
Phân tích tìm ra hướng giải: (trong bài giảng)

Giải:

Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$ và A', I' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, I lên Δ .

Khi đó I' là đường trung bình trong cả hình thang $BHKD$ và tam giác $AA'C$.

Do đó ta có: $BH + DK = 2I' = AA' = d(A, \Delta) = \frac{6}{\sqrt{10}}$



$$\text{Lúc đó } S_{BHDK} = \frac{(BH + DK) \cdot HK}{2} \Rightarrow HK = \frac{2 \cdot S_{BHDK}}{BH + DK} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{24}{\sqrt{10}}}{\frac{6}{\sqrt{10}}} = \frac{8\sqrt{10}}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{Gọi } K(t; -3t) \in \Delta \text{ với } t > 0, \text{ khi đó : } HK^2 = \frac{128}{5} \Leftrightarrow \left(t + \frac{2}{5} \right)^2 + \left(3t + \frac{6}{5} \right)^2 = \frac{128}{5} \\ \Leftrightarrow 5t^2 + 4t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{5} \text{ hoặc } t = -2 \text{ (loại)} \Rightarrow K\left(\frac{6}{5}; -\frac{18}{5}\right). \end{aligned}$$

Khi đó phương trình KD : $x - 3y - 12 = 0$ và BH : $x - 3y + 4 = 0$

Cách 1: Ta có I' là trung điểm của $HK \Rightarrow I'\left(\frac{2}{5}; -\frac{6}{5}\right)$, suy ra phương trình $II': x-3y-4=0$

Gọi $I(3m+4; m) \in II'$, suy ra $C(6m+12; 2m)$ (do I là trung điểm của AC).

$$\text{Mặt khác, } C \in \Delta \Rightarrow 3.(6m+12) + 3.2m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

BD đi qua $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ và $M(-2; 6)$ nên có phương trình: $5x + y + 4 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm D là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 5x + y + 4 = 0 \\ x - 3y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow D(0; -4)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 5x + y + 4 = 0 \\ x - 3y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 1).$

Cách 2:

$$\text{Gọi } D(3d+12; d) \text{ và } B(3b-4; b) \Rightarrow I\left(\frac{3b+3d+8}{2}; \frac{b+d}{2}\right) \Rightarrow C(3b+3d+10; b+d)$$

Do $C \in \Delta \Rightarrow 3.(3b+3d+10)+b+d=0 \Leftrightarrow d=-b-3 \Rightarrow \begin{cases} B(3b-4;b) \\ D(-3b+3;-b-3) \end{cases}$. Ta có $\begin{cases} \overline{MB} = (3b-2;b-6) \\ \overline{MD} = (-3b+5;-b-9) \end{cases}$

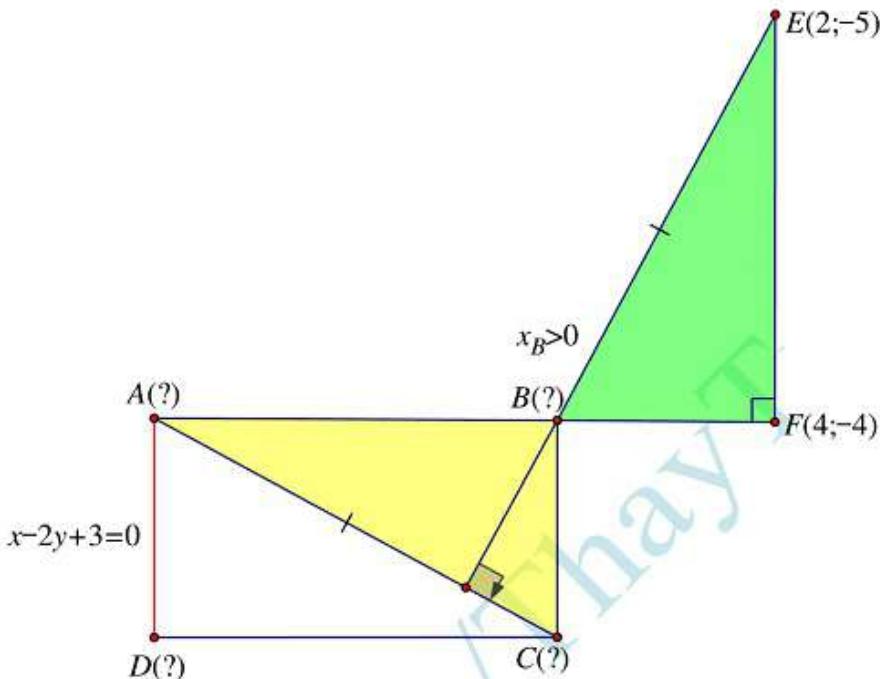
$$\text{Do } M \in BD \text{ nêu: } (3b-2)(-b-9) = (b-6)(-3b+5) \Leftrightarrow 48b = 48 \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow \begin{cases} B(-1;1) \\ D(0;-4) \end{cases} \Rightarrow C(1;-3)$$

Vậy $B(-1; 1)$, $C(1; -3)$, $D(0; -4)$.

Ví dụ 4. (*Sở GD – Bắc Giang – 2016*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình $AD: x - 2y + 3 = 0$. Trên đường thẳng đi qua B và vuông góc với đường chéo AC lấy điểm E sao cho $BE = AC$ (B và E nằm về hai phía só với đường thẳng AC). Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm $E(2; -5)$, đường thẳng AB đi qua điểm $F(4; -4)$.

Phân tích tìm ra hướng giải: (trong bài giảng)

Giải:



Ta có AB đi qua $F(4; -4)$ và vuông góc với $AD: x - 2y + 3 = 0$ nên AB có phương trình: $2x + y - 4 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{EF} = (2; 1)$ cùng phương với vecto chỉ phương của AD là: $\overrightarrow{u_{AD}} = (2; 1)$, suy ra $EF // AD$

Suy ra $EF \perp BF$. Khi đó $\begin{cases} AC = EB \\ \widehat{ACB} = \widehat{EBF} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta EFB$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow AB = EF = \sqrt{5}$.

Ta có $B \in AB \Rightarrow B(b; 4 - 2b)$, với $b > 0$.

Khi đó: $AB^2 = 5 \Leftrightarrow (b - 1)^2 + (2b - 2)^2 = 5 \Leftrightarrow (b - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 2 \end{cases} \xrightarrow{b > 0} B(2; 0)$.

Suy ra phương trình BC (đi qua $B(2; 0)$ và song song với AD) là: $x - 2y - 2 = 0$.

Ta có AC đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với BE (phương trình BE là: $x = 2$) nên có phương trình $y = 2$.

Khi đó tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 2 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow C(6; 2)$.

Do CD đi qua C và vuông góc với AD nên có phương trình: $2x + y - 14 = 0$

Khi đó tọa độ điểm D là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y - 14 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(5; 4)$.

Vậy $A(1; 2), B(2; 0), C(6; 2), D(5; 4)$.



BÀI TẬP LUYỆN THÊM

Bài 1 (B – 2004). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Bài 2 (A – 2011). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x+y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi I là tâm của (C) , M là điểm thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A , B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M , biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10.

Bài 3. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-20=0$ và điểm $A(4;2)$. Gọi d là tiếp tuyến tại A của (C) . Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm I của (C) và Δ cắt d tại M sao cho tam giác AIM có diện tích bằng 25 và M có hoành độ dương.

Bài 4 (B – 2002). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x-2y+2=0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D biết rằng A có hoành độ âm.

Bài 5. (B – 2009 – NC). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$. Xác định tọa độ các điểm B và C , biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$, có BD nằm trên đường thẳng có phương trình $x+y-3=0$, điểm $M(-1;2)$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(2;-2)$ thuộc đường thẳng AD . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết điểm B có hoành độ dương.

Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình $AD: 2x+y-1=0$, điểm $I(-3;2)$ thuộc đoạn BD sao cho $IB = 2ID$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết D có hoành độ dương và $AD = 2AB$.

Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A là $3x-y+5=0$, trực tâm $H(-2;-1)$ và $M\left(\frac{1}{2};4\right)$ là trung điểm của cạnh AB . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết $BC = \sqrt{10}$ và B có hoành độ nhỏ hơn hoành độ của C .

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Biết tọa độ $B(3;3), C(5;-3)$. Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x+y-3=0$. Xác định tọa độ còn lại của hình thang $ABCD$ để $CI = 2BI$, tam giác ABC có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.

Bài 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang vuông $ABCD$ có $\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$. Phương trình các đường thẳng AC và DC lần lượt là $x+2y=0$ và $x-y-3=0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$, biết trung điểm cạnh AD là $M\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Bài 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;1)$, $B(4;5)$. Tìm I của hình bình hành thuộc đường thẳng $x+y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh C, D biết rằng diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng 9.

Bài 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$ và hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;-2)$. Trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $\Delta: 3x-y-8=0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;2)$. Trung tuyến CM ($M \in AB$) và đường cao BH ($H \in AC$) lần lượt có phương trình $5x+7y-20=0$ và $5x-2y-4=0$. Viết phương trình cạnh BC .

Bài 14 (D – 2007). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

Bài 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A với $BC = 4\sqrt{2}$. Các đường thẳng AB và AC lần lượt đi qua các điểm $M\left(1; -\frac{5}{3}\right)$ và $N\left(0; \frac{18}{7}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết đường cao AH có phương trình $x + y - 2 = 0$ và điểm B có hoành độ dương.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $C(3; -1)$, đường thẳng chứa BD và đường thẳng chứa đường phân giác của góc \widehat{DAC} lần lượt có phương trình là $x - 4y + 2 = 0$ và $x + y - 4 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành trên.

Bài 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $D(-6; -6)$. Đường trung trực của đoạn DC có phương trình là $2x + 3y + 17 = 0$ và đường phân giác của góc BAC có phương trình $5x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.

Bài 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của AB . Đường thẳng CM có phương trình $5x - 7y - 20 = 0$ và $K\left(\frac{11}{6}; -\frac{7}{6}\right)$ là trọng tâm của tam giác ACM . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm nằm trên đường thẳng $2x + 4y + 7 = 0$ và có bán kính bằng $\frac{5}{\sqrt{2}}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết A và C có tọa độ nguyên.

Bài 19. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(1; 2)$ và có trực tâm H thuộc đường thẳng $\Delta: x - 4y - 5 = 0$. Biết đường thẳng AB có phương trình $2x + y - 14 = 0$ và khoảng cách từ C tới AB bằng $3\sqrt{5}$. Tìm tọa độ điểm C biết hoành độ điểm C nhỏ hơn 2.

Bài 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 = 25$ ngoại tiếp tam giác ABC có tọa độ chân đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $M(1; 3), N(2; 3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết A có tung độ âm.

Bài 21. (Đề minh họa THPT Quốc Gia – BGD - 2015). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác OAB có các đỉnh A và B thuộc đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ và điểm $K(6; 6)$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc O . Gọi C là điểm nằm trên Δ sao cho $AC = AO$ và các điểm C, B nằm khác phía nhau so với điểm A . Biết điểm C có hoành độ bằng $\frac{24}{5}$, tìm tọa độ các đỉnh A, B .

Bài 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD là: $x - y = 0$, đường cao CH là: $2x + y + 3 = 0$, cạnh AC đi qua điểm $M(0; -1)$ sao cho $AB = 2AM$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 23. (A,A1 – 2013 – NC). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0$. Đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy . Viết phương trình đường tròn (C) .

Bài 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $NC = 2ND$. Điểm $D(1; -3)$ và điểm A nằm trên đường thẳng $3x - y + 9 = 0$. Phương trình đường thẳng $MN: 4x - 3y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$.

Bài 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 4x - 2y + 5 = 0$ và $\Delta_2 : 4x + 6y - 13 = 0$.

Đường thẳng Δ cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B . Biết rằng Δ_1 là phân giác của góc tạo bởi OA và Δ ; Δ_2 là phân giác của góc tạo bởi OB và Δ . Viết phương trình đường thẳng Δ .

Bài 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết chân chiều cao hạ từ đỉnh C là điểm $H(-1; -1)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x - y + 2 = 0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x + 3y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Bài 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường trung tuyến BN và đường cao AH lần lượt có phương trình $3x + 5y + 1 = 0$ và $8x - y - 5 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết $M\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh BC .

Bài 28 (D – 2012 – CB). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x + 3y = 0$ và $x - y + 4 = 0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(-2; 3)$. Đường cao CH nằm trên đường thẳng $2x + y - 7 = 0$ và đường trung tuyến BM nằm trên đường thẳng $2x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC .

Bài 30. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3; 3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N\left(3; \frac{13}{3}\right)$ thuộc đường thẳng CD . Viết phương trình đường chéo BD biết đỉnh B có tung độ nguyên.

Bài 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $CD = 2AB$. Biết CD có phương trình $x - y + 4 = 0$ và $M(1; 3)$ thuộc đoạn AB sao cho $AD = 3AM$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C , biết diện tích hình thang $ABCD$ bằng $\frac{9}{2}$ và đường thẳng CB đi qua điểm $E(-3; -5)$.

Bài 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , có $AB = AD < CD$, điểm $B(1; 2)$, đường thẳng BD có phương trình $y = 2$. Biết đường thẳng $\Delta: 7x - y - 25 = 0$ cắt các đoạn thẳng AD, CD lần lượt tại hai điểm M, N sao cho BM vuông góc với BC và tia BN là tia phân giác trong của \widehat{MBC} . Tìm tọa độ điểm D biết D có hoành độ dương.

Bài 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn CD và $\widehat{BCD} = 45^\circ$. Đường thẳng AD và BD lần lượt có phương trình $3x - y = 0$ và $x - 2y = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC biết diện tích hình thang bằng 15 và điểm B có tung độ dương.

Bài 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(0; 5)$. Đường thẳng AI cắt đường tròn (T) tại điểm $M(5; 0)$ với $M \neq A$. Đường cao từ đỉnh C cắt đường tròn (T) tại điểm $N\left(-\frac{17}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ với $N \neq C$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết B có hoành độ dương.

Bài 35. (A, A1 – 2012 – CB). Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

Bài 36. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x + y + 5 = 0$, $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$. Gọi M là một điểm thuộc đường tròn (C) và N là điểm thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho M và N đối xứng nhau qua Δ_2 . Tìm tọa độ điểm N .

Bài 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có E, F lần lượt thuộc các đoạn AB, AD sao cho $EB = 2EA$, $FA = 3FD$, $F(2;1)$ và tam giác CEF vuông tại F . Biết rằng đường thẳng $x - 3y - 9 = 0$ đi qua hai điểm C, E . Tìm tọa độ điểm C , biết C có hoành độ dương.

Bài 38 (B – 2013 – CB). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

Bài 39. Cho tam giác ABC vuông tại A , điểm $B(1;1)$. Trên tia BC lấy điểm M sao cho $BM \cdot BC = 75$.

Phương trình đường thẳng $AC: 4x + 3y - 32 = 0$. Tìm tọa độ điểm C biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAC bằng $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Bài 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và $A(-1;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và DC , E là giao điểm của BN và CM . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BME biết BN nằm trên đường thẳng $2x + y - 8 = 0$ và B có hoành độ lớn hơn 2.

Bài 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn CD . Biết $BC = 2AB = 2AD$, trung điểm của BC là điểm $M(1;0)$, đường thẳng AD có phương trình $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết A có tung độ nguyên.

Bài 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C_1) có phương trình $x^2 + y^2 = 25$, điểm $M(1;-2)$. Đường tròn (C_2) có bán kính bằng $2\sqrt{10}$. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C_2) , sao cho (C_2) cắt (C_1) theo một dây cung qua M có độ dài nhỏ nhất.

Bài 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $OABC$ có đỉnh $A(3;4)$ và điểm B có hoành độ âm. Gọi E, F theo thứ tự là các giao điểm của đường tròn (C) ngoại tiếp hình vuông $OABC$ với trực hoành và trực tung (E và F khác gốc tọa độ O). Tìm tọa độ điểm M trên (C) sao cho tam giác MEF có diện tích lớn nhất.

Bài 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn và $CB = CD$. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = AB$. Phương trình cạnh $BC: x - 3y + 13 = 0$, phương trình $AC: x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, B biết A có hoành độ nhỏ hơn 3 và $E(14;1)$.