

## Chủ đề: VECTO

### Vấn đề 1. Các định nghĩa của vector

#### A. Các kiến thức cần nhớ

**Định nghĩa:** Vector là một đoạn thẳng có hướng.

- Vector có điểm đầu (gốc) là  $A$ , điểm cuối (ngọn) là  $B$  được ký hiệu là  $\overrightarrow{AB}$  (đọc là vector  $AB$ ).
- Một vector xác định còn được ký hiệu là  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$ 
  - Chú ý:  $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$ .
- *Vector – không*: là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.



#### II/ Vector cùng phương, vector cùng hướng

- *Giá của vector* là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vector. Mọi đường thẳng đi qua điểm  $A$  đều là giá của vector – không  $\overrightarrow{AA}$ .
- *Hướng của vector* là hướng từ điểm đầu đến điểm cuối của vector.
- *Hai vector cùng phương* là hai vector có giá song song hoặc trùng nhau.
  - Chú ý:
    - Hai vector cùng hướng thì sẽ cùng phương. Điều ngược lại không đúng.
    - Hai vector cùng phương có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.
    - Vector – không cùng phương, cùng hướng với mọi vector.
    - Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.

#### III/ Hai vector bằng nhau

- Độ dài của vector: là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó. Độ dài của vector  $\vec{a}$  ký hiệu là  $|\vec{a}|$ , độ dài của vector  $\overrightarrow{AB}$  là  $|\overrightarrow{AB}|$  và  $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$ .
- Hai vector bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.
- Nếu  $\vec{a}$  bằng  $\vec{b}$  thì ta viết  $\vec{a} = \vec{b}$ .
- $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}, |\vec{0}| = 0$ .

#### B. Bài tập trắc nghiệm

##### Dạng 1. Xác định vector

➤ *Phương pháp:*

Để xác định vector  $\vec{a} \neq \vec{0}$  ta cần biết điểm đầu và điểm cuối của vector  $\vec{a}$

**Bài 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không đúng?

- A. Vector là một đoạn thẳng có hướng
- B. Vector là một đoạn thẳng không phân biệt thứ tự của hai điểm mút
- C. Vector là một đoạn thẳng xác định điểm đầu, điểm cuối
- D. Vector là một đoạn thẳng phân biệt thứ tự hai điểm mút

**Bài 2.** Với hai điểm phân biệt  $A, B$  ta có được bao nhiêu vector khác vector – không có điểm đầu và điểm cuối là  $A$  hoặc  $B$ .

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 4

**Bài 3.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Số các vector khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của tứ giác là:

- A. 12
- B. 6
- C. 8
- D. 12

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định bao nhiêu vector khác vector  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$

- A. 3
- B. 6
- C. 4
- D. 9

**Bài 5.** Số các vector có điểm đầu và điểm cuối là 2 trong 6 điểm phân biệt cho trước là:

- A. 12                                      B. 21                                      C. 27                                      D. 30
- Bài 6.** Cho 5 điểm phân biệt  $A, B, C, D$  và  $E$ . Có bao nhiêu vector khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho?  
A. 12                                      B. 20                                      C. 24                                      D. 30
- Bài 7.** Cho hai đường thẳng song song  $d_1, d_2$ . Trên  $d_1$  lấy 6 điểm phân biệt, trên  $d_2$  lấy 5 điểm phân biệt. Số vector có điểm đầu trên  $d_1$  và điểm cuối trên  $d_2$  là:  
A. 30                                      B. 25                                      C. 24                                      D. 15

**Dạng 2. Phương và hướng của vector**

- Bài 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không đúng?  
A. Hai vector cùng phương với vector thứ ba thì cùng phương  
B. Hai vector cùng phương với một vector thứ ba khác  $\vec{0}$  thì cùng phương  
C. Hai vector ngược hướng với một vector thứ ba thì cùng hướng  
D. Hai vector cùng hướng với vector thứ ba khác vector  $\vec{0}$  thì cùng hướng
- Bài 2.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?  
A. Có duy nhất một vector cùng phương với vector thứ ba thì cùng phương  
B. Có ít nhất hai vector cùng phương với mọi vector  
C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector  
D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector
- Bài 3.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?  
A. Hai vector có giá vuông góc thì cùng phương  
B. Hai vector cùng phương thì giá của chúng song song  
C. Hai vector cùng phương thì cùng hướng  
D. Hai vector cùng ngược hướng với vector thứ ba thì cùng hướng
- Bài 4.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng nhất?  
A.  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng phương  
B.  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  cùng phương  
C.  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AC}$  và  $\vec{BC}$  cùng phương  
D. Cả A, B, C đều đúng
- Bài 5.** Cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Tìm một mệnh đề đúng?  
A.  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  ngược hướng khi  $A$  không nằm giữa  $B, C$   
B.  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng hướng khi  $A$  không nằm giữa  $B, C$   
C.  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  cùng hướng khi  $A$  không nằm giữa  $B, C$   
D.  $\vec{AB}$  và  $\vec{CA}$  ngược hướng khi  $A$  không nằm giữa  $B, C$
- Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm cạnh  $BC, CA, AB$ . Vector  $\vec{A'B'}$  cùng phương với vector nào trong các vector sau đây?  
A.  $\vec{AB}$                                       B.  $\vec{AB'}$                                       C.  $\vec{BA}$                                       D.  $\vec{C'B}$
- Bài 7.** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?  
A.  $\vec{MN}$  và  $\vec{PN}$                                       B.  $\vec{MN}$  và  $\vec{MP}$                                       C.  $\vec{MP}$  và  $\vec{PN}$                                       D.  $\vec{NM}$  và  $\vec{NP}$
- Bài 8.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Số các vector khác  $\vec{0}$  cùng phương với  $\vec{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:  
A. 4                                      B. 6                                      C. 7                                      D. 8

**Dạng 3. Quan hệ giữa các vector**  
➤ Phương pháp

- Sử dụng định nghĩa về hai vectơ cùng phương, hai vectơ bằng nhau
- Vectơ  $\vec{0}$  cùng phương với mọi vectơ, cùng hướng với mọi vectơ.

**Bài 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài  
 B. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng phương và cùng độ dài  
 C. Hai vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{CD}$  được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành  
 D. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng độ dài

**Bài 2.** Nếu hai vectơ bằng nhau thì chúng:

- A. Có độ dài bằng nhau  
 B. Cùng phương  
 C. Cùng điểm gốc  
 D. Cùng hướng  
 Hãy tìm khẳng định sai

**Bài 3.** Chọn câu sai trong các câu sau. Vectơ có điểm đầu điểm cuối trùng nhau được gọi là:

- A. Vectơ có hướng tùy ý  
 B. Vectơ có phương tùy ý  
 C. Vectơ – không  
 D. Vectơ có độ dài không xác định

**Bài 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Vectơ là một đoạn thẳng định hướng  
 B. Vectơ – không là vectơ có điểm đầu điểm cuối trùng nhau  
 C. Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài  
 D. Hai vectơ cùng phương khi chúng có giá song song nhau

**Bài 5.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt. Khi đó:

- A. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $\overline{AB}$  cùng phương với  $\overline{AC}$   
 B. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là với mọi điểm  $M$  thì  $\overline{MA}$  cùng phương với  $\overline{MB}$   
 C. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là với mọi điểm  $M$  thì  $\overline{MA}$  cùng phương với  $\overline{AB}$   
 D. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $\overline{AB} = \overline{AC}$

**Bài 6.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Mỗi vectơ đều có một độ dài đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó  
 B. Độ dài của  $\vec{a}$  được ký hiệu là  $|\vec{a}|$   
 C.  $|\vec{0}| = 0, |\overline{PQ}| = \overline{PQ}$   
 D.  $|\overline{AB}| = AB = BA$

**Bài 7.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt. Nếu  $\overline{AB} = \overline{BC}$  thì có nhận xét gì về ba điểm  $A, B, C$ ?

- A.  $B$  là trung điểm của  $AC$   
 B.  $B$  nằm ngoài  $AC$   
 C.  $B$  nằm giữa  $AC$   
 D. Không tồn tại

**Bài 8.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Số các vectơ bằng vectơ  $\overline{OC}$  có điểm đầu điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:

- A. 2  
 B. 3  
 C. 4  
 D. 6

**Bài 9.**  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi:

- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
 B.  $\overline{BC} = \overline{DA}$   
 C.  $\overline{BA} = \overline{CD}$   
 D.  $\overline{AC} = \overline{BD}$

**Bài 10.** Cho  $\overline{AB} \neq \vec{0}$  và một điểm  $C$ , có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{DC}$

- A. 0  
 B. 1  
 C. 2  
 D. Vô số

**Bài 11.** Cho  $\overline{AB} \neq \vec{0}$  và một điểm  $C$ , có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$

- A. 0  
 B. 1  
 C. 2  
 D. Vô số

**Bài 12.** Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$

- A.  $ABCD$  là hình bình hành  
 B.  $ABDC$  là hình bình hành  
 C.  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm  
 D.  $AB = CD$  và  $AB \parallel CD$

- Bài 13.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?  
A.  $\overline{AD} = \overline{CB}$       B.  $|\overline{AD}| = |\overline{CB}|$       C.  $\overline{AB} = \overline{DC}$       D.  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$
- Bài 14.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?  
A.  $\overline{AB} = \overline{EF}$       B.  $\overline{AB} = \overline{OC}$       C.  $\overline{AB} = \overline{FO}$       D. Cả A,B,C đều đúng
- Bài 15.** Cho hình vuông  $ABCD$ . Khi đó:  
A.  $\overline{AC} = \overline{BD}$       B.  $\overline{AB} = \overline{CD}$       C.  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$       D.  $\overline{AB}, \overline{AC}$  tùy ý
- Bài 16.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Tìm các vectơ từ năm điểm  $A, B, C, D, O$  bằng  $\overline{AB}, \overline{OB}$   
A.  $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{OB} = \overline{AO}$       B.  $\overline{AB} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{DO}$   
C.  $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{OB} = \overline{AO}$       D.  $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{OB} = \overline{DO}$
- Bài 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Tìm các vectơ từ năm điểm  $A, B, C, D, O$  có độ dài bằng  $|\overline{OB}|$   
A.  $\overline{BC}, \overline{DO}, \overline{OD}$       B.  $\overline{BO}, \overline{DC}, \overline{OD}$       C.  $\overline{BO}, \overline{DO}, \overline{OD}$       D.  $\overline{BO}, \overline{DO}, \overline{AD}$
- Bài 18.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây sai?  
A.  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$       B.  $|\overline{BC}| = |\overline{DA}|$       C.  $|\overline{AC}| = |\overline{BD}|$       D.  $|\overline{AD}| = |\overline{BC}|$
- Bài 19.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?  
A.  $\overline{AD} = \overline{CB}$       B.  $|\overline{AD}| = |\overline{CB}|$       C.  $\overline{AB} = \overline{DC}$       D.  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$
- Bài 20.** Cho lục giác  $ABCDEF$ , tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?  
A.  $\overline{AB} = \overline{ED}$       B.  $\overline{AB} = \overline{OC}$       C.  $\overline{AB} = \overline{FO}$       D. Cả A, B, C đều đúng
- Bài 21.** Cho hình vuông  $ABCD$ . Khi đó:  
A.  $\overline{AC} = \overline{BD}$       B.  $\overline{AB} = \overline{CD}$       C.  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$       D.  $\overline{AB}, \overline{CD}$  cùng hướng
- Bài 22.** Cho ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng,  $M$  là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
A.  $\forall M, \overline{MA} = \overline{MB}$       B.  $\exists M, \overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$   
C.  $\forall M, \overline{MA} \neq \overline{MB} \neq \overline{MC}$       D.  $\exists M, \overline{MA} = \overline{MB}$
- Bài 23.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD$  và  $DA$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?  
A.  $\overline{MN} = \overline{QP}$       B.  $\overline{MQ} = \overline{NP}$       C.  $|\overline{MN}| = |\overline{PQ}|$       D.  $|\overline{MN}| = |\overline{AC}|$
- Bài 24.** Cho tam giác đều  $ABC$ , mệnh đề nào sau đây sai?  
A.  $\overline{AB} = \overline{BC}$       B.  $\overline{AC} \neq \overline{BC}$   
C.  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$       D.  $\overline{AC}, \overline{BC}$  không cùng phương
- Bài 25.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
A.  $\overline{AC} = a$       B.  $\overline{AC} = \overline{BD}$       C.  $|\overline{AB}| = a$       D.  $\overline{AB}, \overline{BC}$  cùng phương
- Bài 26.** Gọi  $C$  là trung điểm của đường thẳng  $AB$ . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?  
A.  $\overline{CA} = \overline{CB}$       B.  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  cùng phương  
C.  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  ngược hướng      D.  $|\overline{AB}| = |\overline{CB}|$

**Dạng 4. Các bài toán chứng minh vectơ bằng nhau**

➤ Phương pháp

Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau:

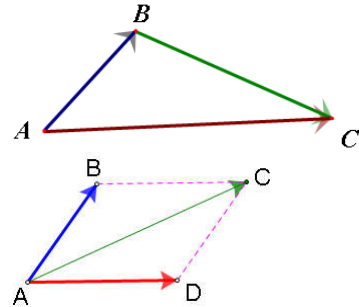


## Vấn đề 2. Tổng – hiệu của hai vector

### A. Các kiến thức cần nhớ

#### I/ Tổng các vector

- Định nghĩa: Cho hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Lấy một điểm A tùy ý, dựng  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ . Khi đó:  $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$ .
- Quy tắc ba điểm: Cho A, B, C tùy ý, ta có:  
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$
- Quy tắc hình bình hành: Nếu ABCD là hình bình hành thì:  
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$



#### II/ Vector đối

- Cho vector  $\vec{a}$ . Vector có cùng độ dài và ngược hướng  $\vec{a}$  gọi là vector đối của vector  $\vec{a}$ , kí hiệu là  $-\vec{a}$ . Ta có  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ .
- Mọi vector đều có vector đối, ví dụ  $\overrightarrow{AB}$  có vector đối là  $\overrightarrow{BA}$ , nghĩa là:  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ .
- Vector đối của  $\vec{0}$  là  $\vec{0}$ .

#### III/ Hiệu các vector (phép trừ)

Quy tắc về hiệu vector: với ba điểm O, A, B tùy ý cho trước, ta có:  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ .

#### IV/ Tính chất

Với  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  bất kì, ta có:

- Giao hoán:  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ .
- Kết hợp:  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
- $\vec{a} + (-\vec{a}) = -\vec{a} + \vec{a} = \vec{0}$
- $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ , dấu “=” xảy ra khi  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  cùng hướng.
- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{c}$ 
  - Chú ý:
    - I là trung điểm của đoạn thẳng AB  $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$
    - G là trọng tâm tam giác ABC  $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

### B. Bài tập trắc nghiệm

#### Dạng 1. Tổng của hai vector và tổng của nhiều vector

➤ Phương pháp:

Dùng định nghĩa tổng của hai vector, quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và các tính chất tổng của vector.

**Bài 1.** Cộng các vector có độ dài bằng 5 và cùng giá ta được kết quả sau:

- A. Cộng 5 vector ta được kết quả là  $\vec{0}$
- B. Cộng 4 vector đôi một ngược hướng ta được  $\vec{0}$
- C. Cộng 121 vector ta được vector  $\vec{0}$
- D. Cộng 25 vector ta được vector  $\vec{0}$

**Bài 2.** Cho  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  là các vector khác  $\vec{0}$  và  $\vec{a} \neq \vec{b}$ . Xét các phát biểu sau:

- (1) Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương thì  $\vec{a} + \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{a}$
- (2) Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng thì  $\vec{a} + \vec{b}$  cùng hướng với  $\vec{a}$



- C.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EC}$  không cùng phương  
 D.  $\overrightarrow{OA}$  và  $\overrightarrow{OC}$  cùng phương

**Dạng 2. Vectơ đối và hiệu của hai vectơ**

➤ Phương pháp:

- Theo định nghĩa, để tìm hiệu  $\vec{a} - \vec{b}$ , ta làm hai bước sau:
  - ✓ Tìm vectơ đối của  $\vec{b}$
  - ✓ Tính tổng  $\vec{a} + (-\vec{b})$
- Vận dụng quy tắc  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$  với ba điểm  $O, A, B$  bất kì.

- Bài 1.** Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là vectơ khác  $\vec{0}$  và  $\vec{a}$  là vectơ đối của  $\vec{b}$  thì chúng:  
 A. Cùng phương      B. Cùng độ dài      C. Ngược hướng      D. Có chung điểm đầu  
 Hãy chọn khẳng định sai?

**Bài 2.** Cho các mệnh đề sau:

- (1) Vectơ đối của vectơ  $-\vec{a}$  là vectơ  $\vec{a}$   
 (2) Vectơ đối của vectơ  $\vec{0}$  là vectơ  $\vec{0}$   
 (3) Vectơ đối của vectơ  $\vec{a} + \vec{b}$  là  $-\vec{a} + \vec{b}$   
 (4) Vectơ đối của vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  là  $-\vec{a} - \vec{b}$   
 Số mệnh đề đúng là:

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

**Bài 3.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\vec{a}$  là vectơ đối của  $\vec{b}$  thì  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$   
 B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng là điều kiện cần để  $\vec{b}$  là vectơ đối của  $\vec{a}$   
 C.  $\vec{b}$  là vectơ đối của  $\vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = -\vec{a}$   
 D.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai vectơ đối nhau  $\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$

**Bài 4.** Nếu  $\overrightarrow{MN}$  là một vectơ đã cho thì với điểm  $O$  bất kỳ ta luôn có:

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$       B.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$   
 C.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NO}$                               D.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$

**Bài 5.** Hãy chọn đẳng thức đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$                               B.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB}$   
 C.  $\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{NM}$                               D.  $\overrightarrow{AA} - \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$

**Bài 6.** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Điều kiện để  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $IA = IB$                               B.  $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$                               C.  $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$                               D.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$

**Bài 7.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với tâm  $O$ . Cho các khẳng định sau:

- (1)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$                               (2)  $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$                               (3)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$   
 (4)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$                               (5)  $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BO}$

Có bao nhiêu khẳng định đúng, bao nhiêu khẳng định sai?

- A. 2 đúng 3 sai                              B. 3 đúng, 2 sai                              C. 1 đúng, 4 sai                              D. 4 đúng, 1 sai

**Bài 8.** Cho ba điểm bất kỳ  $A, B, C$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$                               B.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$   
 C.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$                               D.  $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

**Bài 9.** Cho ba điểm bất kỳ  $A, B, C$ . Đẳng thức nào dưới đây sai?

- A.  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$                               B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$   
 C.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$                               D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$





**Bài 8.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB \parallel CD$ . Cho  $AB = 3a$ ,  $CD = 6a$ . Khi đó,  $|\overline{AB} + \overline{CD}|$  bằng bao nhiêu?

- A.  $9a$     B.  $3a$     C.  $-3a$     D.  $0$

**Bài 9.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB \parallel CD$ . Cho  $AB = 2a$ ,  $CD = a$ .  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó, tổng hai vectơ  $\overline{OB}$  và  $\overline{OC}$  có độ dài bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{3a}{2}$     B.  $a$     C.  $2a$     D.  $3a$

**Bài 10.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều khác  $\vec{0}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$   
B.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương  
C.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng  
D.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng

**Bài 11.** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $\widehat{BAD} = 60^\circ$  và cạnh bằng  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $|\overline{AB} + \overline{AD}| = a\sqrt{3}$     B.  $|\overline{BA} - \overline{BC}| = a\sqrt{3}$   
C.  $|\overline{OB} - \overline{DC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$     D.  $|\overline{OB} + \overline{AD}| = a\sqrt{3}$

**Bài 12.** Cho các khẳng định sau:

- (1) Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng thì  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$   
(2) Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng và  $|\vec{b}| \geq |\vec{a}|$  thì  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$   
(3)  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ , dấu bằng xảy ra khi  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương

Khẳng định đúng là:

- A. (1) và (2)    B. (2) và (3)    C. (1) và (3)    D. Cả (1), (2), (3)

**Bài 13.** Cho  $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có cùng độ dài và cùng phương  
B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có cùng độ dài và cùng hướng  
C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có cùng độ dài và ngược hướng  
D.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có cùng độ dài

#### **Dạng 4. Đẳng thức vectơ**

➤ Phương pháp:

Để chứng minh một đẳng thức ta có thể làm theo các cách sau:

- Biến đổi vế này thành vế kia
- Biến đổi đẳng thức cần chứng minh tương đương với một đẳng thức đã biết đã đúng
- Đưa về cùng một vế và biến đổi đẳng thức bằng  $\vec{0}$
- Phối hợp các quy tắc tổng, hiệu vectơ cùng các tính chất, các kỹ thuật tách, gộp, chọn gốc:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}, \overline{MN} = \overline{MX} + \overline{XN} = \overline{MX} + \overline{XY} + \overline{YN}, \overline{OA} - \overline{OB} = \overline{BC}, \overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM}$$

**Bài 1.** Cho bốn điểm  $ABCD$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{BD}$     B.  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

C.  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$  D.  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{DA} + \overline{BC}$

**Bài 2.** Cho sáu điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Trong các đẳng thức dưới đây, đẳng thức nào sai?

A.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BD} + \overline{CF}$  B.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CE}$   
 C.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}$  D.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AF} + \overline{BE} + \overline{CD}$

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC, D, E, F$  là trung điểm cạnh  $BC, CA, AB$ . Tìm hệ thức đúng:

A.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$  B.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD}$   
 C.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD}$  D.  $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{AC}$

**Bài 4.** Cho  $A, B, C, D, E, F$  là sáu điểm tùy ý. Chọn hệ thức đúng:

A.  $\overline{CF} + \overline{DB} + \overline{EA} = \overline{DA} + \overline{CB} + \overline{EF}$  B.  $\overline{CF} + \overline{DB} + \overline{EA} = \overline{EF} + \overline{DF} + \overline{AB}$   
 C.  $\overline{CF} + \overline{DB} + \overline{EA} = \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AF}$  D.  $\overline{CF} + \overline{DB} + \overline{EA} = \overline{FC} + \overline{BE} + \overline{DA}$

**Bài 5.** Cho hình bình hành  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm tùy ý. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC} + \overline{MD}$  B.  $\overline{MB} + \overline{MC} = \overline{MD} + \overline{MA}$   
 C.  $\overline{MC} + \overline{CB} = \overline{MD} + \overline{DA}$  D.  $\overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MB} + \overline{MD}$

**Bài 6.** Cho năm điểm  $A, B, C, D, E$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A.  $\overline{AC} + \overline{DE} - \overline{DC} - \overline{CE} + \overline{CB} = \overline{AB}$  B.  $\overline{AC} + \overline{DE} - \overline{DC} - \overline{CE} + \overline{CB} = \vec{0}$   
 C.  $\overline{AC} + \overline{DE} - \overline{DC} - \overline{CE} + \overline{CB} = \overline{BD}$  D.  $\overline{AC} + \overline{DE} - \overline{DC} - \overline{CE} + \overline{CB} = \overline{AE}$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AC, BC$ . Với điểm  $O$  bất kì, khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{MA} + \overline{PB} + \overline{NC}$  B.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{AM} + \overline{BP} + \overline{CN}$   
 C.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \vec{0}$  D.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP}$

**Bài 8.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $O$  là một điểm bất kì trên đường chéo  $AC$ . Qua  $O$  kẻ đường thẳng song song với các cạnh của hình bình hành. Các đường thẳng này cắt  $AB$  và  $DC$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ , cắt  $AD$  và  $BC$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Đẳng thức nào dưới đây sai?

A.  $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OD}$  B.  $\overline{BD} = \overline{ME} + \overline{FN}$   
 C.  $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{FE}$  D.  $\overline{OM} + \overline{ON} = \overline{OE} + \overline{OF}$

**Bài 9.** Cho ngũ giác đều  $ABCDE$  tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE} = \overline{EB} + \overline{CA} + \overline{BD} + \overline{EC} + \overline{AD}$   
 B.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE} = \overline{EB} + \overline{CA} + \overline{BD} + \overline{CE} + \overline{AD}$   
 C.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE} = \overline{AC} + \overline{BE} + \overline{EC} + \overline{DB} + \overline{AD}$   
 D.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE} = \overline{CA} + \overline{BE} + \overline{EC} + \overline{DB} + \overline{AD}$

**Dạng 5.** Tìm tập hợp điểm

➤ Phương pháp:

- Cho điểm  $A$  và một số thực  $k > 0$ : tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $MA = k$  là đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $R = k$ .
- Cho hai điểm  $A, B$ ; tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $MA = MB$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

**Bài 1.** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{MA} - \overline{MB} = \overline{BA}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $M$  là trung điểm của đoạn  $AB$  B. Với mọi  $M$  bất kì  
 C. Không có  $M$  thỏa mãn D.  $M$  nằm trên đường tròn đường kính  $AB$

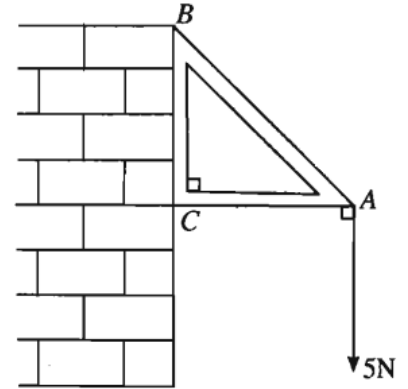
**Bài 2.** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{MA} - \overline{MB} = \overline{AB}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $M$  là trung điểm của đoạn  $AB$  B. Với mọi  $M$  bất kì

- C. Không có  $M$  thỏa mãn  
D.  $M$  nằm trên đường tròn đường kính  $AB$
- Bài 3.** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt và điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
B.  $M$  là trung điểm của đoạn  $AB$   
C. Không có  $M$  thỏa mãn  
D.  $M$  nằm trên đường tròn đường kính  $AB$
- Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ . Khi đó điểm  $M$  là:  
A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACMB$   
B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABMC$   
C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $CAMB$   
D. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$
- Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = \vec{0}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
A.  $M$  là trung điểm  $BC$   
B.  $M$  là trung điểm  $AB$   
C.  $M$  là trung điểm  $AC$   
D.  $ABMC$  là hình bình hành
- Bài 6.** Cho vectơ  $\vec{AB}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{0}$   
A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. Vô số
- Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $|\vec{MA}| = |\vec{MB} - \vec{MC}|$ . Tập hợp điểm  $M$  là:  
A. Đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $R = BC$   
B. Đường tròn tâm  $B$ , bán kính  $R = AC$   
C. Đường tròn tâm  $C$ , bán kính  $R = AB$   
D. Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$
- Bài 8.** Cho hai điểm cố định  $A, B$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $|\vec{MA}| = |\vec{MB}|$ . Tập hợp điểm  $M$  là:  
A. Đường tròn bán kính  $AB$   
B. Trung điểm đoạn thẳng  $AB$   
C. Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$   
D. Đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $AB$
- Bài 9.** Cho hai điểm cố định  $A, B$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} - \vec{MB}|$  là:  
A. Đường tròn đường kính  $AB$   
B. Đường trung trực đoạn thẳng  $AB$   
C. Đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $AB$   
D. Nửa đường tròn đường kính  $AB$
- Dạng 6.** Bài toán thực tế
- Bài 1.** Cho hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có điểm đặt  $O$  tạo với nhau góc  $60^\circ$ , biết rằng cường độ của hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  đều bằng  $100N$ , cường độ tổng hợp của hai lực là:  
A.  $100N$   
B.  $100\sqrt{2}N$   
C.  $100\sqrt{3}N$   
D.  $\frac{100\sqrt{3}}{2}N$
- Bài 2.** Cho hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có điểm đặt  $O$ , cường độ tổng hợp của hai lực biết  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều có cường độ là  $100N$ , góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $120^\circ$  là:  
A.  $100N$   
B.  $100\sqrt{2}N$   
C.  $100\sqrt{3}N$   
D.  $\frac{100\sqrt{3}}{2}N$
- Bài 3.** Cho hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có điểm đặt  $O$ , cường độ tổng hợp của hai lực biết  $\vec{F}_1$  là  $40N$ ,  $\vec{F}_2$  bằng  $30N$ , góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $60^\circ$  là:  
A.  $50\sqrt{2}N$   
B.  $100N$   
C.  $50N$   
D.  $50\sqrt{3}N$

**Bài 4.** Một giá đỡ gắn vào tường như hình bên. Tam giác  $ABC$  vuông cân tại đỉnh  $C$ . Người ta treo vào điểm  $A$  một vật nặng  $5N$ . Cường độ hai lực tác động vào tường tại điểm  $B$  và  $C$  là:

- A.  $F_1 = F_2 = 5N$
- B.  $F_1 = 5N, F_2 = 5\sqrt{2}N$
- C.  $F_1 = 5N, F_2 = 5\sqrt{3}N$
- D.  $F_1 = 5N, F_2 = 10N$



**Bài 5.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  đều bằng  $100N$  và  $\widehat{AMB} = 60^\circ$ . Cường độ và hướng của lực là:

- A.  $100N$ , hướng ngược với  $\vec{MD}$
- B.  $100\sqrt{3}N$ , hướng ngược với  $\vec{MD}$
- C.  $100\sqrt{2}N$ , cùng hướng với  $\vec{MD}$
- D.  $100N$ , cùng hướng với  $\vec{MD}$

### Vấn đề 3. Tích của vector với một số

#### A. Các kiến thức cần nhớ

I/ **Định nghĩa:** Cho  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ,  $k \neq 0$ ,  $k \in \mathbb{R}$ , ta có  $\vec{c} = k\vec{a}$  (gọi là phép nhân một số thực với một vector). Khi đó:

- $\vec{c}$  cùng phương  $\vec{a}$
- $\vec{c}$  cùng hướng  $\vec{a}$  khi  $k > 0$
- $\vec{c}$  ngược hướng  $\vec{a}$  khi  $k < 0$
- $|\vec{c}| = |k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$

**Quy ước:**  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ ;  $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$ ;  $0 \cdot \vec{0} = \vec{0}$

II/ **Tính chất:** Cho  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  bất kì và  $k, h \in \mathbb{R}$ , khi đó:

- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
- $(k + h)\vec{a} = k\vec{a} + h\vec{a}$
- $k(h\vec{a}) = (kh)\vec{a}$
- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ ;  $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$

➤ Tính chất trung điểm: Nếu  $I$  là trung điểm đoạn  $AB$ , với mọi  $M$  ta có:  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

➤ Tính chất trọng tâm tam giác:  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ , với mọi  $M$  ta có:  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

III/ **Điều kiện để hai vector cùng phương:**  $\forall \vec{a}, \vec{b}; \vec{a}$  cùng phương  $\vec{b} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \exists k \neq 0, k \in \mathbb{R} : \vec{a} = k\vec{b}$

IV/ **Điều kiện để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng:**  $\Leftrightarrow \vec{AB}$  cùng phương  $\vec{AC} \Leftrightarrow \exists k \neq 0, k \in \mathbb{R} : \vec{AB} = k\vec{AC}$

V/ **Phân tích (biểu diễn) một vector theo hai vector không cùng phương:**

Cho hai  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{b} \neq \vec{0}$  và không cùng phương. Khi đó,  $\forall \vec{x}$  bao giờ cũng tìm được hai số  $m, n$  sao cho:  
 $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$

#### B. Bài tập trắc nghiệm

**Dạng 1. Xác định vector  $k\vec{a}$**

➤ Phương pháp:

Dựa vào định nghĩa vector  $k\vec{a}$

- $|k\vec{a}| = |k| |\vec{a}|$   
Nếu  $k > 0$ ,  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng  
Nếu  $k < 0$ ,  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  ngược hướng
- $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ ;  $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$ ;  $0 \cdot \vec{0} = \vec{0}$
- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ ;  $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$

**Bài 1.** Cho  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ , với  $AB = 2a$ ,  $AC = 6a$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{BC} = \vec{AB}$       B.  $\vec{BC} = -2\vec{AB}$       C.  $\vec{BC} = 4\vec{AB}$       D.  $\vec{BC} = -2\vec{AB}$

**Bài 2.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu  $\vec{AB} = -3\vec{AC}$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{BC} = 4\vec{AC}$       B.  $\vec{BC} = -4\vec{AC}$       C.  $\vec{BC} = 2\vec{AC}$       D.  $\vec{BC} = -2\vec{AC}$

**Bài 3.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tổng các vector  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$  là:

- A.  $2\vec{AC}$       B.  $\vec{AC}$       C.  $\frac{1}{3}\vec{AC}$       D.  $\frac{2}{3}\vec{AC}$

**Bài 4.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và  $M$  là một điểm trên đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $MA = \frac{1}{5}AB$ . Số  $k$  trong đẳng thức  $\vec{MA} = k\vec{AB}$  là:

- A.  $k = \frac{1}{5}$                       B.  $k = -\frac{1}{5}$                       C.  $k = 5$                       D.  $k = -5$

**Bài 5.** Cho vector  $\vec{a}$  và một số  $k$ . Kết luận nào sau đây luôn đúng?

- A.  $k\vec{a}$  là một vector cùng hướng với  $\vec{a}$                       B.  $k\vec{a}$  là một vector ngược hướng với  $\vec{a}$   
 C.  $k\vec{a}$  là một vector cùng phương với  $\vec{a}$                       D.  $k\vec{a}$  là vector đối của vector  $\vec{a}$

**Bài 6.** Điểm  $M$  gọi là chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số  $k \neq 1, k \neq 0$  nếu  $\overline{MA} = k\overline{MB}$ . Lúc đó,  $M$  chia đoạn thẳng  $BA$  theo tỉ số nào?

- A.  $\frac{1}{k}$                       B.  $k$                       C.  $-k$                       D.  $-\frac{1}{k}$

**Bài 7.** Nếu  $M$  chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số  $k \neq 1, k \neq 0$  thì  $B$  chia đoạn thẳng  $MB$  theo tỉ số:

- A.  $\frac{1}{1-k}$                       B.  $\frac{k}{k-1}$                       C.  $\frac{1}{k-1}$                       D.  $\frac{k}{1-k}$

**Bài 8.** Nếu  $M$  chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số  $k \neq 1, k \neq 0$  thì  $B$  chia đoạn thẳng  $MA$  theo tỉ số:

- A.  $\frac{1}{1-k}$                       B.  $\frac{k}{k-1}$                       C.  $\frac{1}{k-1}$                       D.  $\frac{k}{1-k}$

**Bài 9.** Cho tam giác  $ABC$ , cặp vector nào sau đây cùng phương?

- A.  $2\overline{BC} + \overline{AC}$  và  $\overline{BC} + 2\overline{AC}$                       B.  $5\overline{BC} + \overline{AC}$  và  $-10\overline{BC} - 2\overline{AC}$   
 C.  $\overline{BC} - 2\overline{AC}$  và  $2\overline{BC} - \overline{AC}$                       D.  $\overline{BC} - \overline{AC}$  và  $\overline{BC} + \overline{AC}$

**Dạng 2. Dụng và tính độ dài vector chứa tích vector với một số**

➤ Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa tích của một vector với một số và các quy tắc về phép toán vector để dụng vector chứa tích một vector với một số, kết hợp với các định lý pitago và hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính độ dài của chúng.

**Bài 1.** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác vuông  $ABC$  với cạnh huyền  $BC = 12$ . Tổng hai vector  $\overline{GB} + \overline{GC}$  có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 2                      B.  $2\sqrt{3}$                       C. 8                      D. 4

**Bài 2.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính độ dài của  $\frac{1}{2}\overline{CB} + \overline{MA}$ :

- A.  $a$                       B.  $2a$                       C.  $3a$                       D.  $4a$

**Bài 3.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính độ dài của  $\overline{BA} - \frac{1}{2}\overline{BC}$ :

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$                       B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{5}$                       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

**Bài 4.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính độ dài của  $\frac{3}{4}\overline{MA} - 2,5\overline{MB}$ :

- A.  $\frac{a\sqrt{127}}{4}$                       B.  $\frac{a\sqrt{127}}{8}$                       C.  $\frac{a\sqrt{127}}{3}$                       D.  $\frac{a\sqrt{127}}{2}$

**Bài 5.** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  với  $OA = OB = a$ . Độ dài của  $\vec{u} = \frac{21}{4}\overline{OA} + 2,5\overline{OB}$  là:

- A.  $\frac{a\sqrt{321}}{4}$                       B.  $\frac{a\sqrt{541}}{4}$                       C.  $\frac{a\sqrt{140}}{4}$                       D.  $\frac{a\sqrt{321}}{2}$

**Bài 6.** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  với  $OA = OB = a$ . Độ dài của  $\vec{u} = \frac{11}{4}\overline{OA} - \frac{3}{4}\overline{OB}$  là:

- A.  $2a$                       B.  $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$                       D.  $\frac{\sqrt{5785}}{28}a$

**Bài 7.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $|\overline{AB} - \overline{AC}| = a$                       B.  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$                       C.  $|\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}| = 0$                       D.  $|\overline{GB} + \overline{GC}| = a\sqrt{3}$

**Bài 8.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính độ dài của  $\frac{1}{2}\overline{AB} + 2\overline{AC}$ :

- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$                       B.  $\frac{a\sqrt{21}}{2}$                       C.  $\frac{a\sqrt{21}}{4}$                       D.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

**Dạng 3. Phân tích (biểu diễn) vector theo hai vector không cùng phương**

➤ Phương pháp: Phối hợp linh hoạt các quy tắc:

- Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, hiệu của các vector cùng các tính chất, các kỹ thuật tách, gộp, chọn gốc.
- Tính chất trung điểm:  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$   
 $\Leftrightarrow \overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OM}$  với  $O$  là điểm tùy ý
- Tính chất trọng tâm:  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$   
 $\Leftrightarrow \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG}$  với  $O$  là điểm tùy ý

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $E$  là điểm trên cạnh  $BC$ , sao cho  $BE = \frac{1}{4}BC$ . Hãy chọn đẳng thức đúng:

- A.  $\overline{AE} = 3\overline{AB} + 4\overline{AC}$                       B.  $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$   
 C.  $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{1}{5}\overline{AC}$                       D.  $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$

**Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $I$  sao cho  $\overline{IA} = 2\overline{IB}$ . Biểu thị vector  $\overline{CI}$  theo hai vector  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  như sau:

- A.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} - 2\overline{CB}}{3}$                       B.  $\overline{CI} = -\overline{CA} + 2\overline{CB}$   
 C.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} + 2\overline{CB}}{3}$                       D.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} + 2\overline{CB}}{-3}$

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $I$  sao cho  $\overline{IA} + 2\overline{IB} = \vec{0}$ . Biểu thị vector  $\overline{CI}$  theo hai vector  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  như sau:

- A.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} - 2\overline{CB}}{3}$                       B.  $\overline{CI} = -\overline{CA} + 2\overline{CB}$   
 C.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} + 2\overline{CB}}{3}$                       D.  $\overline{CI} = \frac{\overline{CA} + 2\overline{CB}}{-3}$

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  với trọng tâm  $G$ . Đặt  $\overline{CA} = \vec{a}$ ,  $\overline{CB} = \vec{b}$ . Biểu thị vector  $\overline{AG}$  theo hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  như sau:

- A.  $\overline{AG} = \frac{2\vec{a} - \vec{b}}{2}$                       B.  $\overline{AG} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$                       C.  $\overline{AG} = \frac{\vec{a} - 2\vec{b}}{3}$                       D.  $\overline{AG} = \frac{-2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

**Bài 5.** Cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đặt  $\overline{CA} = \vec{a}$ ,  $\overline{CB} = \vec{b}$ , biểu thị vector  $\overline{CG}$  theo hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  như sau:



A.  $\overrightarrow{CG} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{3}$       B.  $\overrightarrow{CG} = \frac{2(\vec{a} + \vec{b})}{3}$       C.  $\overrightarrow{CG} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{3}$       D.  $\overrightarrow{CG} = \frac{2(\vec{a} - \vec{b})}{3}$

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $NC = 2NA$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Khi đó:

A.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$       B.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$   
 C.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$       D.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $N$  là điểm xác định bởi  $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Hệ thức  $\overrightarrow{AC}$  theo  $\overrightarrow{AG}$  và  $\overrightarrow{AN}$  là:

A.  $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$       B.  $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$   
 C.  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$       D.  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

**Bài 8.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Hãy tìm  $m, n$  để  $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{DC}$

A.  $m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$       B.  $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$       C.  $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$       D.  $m = -\frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

**Bài 9.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $I$  là điểm xác định bởi  $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$  ( $k \neq 1$ ). Hệ thức giữa  $\overrightarrow{AI}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  và  $k$  là:

A.  $\overrightarrow{AI} = (k-1)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$       B.  $\overrightarrow{AI} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$   
 C.  $\overrightarrow{AI} = (k+1)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$       D.  $\overrightarrow{AI} = (k+1)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

**Bài 10.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $AC = 9$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là điểm trên đoạn  $AC$  sao cho  $AN = x$  ( $0 < x < 9$ ). Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$       B.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$   
 C.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$       D.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

**Bài 11.** Điểm  $M$  gọi là chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số  $k \neq 1$  nếu  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ . Lúc đó, với điểm  $O$  bất kì thì:

A.  $\overrightarrow{OM} = \frac{k\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}}{k-1}$       B.  $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OB}}{1-k}$       C.  $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OB}}{k-1}$       D.  $\overrightarrow{OM} = \frac{k\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}}{1-k}$

**Bài 12.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu có một điểm  $I$  và một số  $t$  nào đó sao cho  $\overrightarrow{IA} = t\overrightarrow{IB} + (1-t)\overrightarrow{IC}$  thì với mọi điểm  $I'$  bất kì, hệ thức nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{I'A} = t\overrightarrow{I'B} + (1-t)\overrightarrow{I'C}$       B.  $\overrightarrow{I'A} = (1-t)\overrightarrow{I'B} + t\overrightarrow{I'C}$   
 C.  $\overrightarrow{I'A} = t\overrightarrow{I'B} + t\overrightarrow{I'C}$       D.  $\overrightarrow{I'A} = (1-t)\overrightarrow{I'B} - t\overrightarrow{I'C}$

**Dạng 4. Đẳng thức vector**

➤ Phương pháp

Để chứng minh một đẳng thức ta có thể làm theo các cách sau:

- Biến đổi vế này thành vế kia
- Biến đổi đẳng thức cần chứng minh tương đương với một đẳng thức đã biết đã đúng

- Đưa về cùng một vế và biến đổi đẳng thức bằng  $\vec{0}$
- Phối hợp các quy tắc:
  - Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, hiệu của các vector cùng các tính chất, các kỹ thuật tách, gộp, chọn gốc.
  - Tính chất trung điểm:  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$  với  $O$  là điểm tùy ý
  - Tính chất trọng tâm:  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$  với  $O$  là điểm tùy ý

**Bài 1.** Cho hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  lần lượt có trọng tâm là  $G$  và  $G'$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$                       B.  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$   
 C.  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$                       D.  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$

**Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm,  $I$  là trung điểm đoạn  $BC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$                       B.  $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$                       C.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$                       D.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$

**Bài 3.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$                       B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$                       C.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$                       D.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

**Bài 4.** Gọi  $AM$  là trung tuyến của tam giác  $ABC$  và  $I$  là trung điểm của  $AM$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$                       B.  $-\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$                       C.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$                       D.  $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

**Bài 5.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $I$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$                       B.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$   
 C.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$                       D.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

**Bài 6.** Cho tứ giác  $ABCD$ .  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Hãy chọn hệ thức đúng?

- A.  $2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AD}) = 3\overrightarrow{DB}$                       B.  $2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{DA}) = 3\overrightarrow{DB}$   
 C.  $2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AD}) = 3\overrightarrow{DB}$                       D.  $2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AD}) = 3\overrightarrow{DB}$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng?

- A.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$                       B.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$   
 C.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$                       D.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

**Bài 8.** Cho tam giác đều  $ABC$ , tâm  $O$ .  $M$  là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh của tam giác là  $D, E, F$ . Hệ thức giữa các vector  $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MO}$  là:

- A.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$                       B.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$   
 C.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$                       D.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

**Bài 9.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ ,  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Chọn khẳng định đúng:

- A.  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 4\overrightarrow{HO}$                       B.  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$

C.  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{HO}$  D.  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$

**Bài 10.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ ,  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Chọn khẳng định đúng:

A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OH}$  B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OH}$

C.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$  D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OH}$

**Bài 11.** Cho tam giác  $ABC$  với các cạnh  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A.  $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$  B.  $\frac{1}{a}\overrightarrow{IA} + \frac{1}{b}\overrightarrow{IB} + \frac{1}{c}\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

C.  $b\overrightarrow{IA} + c\overrightarrow{IB} + a\overrightarrow{IC} = \vec{0}$  D.  $a\overrightarrow{IA} - b\overrightarrow{IB} - c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

**Dạng 5.** Xác định điểm thỏa mãn một đẳng thức cho trước

➤ Phương pháp

Để xác định một điểm  $M$  ta cần phải chỉ rõ vị trí của điểm đó. Thông thường ta biến đổi đẳng thức vectơ đã cho về dạng  $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ , trong đó  $O$  và  $\vec{a}$  đã được xác định. Ta thường sử dụng các tính chất về:

- Điểm chia đoạn thẳng theo tỉ số  $k$
- Hình bình hành
- Trung điểm đoạn thẳng
- Trọng tâm tam giác...

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$ .  $I$  là điểm nào nếu  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

- A. Trung điểm  $AB$  B. Trọng tâm tam giác  $ABC$   
C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACBI$  D. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCI$

**Bài 2.** Cho hình bình hành  $ABCD$ , điểm  $M$  thỏa mãn  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ . Khi đó, điểm  $M$  là:

- A. Trung điểm  $AC$  B. Điểm  $C$  C. Trung điểm  $AB$  D. Trung điểm  $AD$

**Bài 3.** Cho ba điểm  $A, B, C$  thỏa  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ . Chọn câu trả lời sai:

- A. Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng B. Điểm  $B$  nằm trên  $AC$  và ngoài đoạn  $AC$   
C. Điểm  $C$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  D. Điểm  $B$  là trung điểm đoạn thẳng  $AC$

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ . Điểm  $N$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$  là:

- A. Trọng tâm  $\triangle ABC$  B. Trung điểm đoạn  $BC$   
C. Trung điểm đoạn  $AK$  với  $K$  là trung điểm đoạn  $BC$   
D. Đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận  $AB$  và  $AC$  làm hai cạnh

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$ . Hãy xác định điểm  $I$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

- A.  $I$  là trung điểm  $BC$  B.  $I$  không thuộc  $BC$   
C.  $I$  nằm trên  $BC$  ngoài đoạn  $BC$  D.  $I$  thuộc đoạn  $BC$  và  $BI = \frac{3}{2}IC$

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$ . Hãy xác định điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- A. Trọng tâm  $\triangle ABC$  B. Đỉnh của hình bình hành  $ABCM$   
C. Trung điểm  $B$  D. Trung điểm  $BC$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Trên cạnh  $BC$  lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $BM = MN = NC$ . Điểm  $G$  là điểm gì của tam giác  $AMN$ ?

- A. Trực tâm B. Tâm đường tròn ngoại tiếp  
C. Tâm đường tròn nội tiếp D. Trọng tâm

**Bài 8.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Điểm  $G$  thỏa mãn  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Xét các mệnh đề:

I.  $G$  là trung điểm của  $AC$

II.  $G$  là trung điểm của  $EF$

Mệnh đề nào đúng:

A. Chỉ I

B. I, II đều đúng

C. Chỉ II

D. I, II đều sai

**Bài 9.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điểm  $P$  thỏa mãn hệ thức  $3\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$

A.  $P$  là trung điểm  $AG$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ACD$

B.  $P$  là trung điểm  $AG$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle BAD$

C.  $P$  là trung điểm  $AG$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$

D.  $P$  là trung điểm  $AG$ ,  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$

**Dạng 6. Xác định tính chất hình khi biết một đẳng thức vector**

➤ Phương pháp

Phân tích định tính xuất phát từ các đẳng thức vector của giả thiết, lưu ý tới những hệ thức đã biết về trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, các dấu hiệu nhận biết hình...

**Bài 1.** Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi có đáy  $AB$  và  $CD$  khi và chỉ khi:

A.  $AD \parallel BC$

B.  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$  với  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C.  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$  với  $k > 0$

D.  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$  với  $k < 0$

**Bài 2.** Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi khi và chỉ khi:

A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  và  $AC \perp BD$

B.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$  và  $AC$  là phân giác  $\widehat{BAD}$

C.  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$  và  $|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}|$

D. Các kết quả A, B, C đều đúng

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  có  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$  thì tam giác  $ABC$ :

A. Cân

B. Đều

C. Vuông tại A

D. Vuông tại B

**Bài 4.** Tứ giác  $ABCD$  là hình gì nếu thỏa hệ thức  $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$ ?

A. Hình thang

B. Hình chữ nhật

C. Hình bình hành

D. Hình vuông

**Bài 5.** Tứ giác  $ABCD$  thỏa hệ thức  $\overrightarrow{AC} - k\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$  thì tứ giác đó là hình gì?

A. Hình bình hành

B. Hình chữ nhật

C. Hình thang

D. Hình thoi

**Bài 6.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AD$  và  $DC$  của tứ giác  $ABCD$ . Các đoạn thẳng

$AN$  và  $BM$  cắt nhau tại  $P$ . Biết  $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BM}$ ;  $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AN}$ . Tứ giác  $ABCD$  là hình gì?

A. Hình bình hành

B. Hình thang

C. Hình chữ nhật

D. Hình vuông

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh bằng  $a, b, c$  và trọng tâm  $G$  thỏa mãn  $a^2\overrightarrow{GA} + b^2\overrightarrow{GB} + c^2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ . Tam giác  $ABC$  là tam giác gì?

A. Đều

B. Cân tại A

C. Thường

D. Vuông tại B

**Dạng 7. Quỹ tích điểm thỏa mãn một đẳng thức cho trước**

➤ Phương pháp

Để tìm tập hợp điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện vector ta quy về một trong các dạng sau:

•  $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$ : tập hợp điểm  $M$  là đường trung trực đoạn thẳng  $AB$

•  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{BC}$ : tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng qua  $A$  và song song  $BC$

•  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ : tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng  $AB$

•  $|\overrightarrow{AM}| = k > 0$ : tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $k$

Biến đổi các hệ thức vector về các dạng cơ bản.

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  cố định,  $M$  là điểm di động thỏa  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$ . Lúc đó, quỹ tích các điểm  $M$  là:

A. Đoạn thẳng

B. Đường thẳng

C. Đường tròn

D. Các kết a, b, c đều sai



## Vấn đề 4. Hệ trục tọa độ

### A. Các kiến thức cần nhớ

#### I/ Trục tọa độ:

- ❖ Trục tọa độ (trục, trục số) là đường thẳng trên đó xác định một điểm  $O$  gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị  $\vec{e}$ . Kí hiệu trục  $(O; \vec{e})$  hoặc  $x'Ox$



- ❖ Tọa độ vectơ và điểm trên trục:

- Cho điểm  $M$  nằm trên trục  $(O, \vec{e})$ . Khi đó có duy nhất một số  $k$  sao cho  $\overline{OM} = k\vec{e}$ . Số  $k$  gọi là *tọa độ của điểm  $M$*  đối với trục đã cho (nó cũng là tọa độ của  $\overline{OM}$ ).
- Cho vectơ  $\vec{u}$  nằm trên trục  $(O, \vec{e})$ . Khi đó có duy nhất một số  $k$  sao cho  $\vec{u} = k\vec{e}$ . Số  $k$  gọi là *tọa độ của vectơ  $\vec{u}$*  đối với trục đã cho.

- ❖ Độ dài đại số của vectơ trên trục

- Cho hai điểm  $A$  và  $B$  trên trục  $(O, \vec{e})$ . Khi đó có duy nhất số  $a$  sao cho  $\overline{AB} = a\vec{e}$ . Số  $a$  gọi là *độ dài đại số* của vectơ  $\overline{AB}$  đối với trục đã cho và kí hiệu  $a = \overline{AB}$ . Như vậy  $\overline{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{e}$

✓ Nhận xét:

- Nếu  $\overline{AB}$  cùng hướng  $\vec{e}$  thì  $\overline{AB} = AB$
- Nếu  $\overline{AB}$  ngược hướng  $\vec{e}$  thì  $\overline{AB} = -AB$
- Nếu hai điểm  $A$  và  $B$  trên trục  $(O, \vec{e})$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$  thì:  $\overline{AB} = a - b$

#### II/ Hệ trục tọa độ:

➤ Định nghĩa

- Hệ trục tọa độ  $Oxy$  hay  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  là hệ trục tọa độ vuông góc  $Ox, Oy$
- Trục  $Ox$  được gọi là trục hoành có vectơ đơn vị  $\vec{i}$ , trục  $Oy$  được gọi là trục tung có vectơ đơn vị  $\vec{j}$
- Mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là mặt phẳng đã cho một hệ trục tọa độ  $Oxy$

➤ Tọa độ của vectơ đối với hệ trục tọa độ

- Đối với hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , nếu  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} \Leftrightarrow \vec{a} = (a_1; a_2)$
- $a_1$  gọi là hoành độ,  $a_2$  gọi là tung độ của  $\vec{a}$

➤ Tọa độ hai vectơ bằng nhau: Cho  $\vec{a} = (a_1; a_2); \vec{b} = (b_1; b_2)$ . Ta có:  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$

➤ Điểm  $M$  trong mặt phẳng tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Cặp số  $(x; y)$  gọi là tọa độ điểm  $M$ , kí hiệu  $M(x; y)$  nếu  $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ . Vậy:  $M(x; y) \Leftrightarrow \overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

**Chú ý:**  $(x; y)$  cũng là tọa độ vectơ  $\overline{OM}$

➤ Cho hai điểm  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Ta có:  $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

➤ Tọa độ của các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

Cho  $\vec{u} = (u_1; u_2); \vec{v} = (v_1; v_2)$ . Khi đó:

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$$

$$k\vec{u} = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$$

➤ Hai vectơ  $\vec{u} = (u_1; u_2); \vec{v} = (v_1; v_2)$  với  $\vec{v} \neq \vec{0}$  cùng phương khi và chỉ khi có một số  $k$  sao cho  $u_1 = kv_1$  và  $u_2 = kv_2$ .

➤ Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác

- Cho đoạn thẳng  $AB$  có  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Tọa độ trung điểm  $I(x_I; y_I)$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

- Cho tam giác  $ABC$  có  $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B); C(x_C; y_C)$ . Khi đó, tọa độ trọng tâm  $G(x_G; y_G)$  của tam giác  $ABC$  là:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

## B. Bài tập trắc nghiệm

**Dạng 1.** Tìm tọa độ một điểm và độ dài đại số của một vectơ trên trục  $(O, \vec{e})$

➤ Phương pháp: Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:

- Điểm  $M$  có tọa độ  $a \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{e}$
- Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có độ dài đại số là  $m = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\vec{e}$
- Nếu  $a, b$  lần lượt là tọa độ của  $A, B$  thì  $\overrightarrow{AB} = b - a$
- Các tính chất:
  - $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
  - $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
  - $\forall A; B; C \in (O, \vec{e}): \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  (hệ thức Sa-lơ)

**Bài 1.** Trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$ . Cho hai điểm  $A$  và  $B$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$  ( $k \neq 1$ )

A.  $x_M = \frac{kb - a}{2k - 1}$       B.  $x_M = \frac{kb - a}{k - 2}$       C.  $x_M = \frac{kb - 2a}{k - 1}$       D.  $x_M = \frac{kb - a}{k - 1}$

**Bài 2.** Trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$ . Cho hai điểm  $A$  và  $B$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tìm tọa độ điểm trung điểm  $I$  của  $AB$

A.  $x_I = \frac{a - b}{2}$       B.  $x_I = \frac{2a + b}{2}$       C.  $x_I = \frac{a + b}{3}$       D.  $x_I = \frac{a + b}{2}$

**Bài 3.** Trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$ . Cho hai điểm  $A$  và  $B$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  sao cho  $2\overrightarrow{NA} = -5\overrightarrow{NB}$

A.  $x_N = \frac{4a + 2b}{7}$       B.  $x_N = \frac{5a + 2b}{7}$       C.  $x_N = \frac{5a + 4b}{7}$       D.  $x_N = \frac{5a + 3b}{7}$

**Bài 4.** Trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$  cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là  $a, b, c$ . Tìm điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

A.  $x_I = \frac{-a - b - c}{3}$       B.  $x_I = \frac{a + b + c}{2}$       C.  $x_I = \frac{a + b + c}{3}$       D.  $x_I = \frac{a - b - c}{3}$

**Bài 5.** Cho ba điểm  $A, B, C$  trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$  có tọa độ lần lượt là  $-2; -6; 4$ . Hệ thức nào sau đây sai?

- A.  $\overline{OA} = 2\vec{e}$                       B.  $\overline{CA} = -6$                       C.  $\overline{BC} = 10$                       D.  $\overline{AB} + \overline{BC} = 6$

**Bài 6.** Trên một trục, cho ba điểm  $A, B, I$  có tọa độ lần lượt là  $4; -6$  và  $m$ . Nếu  $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$  thì  $m$  bằng:

- A.  $-1$                       B.  $1$                       C.  $-2$                       D.  $2$

**Bài 7.** Cho ba điểm  $A, B, C$  trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$  có tọa độ lần lượt là  $5; -2; -5$ . Nếu điểm  $M$  thỏa mãn  $2\overline{MA} + 3\overline{MB} - \overline{MC} = \vec{0}$  thì tọa độ điểm  $M$  là:

- A.  $2$                       B.  $1$                       C.  $\frac{9}{4}$                       D.  $\frac{9}{2}$

**Bài 8.** Cho ba điểm  $A, B, C$  trên trục tọa độ  $(O, \vec{e})$  có tọa độ lần lượt là  $a, b, c$ . Xét các mệnh đề sau:

I.  $\overline{AB} = b - a$                       II.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overline{OM} = a + b$

III.  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{OM} = a + b + c$

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ I và II                      B. Chỉ I và III                      C. Chỉ II và III                      D. Cả I, II và III

**Bài 9.** Trên trục  $(O, \vec{e})$  cho điểm  $M$  có tọa độ  $-2$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\overline{OM} = -2\vec{e}$                       B.  $\overline{OM} = 2$                       C.  $\overline{OM}$  và  $\vec{e}$  ngược hướng                      D.  $|\overline{OM}| = 2$

**Dạng 2.** Xác định tọa độ vector và một điểm trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$

➤ Phương pháp

Sử dụng định nghĩa tọa độ và tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$

- Để tìm tọa độ vector  $\vec{a}$  ta làm như sau:

Vẽ vector  $\overline{OM} = \vec{a}$

Gọi  $M_1$  và  $M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $Ox$  và  $Oy$ . Khi đó,

$$\vec{a} = (a_1; a_2) \text{ trong đó } \vec{a}_1 = \overline{OM}_1, \vec{a}_2 = \overline{OM}_2$$

- Để tìm tọa độ của điểm  $A$  ta tìm tọa độ của vector  $\overline{OA}$ . Như vậy  $A$  có tọa độ là  $(x; y)$  trong đó  $x = \overline{OA}_1, y = \overline{OA}_2$ ;  $A_1$  và  $A_2$  tương ứng là chân đường vuông góc hạ từ  $A$  xuống  $Ox$  và  $Oy$ .

- Nếu biết tọa độ của hai điểm  $A, B$  ta tính được tọa độ của vector  $\overline{AB}$  theo công thức 
$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

**Bài 1.** Trong hệ trục  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , cho  $\overline{OA} = (x; y)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2}$                       B.  $A(x; y)$                       C.  $A \in y'Oy \Leftrightarrow x = 0$                       D.  $A \in x'Ox \Leftrightarrow y = 0$

**Bài 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Cho điểm  $M(x; y)$ . Tọa độ điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua trục hoành là:

- A.  $M'(-x; -y)$                       B.  $M'(x; y)$                       C.  $M'(x; -y)$                       D.  $M'(-x; y)$

**Bài 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Cho điểm  $M(x; y)$ . Tọa độ điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua trục tung là:

- A.  $M'(-x; -y)$                       B.  $M'(x; y)$                       C.  $M'(x; -y)$                       D.  $M'(-x; y)$



- Bài 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Cho điểm  $M(x; y)$ . Tọa độ điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua gốc tọa độ là:  
A.  $M'(-x; -y)$       B.  $M'(x; y)$       C.  $M'(x; -y)$       D.  $M'(-x; y)$
- Bài 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-1; 4)$  và  $B(3; -5)$ . Khi đó, tọa độ của vectơ  $\overline{BA}$  là cặp số nào?  
A.  $(2; -1)$       B.  $(-4; 9)$       C.  $(4; -9)$       D.  $(4; 9)$
- Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $B(9; 7)$ ;  $C(11; -1)$ ;  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ . Tọa độ  $\overline{MN}$  là  
A.  $(2; -8)$       B.  $(1; -4)$       C.  $(10; 6)$       D.  $(5; 3)$
- Bài 7.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $I$  và có  $A(1; 3)$ . Biết điểm  $B$  thuộc trục  $(O; \vec{i})$  và  $\overline{BC}$  cùng phương với  $\vec{i}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng:  
A.  $\overline{AB} = (0; -3)$ ;  $I(2; 1)$       B.  $\overline{AB} = (0; 3)$ ;  $\overline{BC} = (3; 0)$   
C.  $\overline{BC} = (3; 0)$ ;  $\overline{AC} = (3; -3)$       D.  $\overline{AC} = (3; -3)$ ;  $I(2; 1)$
- Bài 8.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $I$  và có cạnh  $a = 5$ . Chọn hệ trục  $(A; \vec{i}, \vec{j})$  trong đó  $\vec{i}$  và  $\overline{AD}$  cùng hướng,  $\vec{j}$  và  $\overline{AB}$  cùng hướng. Tọa độ các đỉnh và tâm hình vuông là:  
A.  $A(0; 0)$ ,  $B(0; -5)$ ,  $C(-5; 5)$ ,  $D(-5; 0)$ ,  $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$   
B.  $A(0; 0)$ ,  $B(0; 5)$ ,  $C(5; 5)$ ,  $D(5; 0)$ ,  $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$   
C.  $A(0; 0)$ ,  $B(5; 0)$ ,  $C(5; 5)$ ,  $D(0; 5)$ ,  $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$   
D.  $A(0; 0)$ ,  $B(-5; 0)$ ,  $C(5; 5)$ ,  $D(0; -5)$ ,  $I\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$
- Bài 9.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AD = 4$  và chiều cao ứng với cạnh  $AD$  bằng 3, góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Chọn hệ trục tọa độ  $(A; \vec{i}, \vec{j})$  sao cho  $\vec{i}$  và  $\overline{AD}$  cùng phương. Lúc đó:  
A.  $\overline{AB} = (\sqrt{3}; 3)$ ,  $\overline{BC} = (4; 0)$ ,  $\overline{CD} = (\sqrt{3}; \sqrt{3})$ ,  $\overline{AC} = (4; 3)$   
B.  $\overline{AB} = (-\sqrt{3}; 3)$ ,  $\overline{BC} = (4; 0)$ ,  $\overline{CD} = (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ ,  $\overline{AC} = (4 - \sqrt{3}; 3)$   
C.  $\overline{AB} = (\sqrt{3}; 3)$ ,  $\overline{BC} = (4; 0)$ ,  $\overline{CD} = (-\sqrt{3}; -3)$ ,  $\overline{AC} = (4 + \sqrt{3}; 3)$   
D.  $\overline{AB} = (\sqrt{3}; 3)$ ,  $\overline{BC} = (4; 0)$ ,  $\overline{CD} = (-\sqrt{3}; -3)$ ,  $\overline{AC} = (\sqrt{3}; 3)$
- Bài 10.** Cho hình thoi  $ABCD$  cạnh  $a$  và  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Biết  $A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ ,  $C$  thuộc  $Ox$  và  $x_b \geq 0, y_b \geq 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh hình thoi  $ABCD$   
A.  $A(0; 0)$ ,  $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$ ,  $C(a\sqrt{3}; -a)$ ,  $D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$   
B.  $A(0; 0)$ ,  $B\left(-\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$ ,  $C(a\sqrt{3}; a)$ ,  $D\left(-\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$

- C.  $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(-a\sqrt{3}; a), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$   
 D.  $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; a), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$

**Dạng 3.** Tìm tọa độ của các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$ . Phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương  
 ➤ Phương pháp:

- Dùng công thức tính tọa độ của các  $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

$$\vec{u} \pm \vec{v} = (u_1 \pm v_1; u_2 \pm v_2)$$

$$k\vec{u} = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$$

- Để phân tích  $\vec{c} = (c_1; c_2)$  qua hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2)$  không cùng phương,

ta giả sử  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ . Khi đó ta quy về giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

**Bài 1.** Cho  $\vec{a} = (2; -4), \vec{b} = (-5; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$  là:

- A.  $\vec{u} = (7; -7)$       B.  $\vec{u} = (9; -11)$       C.  $\vec{u} = (9; 5)$       D.  $\vec{u} = (-1; 5)$

**Bài 2.** Cho  $M(5; -3)$ . Kẻ  $MM_1$  vuông góc với  $Ox$ ,  $MM_2$  vuông góc với  $Oy$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{OM_1} = -5$       B.  $\overline{OM_2} = 3$       C.  $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = (-5; 3)$       D.  $\overline{OM_1} + \overline{OM_2} = (5; -3)$

**Bài 3.**  $\vec{i}$  và  $\vec{j}$  là hai vectơ đơn vị của hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Tọa độ của vectơ  $2\vec{i} + \vec{j}$  là:

- A.  $(1; -2)$       B.  $(-3; 4)$       C.  $(2; 1)$       D.  $(0; \sqrt{3})$

**Bài 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5), \vec{c} = (-2; -5)$ . Tọa độ  $\vec{u} = -\vec{a} + 2\vec{b} + 5\vec{c}$  là:

- A.  $\vec{u} = (-15; -17)$       B.  $\vec{u} = (-9; -13)$       C.  $\vec{u} = (-17; -15)$       D.  $\vec{u} = (-13; -9)$

**Bài 5.** Cho  $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (-3; 4), \vec{c} = (-1; 3)$ . Tìm tọa độ  $\vec{u}$  biết  $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

- A.  $\vec{u} = (2; 1)$       B.  $\vec{u} = (3; 1)$       C.  $\vec{u} = (-3; 1)$       D.  $\vec{u} = (3; 2)$

**Bài 6.** Cho ba điểm  $A(-4; 0), B(0; 3), C(2; 1)$ . Tìm điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$

- A.  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$       B.  $M\left(-\frac{1}{3}; -\frac{3}{2}\right)$       C.  $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$       D.  $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{4}\right)$

**Bài 7.** Cho ba điểm  $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$ , một điểm  $E$  trong mặt phẳng tọa độ thỏa  $\overline{AE} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$ . Tọa độ điểm  $E$  là:

- A.  $(3; -3)$       B.  $(-3; 3)$       C.  $(-3; -3)$       D.  $(-2; -3)$

**Bài 8.** Cho  $\vec{a} = (3; -7), \vec{b} = (-5; 4), \vec{c} = (1; 2)$ . Hãy biểu diễn  $\vec{a}$  theo  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$ :

- A.  $\vec{a} = -\frac{13}{14}\vec{b} - \frac{23}{24}\vec{c}$       B.  $\vec{a} = \frac{13}{14}\vec{b} - \frac{23}{24}\vec{c}$       C.  $\vec{a} = -\frac{23}{14}\vec{b} - \frac{13}{24}\vec{c}$       D.  $\vec{a} = -\frac{13}{14}\vec{b} - \frac{13}{14}\vec{c}$

**Bài 9.** Cho ba vectơ  $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$ . Giá trị của  $h; k$  để  $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$  là:

- A.  $k = 2, 5; k = -1, 3$       B.  $k = 4, 6; k = -5, 1$       C.  $k = 4, 4; k = -0, 6$       D.  $k = 3, 4; k = -0, 2$

**Bài 10.** Cho ba vectơ  $\vec{a} = (3; 5), \vec{b} = (2; -4), \vec{c} = (1; 1)$ . Giá trị của  $h; k$  để  $5\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$  là:

- A.  $m = \frac{5}{11}; n = \frac{15}{11}$       B.  $m = \frac{15}{11}; n = \frac{5}{11}$       C.  $m = \frac{8}{11}; n = \frac{21}{11}$       D.  $m = \frac{11}{5}; n = \frac{15}{11}$

**Dạng 4.** Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vector, ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song bằng tọa độ

➤ Phương pháp

- Cho  $\vec{u} = (u_1; u_2); \vec{v} = (v_1; v_2)$ . Vector  $\vec{u}$  cùng phương với vector  $\vec{v}$  ( $\vec{v} \neq \vec{0}$ ) khi và chỉ khi tồn tại  $k$  sao cho 
$$\begin{cases} u_1 = kv_1 \\ u_2 = kv_2 \end{cases}$$
- Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AB} = k\vec{AC}$
- Hai vector song song nhau khi  $\vec{u} = k\vec{v}$  và hai vector không có điểm chung
- Để phân tích  $\vec{c} = (c_1; c_2)$  qua hai vector  $\vec{a} = (a_1; a_2); \vec{b} = (b_1; b_2)$  không cùng phương, ta giả sử  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ . Khi đó ta quy về giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

**Bài 1.** Cho  $\vec{u} = (3; -2), \vec{v} = (1; 6)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{u} + \vec{v}$  và  $\vec{a} = (-4; 4)$  ngược hướng      B.  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  cùng hướng  
 C.  $\vec{u} - \vec{v}$  và  $\vec{b} = (6; -24)$  cùng hướng      D.  $2\vec{u} + \vec{v}$  và  $\vec{u}$  cùng hướng

**Bài 2.** Cho  $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (2; 3), \vec{c} = (-6; -10)$ . Hãy chọn đẳng thức đúng?

- A.  $\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng      B.  $\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} - \vec{b}$  cùng hướng  
 C.  $\vec{a} - \vec{b}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng      D.  $\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{c}$  ngược hướng

**Bài 3.** Cho ba điểm  $A(0; 3), B(-1; -2), C(-3; -3)$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $A, B, C$  không thẳng hàng      B.  $A, B, C$  thẳng hàng  
 C. Điểm  $B$  ở giữa điểm  $A$  và  $C$       D.  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng phương

**Bài 4.** Cho bốn điểm  $A(0; 1), B(-1; -2), C(1; 5), D(-1; -1)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng      B. Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  song song  
 C. Ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng      D. Hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$  song song

**Bài 5.** Cho bốn điểm  $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{AB}$  và  $\vec{CD}$  đối nhau      B.  $\vec{AB}$  và  $\vec{CD}$  cùng phương nhưng ngược hướng  
 C.  $A, B, C, D$  thẳng hàng      D.  $\vec{AB}$  và  $\vec{CD}$  cùng phương và cùng hướng

**Bài 6.** Cho  $\vec{a} = (-5; 0), \vec{b} = (4; x)$ . Hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương nếu số  $x$  là:

- A.  $-5$       B.  $4$       C.  $0$       D.  $-1$

**Bài 7.** Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng:

- A. Hai vector  $\vec{a} = (-5; 0)$  và  $\vec{b} = (-4; 0)$  cùng phương  
 B. Vector  $\vec{c} = (7; 3)$  là vector đối của  $\vec{d} = (-7; 3)$   
 C. Hai vector  $\vec{u} = (4; 2)$  và  $\vec{v} = (8; 3)$  cùng phương  
 D. Hai vector  $\vec{a} = (6; 3)$  và  $\vec{b} = (2; 1)$  ngược hướng

**Bài 8.** Cho ba điểm  $A(6; 3), B(-3; 6)$ . Xác định điểm  $C$  trên trục hoành sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng

- A.  $C(15; 0)$       B.  $C(1; 0)$       C.  $C(6; 0)$       D.  $C(5; 0)$

**Dạng 5.** Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm tam giác

- Phương pháp: Sử dụng công thức tính trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác
- Cho đoạn thẳng  $AB$  có  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Tọa độ trung điểm  $I(x_I; y_I)$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

- Cho tam giác  $ABC$  có  $A(x_A; y_A)$ ;  $B(x_B; y_B)$ ;  $C(x_C; y_C)$ . Khi đó, tọa độ trọng tâm  $G(x_G; y_G)$  của tam giác  $ABC$  là:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

**Bài 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(0;5)$ ,  $B(2;-7)$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là cặp số nào?

- A.  $(2;-2)$                       B.  $(-2;12)$                       C.  $(-1;6)$                       D.  $(1;-1)$

**Bài 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(8;-1)$ ,  $N(3;2)$ . Nếu  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $M$  qua điểm  $N$  thì tọa độ điểm  $P$  là cặp số nào?

- A.  $(-2;5)$                       B.  $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$                       C.  $(13;-3)$                       D.  $(11;-1)$

**Bài 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(5;-2)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(-5;-1)$ . Khi đó, trọng tâm tam giác  $ABC$  là cặp số nào?

- A.  $(1;-1)$                       B.  $(0;0)$                       C.  $(0;11)$                       D.  $(10;0)$

**Bài 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  trọng tâm  $G$ . Biết rằng  $A(-1;4)$ ,  $B(2;5)$ ,  $G(0;7)$ . Hỏi tọa độ điểm  $C$  là cặp số nào?

- A.  $(2;12)$                       B.  $(-1;12)$                       C.  $(3;1)$                       D.  $(1;12)$

**Bài 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(3;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(1;6)$ ,  $D(1;-6)$ . Hỏi điểm  $G(2;-1)$  là trọng tâm của tam giác nào?

- A. Tam giác  $ABC$                       B. Tam giác  $ABD$                       C. Tam giác  $ACD$                       D. Tam giác  $BCD$

**Bài 6.** Cho hai điểm  $A(3;-5)$ ,  $B(1;7)$ . Chọn khẳng định đúng?

- A. Trung điểm đoạn thẳng  $AB$  là điểm  $(4;2)$   
B. Tọa độ của vector  $\overline{AB}$  là  $(2;-12)$   
C. Tọa độ của vector  $\overline{AB}$  là  $(-2;12)$   
D. Trung điểm đoạn thẳng  $AB$  là điểm  $(2;-1)$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$ , trọng tâm là gốc tọa độ, biết tọa độ hai đỉnh là  $A(-3;5)$ ,  $B(0;4)$ . Tọa độ đỉnh  $C$  là:

- A.  $(-5;1)$                       B.  $(3;7)$                       C.  $(3;-9)$                       D.  $(\sqrt{5};0)$

**Dạng 6.** Xác định tọa độ các đỉnh của một hình

- Phương pháp: dựa vào tính chất của hình và các công thức tính tọa độ

**Bài 1.** Cho  $M(1;-1)$ ,  $N(3;2)$ ,  $P(0;-5)$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  của tam giác  $ABC$ . Tọa độ đỉnh  $A$  là:

- A.  $(2;-2)$                       B.  $(5;1)$                       C.  $(\sqrt{5};0)$                       D.  $(2;\sqrt{2})$

**Bài 2.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(-2;3)$ ,  $B(0;4)$ ,  $C(5;-4)$ . Tọa độ đỉnh  $D$  là:

- A.  $(\sqrt{7};2)$                       B.  $(3;-5)$                       C.  $(3;7)$                       D.  $(3;\sqrt{2})$

**Bài 3.** Cho các điểm  $A(3;-1)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $I(1;-1)$ . Xác định tọa độ các điểm  $C, D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành biết  $I$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tâm  $O$  của hình bình hành  $ABCD$  là:

- A.  $O\left(0;-\frac{7}{2}\right)$                       B.  $O\left(2;-\frac{5}{2}\right)$                       C.  $O\left(-2;-\frac{5}{2}\right)$                       D.  $O\left(2;\frac{5}{2}\right)$

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;4)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $C(4;1)$ .  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $B$ ,  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$ ,  $C'$  là điểm đối xứng của  $C$  qua  $A$ . Tọa độ  $A', B', C'$  là:

- A.  $A'(-5;0)$ ,  $B'(0;9)$ ,  $C'(2;7)$                       B.  $A'(-5;0)$ ,  $B'(9;0)$ ,  $C'(2;7)$   
C.  $A'(-5;0)$ ,  $B'(0;9)$ ,  $C'(2;7)$                       D.  $A'(-5;0)$ ,  $B'(9;0)$ ,  $C'(7;2)$