

TOÁN 10	<b>VÉCTƠ</b>
0H1-1	

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....1

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ .....1

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ .....3

Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước .....5

Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện cho trước .....8

Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương.....10

Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ .....14

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO .....17

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ .....17

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ .....22

Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước .....26

Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện .....29

Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương.....32

Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ .....40

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ

- Câu 1.** Nếu  $\overline{AB} = \overline{AC}$  thì:  
**A.** tam giác  $ABC$  là tam giác cân **B.** tam giác  $ABC$  là tam giác đều  
**C.**  $A$  là trung điểm đoạn  $BC$  **D.** điểm  $B$  trùng với điểm  $C$
- Câu 2.** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?  
**A.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$  **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$  **C.**  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$  **D.**  $\overline{NP}$  và  $\overline{NM}$
- Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?  
**A.** 4 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 12
- Câu 4.** Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng  
**A.** Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
**B.** Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
**C.** Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vectơ  $\vec{0}$   
**D.** Cả A, B, C đều sai
- Câu 5.** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ  $\overline{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là  
**A.** 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

- Câu 6.** Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
**A.**  $ABCD$  là hình bình hành  
**B.**  $ACBD$  là hình bình hành  
**C.**  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm  
**D.**  $\overline{AB} = \overline{CD}$  và  $AB \parallel CD$
- Câu 7.** Cho hình vuông  $ABCD$ , câu nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{AB} = \overline{BC}$                       **B.**  $\overline{AB} = \overline{CD}$                       **C.**  $\overline{AC} = \overline{BD}$                       **D.**  $|\overline{AD}| = |\overline{CB}|$
- Câu 8.** Cho vector  $\overline{AB}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .  
**A.** 1    **B.** 2    **C.** 0    **D.** Vô số
- Câu 9.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overline{AB} = \overline{CD}$                       **B.**  $\overline{AD} = \overline{BC}$                       **C.**  $\overline{AO} = \overline{OC}$                       **D.**  $\overline{OD} = \overline{BO}$
- Câu 10.** Cho tứ giác đều  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overline{MN} = \overline{QP}$                       **B.**  $|\overline{QP}| = |\overline{MN}|$                       **C.**  $\overline{MQ} = \overline{NP}$                       **D.**  $|\overline{MN}| = |\overline{AC}|$
- Câu 11.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overline{AB} = \overline{BC}$                       **B.**  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  cùng hướng  
**C.**  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  ngược hướng                      **D.**  $\overline{BA}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương
- Câu 12.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?  
**A.** 4    **B.** 8    **C.** 10    **D.** 12
- Câu 13.** Cho 5 điểm  $A, B, C, D, E$  có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu là  $A$  và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:  
**A.** 4    **B.** 20    **C.** 10    **D.** 12
- Câu 14.** Hai vector được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:  
**A.** Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau  
**B.** Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành  
**C.** Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều  
**D.** Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau
- Câu 15.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm  $O$  sao cho bằng với  $\overline{AB}$ ?  
**A.**  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$                       **B.**  $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$                       **C.**  $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$                       **D.**  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$
- Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Xác định các vector cùng phương với  $\overline{MN}$ .  
**A.**  $\overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$                       **B.**  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{PA}, \overline{AP}$   
**C.**  $\overline{NM}, \overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$                       **D.**  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AM}, \overline{MA}, \overline{PN}, \overline{CP}$
- Câu 17.** Cho ba điểm  $A, B, C$  cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector  $\overline{AB}, \overline{BC}$  cùng hướng khi và chỉ khi:  
**A.** Điểm  $B$  thuộc đoạn  $AC$                       **B.** Điểm  $A$  thuộc đoạn  $BC$   
**C.** Điểm  $C$  thuộc đoạn  $AB$                       **D.** Điểm  $A$  nằm ngoài đoạn  $BC$
- Câu 18.** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{AB} = \overline{AC}$                       **B.**  $\overline{AB} = 2a$                       **C.**  $|\overline{AB}| = 2a$                       **D.**  $\overline{AB} = AB$
- Câu 19.** Cho tam giác không cân  $ABC$ . Gọi  $H, O$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác  $ABC$  nhọn thì  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng hướng.  
 B.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  luôn cùng hướng.  
 C.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng phương nhưng ngược hướng.  
 D.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  có cùng giá
- Câu 20.** Cho hình thoi tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ . Kết luận nào sau đây là đúng?  
 A.  $|\overline{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$       B.  $|\overline{OA}| = a$       C.  $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$       D.  $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
- Câu 21.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$  và  $AC$ . Biết  $\overline{MP} = \overline{PN}$ . Chọn câu đúng.  
 A.  $\overline{AC} = \overline{BD}$       B.  $\overline{AC} = \overline{BC}$       C.  $\overline{AD} = \overline{BC}$       D.  $\overline{AD} = \overline{BD}$
- Câu 22.** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
 A.  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{AD} = \overline{CH}$       B.  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{DA} = \overline{HC}$   
 C.  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{AD} = \overline{HC}$       D.  $\overline{AD} = \overline{HC}$  và  $\overline{OB} = \overline{OD}$
- Câu 23.** Cho  $\Delta ABC$  với điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$  và  $N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $A', B', C'$ . Câu nào sau đây đúng?  
 A.  $\overline{AM} = \overline{PC}$  và  $\overline{QB} = \overline{NC}$       B.  $\overline{AC} = \overline{QN}$  và  $\overline{AM} = \overline{PC}$   
 C.  $\overline{AB} = \overline{CN}$  và  $\overline{AP} = \overline{QN}$       D.  $\overline{AB'} = \overline{BN}$  và  $\overline{MN} = \overline{BC}$
- Câu 24.** Cho tam giác  $ABC$  có  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ . Câu nào sau đây đúng?  
 A.  $\overline{AH} = \overline{DC}$       B.  $\overline{AB} = \overline{DC}$       C.  $\overline{AD} = \overline{BC}$       D.  $\overline{AO} = \overline{AH}$
- Câu 25.** Cho đường tròn tâm  $O$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài ( $O$ ), kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  tới ( $O$ ). Xét mệnh đề:  
 (I)  $\overline{AB} = \overline{AC}$       (II)  $\overline{OB} = -\overline{OC}$       (III)  $|\overline{BO}| = |\overline{CO}|$   
 Mệnh đề đúng là:  
 A. Chỉ (I)      B. (I) và (III)      C. (I), (II), (III)      D. Chỉ (III)
- Câu 26.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm mệnh đề sai?  
 A. Có 2 vectơ bằng  $\overline{PR}$       B. Có 4 vectơ bằng  $\overline{AR}$       C. Có 2 vectơ bằng  $\overline{BO}$       D. Có 5 vectơ bằng  $\overline{OP}$
- Câu 27.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB, N$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $D$ . Hãy tính độ dài của vectơ  $\overline{MN}$ .  
 A.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$       B.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$       C.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$       D.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$
- Câu 28.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Gọi  $O$  là giao điểm của các đường chéo của tứ giác  $MNPQ$ , trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, BD$  tương ứng là  $I, J$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
 A.  $\overline{OI} = \overline{OJ}$       B.  $MP = NQ$       C.  $\overline{MN} = \overline{PQ}$       D.  $\overline{OI} = -\overline{OJ}$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ

- Câu 29.** Cho hình bình hành tâm  $O$ . Kết quả nào sau đây là đúng?  
 A.  $\overline{AB} = \overline{OA} - \overline{OB}$       B.  $\overline{CO} - \overline{OB} = \overline{BA}$       C.  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{AC}$       D.  $\overline{AO} + \overline{OD} = \overline{CB}$

**Câu 30.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Tìm đẳng thức sai:

- A.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$       B.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$   
 C.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC}$       D.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DB}$

**Câu 31.** Cho  $\triangle ABC, D, E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$       B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$   
 C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$       D.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

**Câu 32.** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$  bất kì trên mặt phẳng. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau:

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$       B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$   
 C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF}$       D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

**Câu 33.** Cho  $\triangle ABC$ , các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$ . Với  $O$  là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$       B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$   
 C.  $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$       D.  $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

**Câu 34.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$       B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$   
 C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$       D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$

**Câu 35.** Cho hai tam giác  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có trọng tâm lần lượt là  $G$  và  $G'$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = 3\overrightarrow{GG'}$       B.  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = 3\overrightarrow{GG'}$   
 C.  $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = 3\overrightarrow{GG'}$       D.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

**Câu 36.** Cho 5 điểm  $A, B, C, D, E$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$       B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$   
 C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$       D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

**Câu 37.** Cho  $\triangle ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý. Chọn hệ thức đúng?

- A.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$       B.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$   
 C.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$       D.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

**Câu 38.** Cho hình chữ nhật  $ABCD, I, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$       B.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$       C.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$       D.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

**Câu 39.** Cho  $\triangle ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $A_1, B_1, C_1$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Chọn đẳng thức sai.

- A.  $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$       B.  $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$       C.  $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$       D.  $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$

**Câu 40.** Cho 4 điểm  $M, N, P, Q$  bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

- A.  $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MN}$       B.  $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$   
 C.  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$       D.  $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$

**Câu 41.** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$  phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$       B.  $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$   
 C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$       D.  $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$

- Câu 42.** Cho  $\Delta ABC$  với  $H, O, G$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp trọng tâm. Hệ thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$       **B.**  $\overrightarrow{HO} = 3\overrightarrow{OG}$       **C.**  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$       **D.**  $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$
- Câu 43.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đẳng thức nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$       **B.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$       **C.**  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$       **D.**  $2\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$
- Câu 44.** Cho  $\Delta ABC$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{MC}{BC}\overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC}\overrightarrow{AC}$       **B.**  $\overrightarrow{BM} = \frac{MA}{AB}\overrightarrow{AC} + \frac{MB}{AB}\overrightarrow{BC}$   
**C.**  $3\overrightarrow{CM} = \frac{MB}{AC}\overrightarrow{AB} + \frac{MA}{AB}\overrightarrow{AC}$       **D.**  $2\overrightarrow{AM} = \frac{MC}{BC}\overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC}\overrightarrow{AC}$
- Câu 45.** Cho  $\Delta ABC$ ,  $AM, BN, CP$  là các trung tuyến.  $D, E, F$  là trung điểm của  $AM, BN$  và  $CP$ . Với  $O$  là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$       **B.**  $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$   
**C.**  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$       **D.**  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$
- Câu 46.** Cho tam giác  $ABC$  đều tâm  $O$ ,  $M$  là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh lần lượt là  $D, E, F$ . Hệ thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$       **B.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$   
**C.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$       **D.**  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$
- Câu 47.** Cho tứ giác  $ABCD$ .  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $DC$ .  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Xét các mệnh đề:  
(I)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$     (II)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IG}$     (III)  $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JI}$   
Mệnh đề sai là:  
**A.** (I) và (II)      **B.** (II) và (III)      **C.** Chỉ (I)      **D.** Tất cả đều sai
- Câu 48.** Cho tứ giác  $ABCD$ , các điểm  $M, N$  lần lượt thuộc các đoạn  $AD$  và  $BC$  sao cho  $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC} = \frac{m}{n}$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{MN} = \frac{n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{DC}}{m+n}$     **B.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{n\overrightarrow{AC} + m\overrightarrow{AB}}{m+n}$     **C.**  $\overrightarrow{BN} = \frac{n\overrightarrow{BC} + m\overrightarrow{CD}}{m+n}$     **D.**  $\overrightarrow{DM} = \frac{n\overrightarrow{CD} + m\overrightarrow{AD}}{m+n}$
- Câu 49.** Cho  $\Delta ABC$  và một điểm  $M$  bất kì trong tam giác. Đặt  $S_{MBC} = S_a, S_{MCA} = S_b, S_{MAB} = S_c$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?  
**A.**  $S_a\overrightarrow{MA} + S_b\overrightarrow{MB} + S_c\overrightarrow{MC} = \vec{0}$       **B.**  $S_a\overrightarrow{AB} + S_b\overrightarrow{BC} + S_c\overrightarrow{CA} = \vec{0}$   
**C.**  $S_a\overrightarrow{MC} + S_b\overrightarrow{MB} + S_c\overrightarrow{MA} = \vec{0}$       **D.**  $S_a\overrightarrow{AC} + S_b\overrightarrow{AB} + S_c\overrightarrow{BC} = \vec{0}$
- Câu 50.** Cho  $\Delta ABC$  với  $BC = a, AC = b, AB = c$ .  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ , đường tròn nội tiếp  $(I)$  tiếp xúc với các cạnh  $BC, CA, AB$  lần lượt tại  $M, N, P$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $a\overrightarrow{IM} + b\overrightarrow{IN} + c\overrightarrow{IP} = \vec{0}$       **B.**  $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{PC} = \vec{0}$   
**C.**  $a\overrightarrow{AM} + b\overrightarrow{BN} + c\overrightarrow{CP} = \vec{0}$       **D.**  $a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BC} + c\overrightarrow{CA} = \vec{0}$

**Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**

- Câu 51.** Cho hai điểm  $A$  và  $B$ . Tìm điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ .

- A. Điểm  $I$  ngoài đoạn  $AB$  sao cho  $IB = \frac{1}{3} AB$
- B. Điểm  $I$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $IB = \frac{1}{3} AB$
- C. Điểm  $I$  là trung điểm đoạn  $AB$
- D. Điểm  $I$  nằm khác phía với  $B$  đối với  $A$  và  $IB = \frac{1}{3} AB$ .

**Câu 52.** Cho đoạn thẳng  $AB$ . Hình nào sau đây biểu diễn điểm  $I$  sao cho  $\overline{AI} = -\frac{3}{5}\overline{BA}$ .



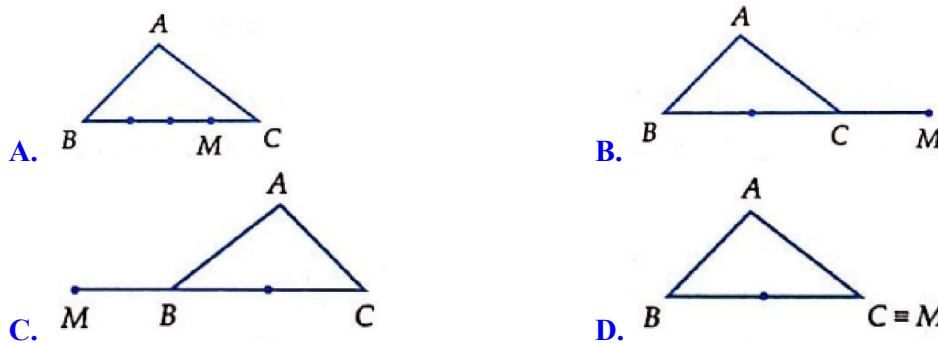
- Câu 53.** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt. Xác định điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$
- A.  $M$  ở vị trí bất kì
  - B.  $M$  là trung điểm của  $AB$
  - C. Không tìm được  $M$
  - D.  $M$  nằm trên đường trung trực của  $AB$

**Câu 54.** Trên đường thẳng  $MN$  lấy điểm  $P$  sao cho  $\overline{MN} = -3\overline{MP}$ . Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm  $M$ .



- Câu 55.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $M$  là một điểm trong đoạn  $AB$  sao cho  $AM = \frac{1}{5} AB$ . Tìm  $k$  để  $\overline{MA} = k\overline{MB}$ .
- A.  $k = \frac{1}{4}$
  - B.  $k = 4$
  - C.  $k = -\frac{1}{4}$
  - D.  $k = -4$

**Câu 56.** Cho  $\triangle ABC$ . Trên đường thẳng  $BC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\overline{MB} = 3\overline{MC}$ . Điểm  $M$  được vẽ đúng trong hình nào sau đây?



- Câu 57.** Cho  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Xác định điểm  $M$  sao cho:  $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \vec{0}$ .
- A. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $AC$ .
  - B. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $GC$ .
  - C. Điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số 4.
  - D. Điểm  $M$  chia đoạn  $GC$  thỏa mãn  $\overline{GC} = 4\overline{GM}$ .

**Câu 58.** Cho  $\triangle ABC$ ,  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Vị trí điểm  $N$  thỏa mãn  $\overline{NA} + 2\overline{NB} = \overline{CB}$  xác định bởi hệ thức:

- A.  $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$       B.  $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{BI}$       C.  $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$       D.  $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BI}$

**Câu 59.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vị trí điểm  $N$  thỏa mãn:

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}.$$

- A. Điểm  $N$  là trung điểm cạnh  $AB$       B. Điểm  $C$  là trung điểm cạnh  $BN$   
 C. Điểm  $C$  là trung điểm cạnh  $AM$       D. Điểm  $B$  là trung điểm cạnh  $NC$

**Câu 60.** Cho 2 điểm  $A, B$  là hai số thực  $a, b$  sao cho  $a + b \neq 0$ . Xét các mệnh đề:

(I) Tồn tại duy nhất một điểm  $M$  thỏa mãn  $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

$$(II) \overrightarrow{MA} = -\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}.$$

(III)  $M$  là điểm nằm trên đường thẳng  $AB$ .

Trong các mệnh đề trên thì:

- A. (I) và (III) tương đương nhau      B. (II) và (III) tương đương nhau  
 C. (I) và (II) tương đương nhau      D. (I), (II), (III) tương đương nhau

**Câu 61.** Cho  $\Delta ABC$  với  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Nếu điểm  $I$  thỏa mãn hệ thức  $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$  thì:

- A. Điểm  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .      B. Điểm  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ .  
 C. Điểm  $I$  là trực tâm của  $\Delta ABC$ .      D. Điểm  $I$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .

**Câu 62.** Cho  $\Delta ABC$ . Xác định điểm  $I$  sao cho:  $2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{IC}$ .

- A. Điểm  $I$  là trung điểm của cạnh  $AC$       B. Điểm  $C$  là trung điểm của cạnh  $IA$   
 C. Điểm  $C$  chia đoạn  $IA$  theo tỉ số  $-2$       D. Điểm  $I$  chia đoạn  $AC$  theo tỉ số  $2$

**Câu 63.** Cho  $\Delta ABC$  có  $M$  là trung điểm  $AB$  và  $N$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $NC = 2NA$ . Xác định điểm  $K$  sao cho  $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$ .

- A. Điểm  $K$  là trung điểm cạnh  $AM$       B. Điểm  $K$  là trung điểm cạnh  $BN$   
 C. Điểm  $K$  là trung điểm cạnh  $BC$       D. Điểm  $K$  là trung điểm cạnh  $MN$

**Câu 64.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vị trí điểm  $M$  thỏa mãn:  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$ .

- A. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $AC$       B. Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $BD$   
 C. Điểm  $C$  là trung điểm cạnh  $AM$       D. Điểm  $B$  là trung điểm cạnh  $MC$

**Câu 65.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm điểm  $N$  sao cho:  $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ .

- A.  $N$  là trọng tâm  $\Delta ABC$       B.  $N$  là trung điểm của  $BC$   
 C.  $N$  là trung điểm của  $AK$  với  $K$  là trung điểm của  $BC$   
 D.  $N$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận  $AB$  và  $AC$  làm 2 cạnh

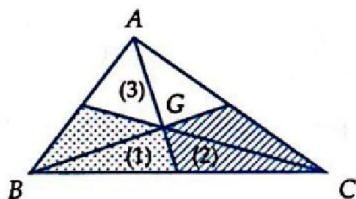
**Câu 66.** Cho  $\Delta ABC$ . Xác định điểm  $M$  sao cho:  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB}$ .

- A.  $M$  là trung điểm cạnh  $AB$       B.  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$   
 C.  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $2$       D.  $M$  là trọng tâm  $\Delta ABC$

**Câu 67.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ , điểm  $M$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . Khi đó điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

- A.  $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$       B.  $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$       C.  $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$       D.  $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

**Câu 68.** Gọi  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Nội điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì  $M$  ở vị trí nào trong hình vẽ:



- A.** Miền (1)      **B.** Miền (2)      **C.** Miền (3)      **D.** Ở ngoài  $\Delta ABC$
- Câu 69.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 4\overline{AM}$ . Khi đó điểm  $M$  trùng với điểm:  
**A.**  $O$       **B.**  $I$  là trung điểm đoạn  $OA$   
**C.**  $I$  là trung điểm đoạn  $OC$       **D.**  $C$
- Câu 70.** Cho ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng. Gọi điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $\overline{MA} = \alpha\overline{MB} + \beta\overline{MC}$ ;  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Nếu  $M$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  thì  $\alpha, \beta$  thỏa mãn điều kiện nào sau đây?  
**A.**  $\alpha^2 - \beta^2 = 0$       **B.**  $\alpha \cdot \beta = 1$       **C.**  $\alpha - \beta = 0$       **D.** Cả A, B, C đều đúng
- Câu 71.** Cho  $\Delta ABC$ . Nếu điểm  $D$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{MA} + 2\overline{MB} - 3\overline{MC} = \overline{CD}$  với  $M$  tùy ý, thì  $D$  là đỉnh của hình bình hành:  
**A.**  $ABCD$       **B.**  $ACBD$   
**C.**  $ABED$  với  $E$  là trung điểm của  $BC$       **D.**  $ACED$  với  $E$  là trung điểm của  $EC$
- Câu 72.** Cho đoạn  $AB$  và điểm  $I$  sao cho  $2\overline{IA} + 3\overline{IB} = \vec{0}$ . Tìm số  $k \in \mathbb{R}$  sao cho  $\overline{AI} = k\overline{AB}$ .  
**A.**  $k = \frac{3}{4}$       **B.**  $k = \frac{3}{5}$       **C.**  $k = \frac{2}{5}$       **D.**  $k = \frac{3}{2}$

**Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**

- Câu 73.** Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Tập hợp điểm  $M$  sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 6$  là:  
**A.** Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .      **B.** Đường tròn tâm  $G$  bán kính là 1.  
**C.** Đường tròn tâm  $G$  bán kính là 2.      **D.** Đường tròn tâm  $G$  bán kính là 6.
- Câu 74.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ .  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Tập hợp điểm  $M$  sao cho:  $2|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3|\overline{MB} + \overline{MC}|$  là:  
**A.** đường trung trực của đoạn  $GI$       **B.** đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$   
**C.** đường thẳng  $GI$       **D.** đường trung trực của đoạn  $AI$
- Câu 75.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  tâm  $O$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC} = \overline{MD}$  là  
**A.** một đoạn thẳng      **B.** một đường tròn      **C.** một điểm      **D.** tập hợp rỗng
- Câu 76.** Trên đường tròn  $C(O; R)$  lấy điểm cố định  $A$ ;  $B$  là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi  $M$  là điểm di động sao cho  $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB}$ . Khi đó tập hợp điểm  $M$  là:  
**A.** đường tròn tâm  $O$  bán kính  $2R$ .      **B.** đường tròn tâm  $A$  bán kính  $R$   
**C.** đường thẳng song song với  $OA$       **D.** đường tròn tâm  $C$  bán kính  $R\sqrt{3}$
- Câu 77.** Cho  $\Delta ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MA} - \overline{MB}| = \overline{MC}$  là:  
**A.** một đường tròn tâm  $C$       **B.** đường tròn tâm  $I$  ( $I$  là trung điểm của  $AB$ )  
**C.** một đường thẳng song song với  $AB$       **D.** là đường thẳng trung trực của  $BC$
- Câu 78.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  tâm  $O$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}| = k, k > 0$  là:  
**A.** đường tròn tâm  $O$  bán kính là  $\frac{k}{4}$       **B.** đường tròn đi qua  $A, B, C, D$   
**C.** đường trung trực của  $AB$       **D.** tập rỗng
- Câu 79.** Cho  $\Delta ABC$  trọng tâm  $G$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm  $BC, AB, CA$ . Quỹ tích các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |\overline{MA} - \overline{MC}|$  là:

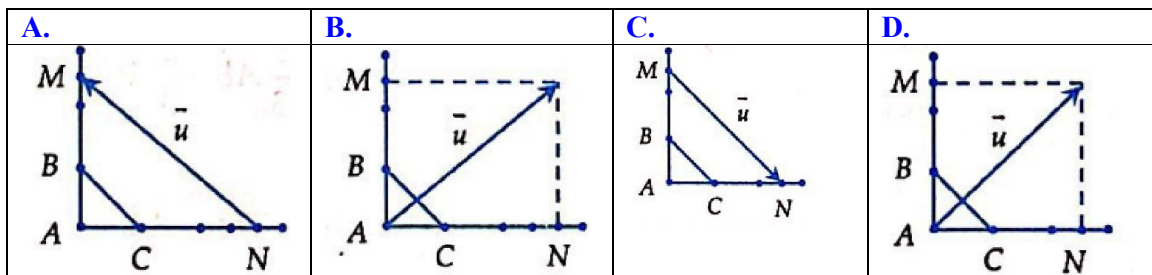


- A. đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\frac{1}{2}JK$       B. đường tròn tâm  $G$  bán kính  $\frac{1}{3}IJ$
- C. đường tròn tâm  $G$  bán kính  $\frac{1}{3}CA$       D. trung trực  $AC$
- Câu 80.** Cho đường tròn  $(O; R)$  và hai điểm  $A, B$  cố định. Với mỗi điểm  $M$  ta xác định điểm  $M'$  sao cho  $\overline{MM'} = \overline{MA} + \overline{MB}$ , lúc đó:
- A. Khi  $M$  chạy trên  $(O; R)$  thì  $M'$  chạy trên đường thẳng  $AB$
- B. Khi  $M$  chạy trên  $(O; R)$  thì  $M'$  chạy trên đường thẳng đối xứng với  $AB$  qua  $O$
- C. Khi  $M$  chạy trên  $(O; R)$  thì  $M'$  chạy trên một đường tròn cố định
- D. Khi  $M$  chạy trên  $(O; R)$  thì  $M'$  chạy trên một đường tròn cố định bán kính  $R$
- Câu 81.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{BC}$  với  $k \in \mathbb{R}$
- A. là một đoạn thẳng    B. là một đường thẳng    C. là một đường tròn    D. là một điểm
- Câu 82.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  thỏa mãn:  $|4\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |2\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}|$  là:
- A. đường thẳng qua  $A$     B. đường thẳng qua  $B$  và  $C$
- C. đường tròn    D. một điểm duy nhất
- Câu 83.** Tập hợp điểm  $M$  mà  $k\overline{MA} + k\overline{MB} = 2\overline{MC}$ ,  $k \neq 1$  là:
- A. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $C$     B. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $B$
- C. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $A$     D. đường trung trực của  $AB$
- Câu 84.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm quỹ tích điểm  $M$  thỏa mãn:  $|2\overline{MA} + 3\overline{MB} + 4\overline{MC}| = |\overline{MB} - \overline{MA}|$
- A. Quỹ tích điểm  $M$  là một đường tròn bán kính  $\frac{AB}{3}$
- B. Quỹ tích điểm  $M$  là một đường tròn bán kính  $\frac{AB}{4}$
- C. Quỹ tích điểm  $M$  là một đường tròn bán kính  $\frac{AB}{9}$
- D. Quỹ tích điểm  $M$  là một đường tròn bán kính  $\frac{AB}{2}$
- Câu 85.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm quỹ tích điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện:  $\overline{MA} + \overline{MB} = k(\overline{MA} + 2\overline{MB} - 3\overline{MC})$ ,  $k \in \mathbb{R}$
- A. Tập hợp điểm  $M$  là đường trung trực của  $EF$ , với  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$
- B. Tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng qua  $A$  và song song với  $BC$
- C. Tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\frac{AB}{9}$
- D. Với  $H$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AH} = \frac{3}{2}\overline{AC}$  thì tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng đi qua  $E$  và song song với  $HB$  với  $E$  là trung điểm của  $AB$
- Câu 86.** Cho tứ giác  $ABCD$  với  $K$  là số tùy ý. Lấy cả điểm  $M, N$  sao cho  $\overline{AM} = k\overline{AB}, \overline{DN} = k\overline{DC}$ . Tìm tập hợp trung điểm  $I$  của đoạn  $MN$  khi  $k$  thay đổi.
- A. Tập hợp điểm  $I$  là đường thẳng  $OO'$  với  $O$  và  $O'$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BD$
- B. Tập hợp điểm  $I$  là đường thẳng  $OO'$  với  $O$  và  $O'$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$
- C. Tập hợp điểm  $I$  là đường thẳng  $OO'$  với  $O$  và  $O'$  lần lượt là trung điểm của  $AB, DC$
- D. Cả A, B, C đều sai.

- Câu 87.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| + |\overline{MD} + \overline{ME} + \overline{MF}|$  nhận giá trị nhỏ nhất.  
**A.** Tập hợp điểm  $M$  là một đường thẳng      **B.** Tập hợp điểm  $M$  là một đoạn thẳng  
**C.** Tập hợp điểm  $M$  là một đường tròn      **D.** Là một điểm
- Câu 88.** Tập hợp điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức:  $2\overline{MA} + k\overline{MB} + (1-k)\overline{MC} = \vec{0}, k \in \mathbb{R}$  là:  
**A.** đường thẳng      **B.** đường tròn      **C.** đoạn thẳng      **D.** một điểm
- Câu 89.** Cho  $\Delta ABC$  và điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức:  $|\overline{3MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}| = |\overline{MB} - \overline{MA}|$ .  
 Tập hợp điểm  $M$  là  
**A.** một đoạn thẳng      **B.** nửa đường tròn      **C.** một đường tròn      **D.** một đường thẳng
- Câu 90.** Tập hợp điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức:  $|\overline{3MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{MB} - \overline{MC}|$   
**A.** là một đường tròn có bán kính là  $\frac{AB}{2}$       **B.** là một đường tròn có bán kính là  $\frac{BC}{3}$   
**C.** là một đường thẳng qua  $A$  và song song với  $BC$   
**D.** là một điểm
- Câu 91.** Tìm tập hợp điểm thỏa mãn hệ thức:  
 $2\overline{MA} - (1+k)\overline{MB} - 3k\overline{MC} = \vec{0}, k$  là giá trị thay đổi trên  $\mathbb{R}$ .  
**A.** Tập hợp điểm  $M$  là một đoạn thẳng.      **B.** Tập hợp điểm  $M$  là một đường tròn.  
**C.** Tập hợp điểm  $M$  là một đường thẳng.      **D.** Tập hợp điểm  $M$  là một nửa đường tròn.

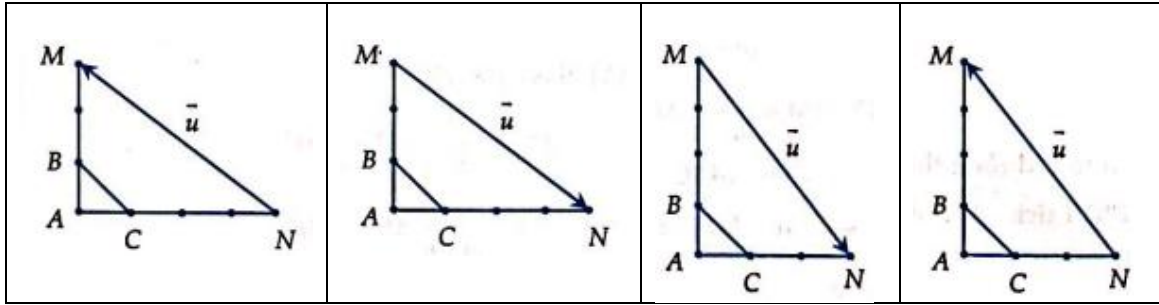
**Dạng 5. Phân tích vector qua hai vector không cùng phương**

- Câu 92.** Cho  $AK$  và  $BM$  là hai trung tuyến của  $\Delta ABC$ . Hãy phân tích vector  $\overline{AB}$  theo hai vector  $\overline{AK}$  và  $\overline{BM}$ .  
**A.**  $\overline{AB} = \frac{2}{3}(\overline{AK} - \overline{BM})$     **B.**  $\overline{AB} = \frac{1}{3}(\overline{AK} - \overline{BM})$     **C.**  $\overline{AB} = \frac{3}{2}(\overline{AK} - \overline{BM})$     **D.**  $\overline{AB} = \frac{2}{3}(\overline{AK} + \overline{BM})$
- Câu 93.** Cho  $\Delta ABC$  vuông cân,  $AB = AC$ . Khi đó vector  $\vec{u} = \frac{11}{4}\overline{AB} + \frac{5}{2}\overline{AC}$  được vẽ đúng ở hình nào sau đây?



- Câu 94.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , vector  $\vec{u} = 3\overline{AB} - 4\overline{AC}$  được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?





**Câu 95.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Phân tích  $\overrightarrow{AB}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{BN}$  và  $\overrightarrow{CP}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$       B.  $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$   
 C.  $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$       D.  $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$

**Câu 96.** Cho  $\Delta ABC$ . Điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC}$  ( $k \neq 1$ ). Phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ .

- A.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}}{1-k}$       B.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1+k}$       C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1-k}$       D.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}}{1-k}$

**Câu 97.** Cho  $\Delta OAB$  với  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $OA, OB$ . Tìm số  $m, n$  thích hợp để  $\overrightarrow{NA} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ .

- A.  $m = -1, n = \frac{1}{2}$       B.  $m = 1, n = -\frac{1}{2}$       C.  $m = 1, n = \frac{1}{2}$       D.  $m = -1, n = -\frac{1}{2}$

**Câu 98.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $E, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AE$ . Tìm các số  $p$  và  $q$  sao cho  $\overrightarrow{DN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$ .

- A.  $p = \frac{5}{4}; q = \frac{3}{4}$       B.  $p = -\frac{4}{3}; q = \frac{2}{3}$       C.  $p = -\frac{4}{3}; q = -\frac{2}{3}$       D.  $p = \frac{5}{4}; q = -\frac{3}{4}$

**Câu 99.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $K, L$  lần lượt là trung điểm  $BC, CD$ . Biết  $\overrightarrow{AK} = \vec{a}, \overrightarrow{AL} = \vec{b}$ . Biểu diễn  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}$

- A.  $\overrightarrow{BA} = \frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$       B.  $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$   
 C.  $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$       D.  $\overrightarrow{BA} = -\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$

**Câu 100.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I$  là điểm trên  $BC$  sao cho  $2CI = 3BI$  và  $J$  là điểm trên  $BC$  kéo dài sao cho  $5JB = 2JC$ . Tính  $\overrightarrow{AG}$  theo  $\overrightarrow{AI}$  và  $\overrightarrow{AJ}$

- A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{15}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$       B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$   
 C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{15}{16}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$       D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

**Câu 101.** Cho  $\Delta ABC$ . Điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $BC$  sao cho  $n\overrightarrow{BM} = m\overrightarrow{BC}$  ( $n, m \neq 0$ ). Phân tích vectơ  $\overrightarrow{AM}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

- A.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{m+n}\overrightarrow{AC}$       B.  $\overrightarrow{AM} = \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

C.  $\overline{AM} = \frac{n}{m+n} \overline{AB} + \frac{n}{m+n} \overline{AC}$

D.  $\overline{AM} = \frac{n}{m+n} \overline{AB} + \frac{m}{m+n} \overline{AC}$

**Câu 102.** Một đường thẳng cắt các cạnh  $DA$ ,  $DC$  và đường chéo  $DB$  của hình bình hành  $ABCD$  lần lượt tại các điểm  $E$ ,  $F$  và  $M$ . Biết rằng  $\overline{DE} = m\overline{DA}$ ,  $\overline{DF} = n\overline{DC}$  ( $m, n > 0$ ). Hãy biểu diễn  $\overline{DM}$  qua  $\overline{DB}$  và  $m, n$ .

A.  $\overline{DM} = \frac{m.n}{m+n} \overline{DB}$

B.  $\overline{DM} = \frac{m}{m+n} \overline{DB}$

C.  $\overline{DM} = \frac{n}{m+n} \overline{DB}$

D.  $\overline{DM} = \frac{m.n}{m-n} \overline{DB}$

**Câu 103.** Cho  $\Delta ABC$ . Trên  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $\overline{BD} = \frac{1}{3} \overline{BC}$ . Khi đó phân tích  $\overline{AD}$  theo các vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$ .

A.  $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB} + \frac{1}{3} \overline{AC}$

B.  $\overline{AD} = \frac{1}{3} \overline{AB} + \frac{2}{3} \overline{AC}$

C.  $\overline{AD} = \overline{AB} + \frac{2}{3} \overline{AC}$

D.  $\overline{AD} = \frac{5}{3} \overline{AB} - \frac{1}{3} \overline{AC}$

**Câu 104.** Cho tam giác  $ABC$ , hai điểm  $M, N$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC} = \vec{0}$  và  $2\overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC} = \vec{0}$ . Tìm hai số  $p, q$  sao cho  $\overline{MN} = p\overline{AB} + q\overline{AC}$ .

A.  $p = q = -\frac{3}{4}$

B.  $p = 2, q = 0$

C.  $p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$

D.  $p = -\frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$

**Câu 105.** Cho  $\Delta ABC$ . Lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho  $\overline{MB} = 3\overline{MC}, \overline{NA} + 3\overline{NC} = \vec{0}, \overline{PA} + \overline{PB} = \vec{0}$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $M, N, P$  thẳng hàng.

A.  $\overline{MP} = -2\overline{MN}$

B.  $\overline{MP} = 3\overline{MN}$

C.  $\overline{MP} = 2\overline{MN}$

D.  $\overline{MP} = -3\overline{MN}$

**Câu 106.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là các điểm nằm trên cạnh  $AB$  và  $CD$  sao cho  $AM = \frac{1}{3} AB$ ,  $CN = \frac{1}{2} CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta BMN$ . Gọi  $I$  là điểm xác định bởi  $\overline{BI} = m\overline{BC}$ . Xác định  $m$  để  $AI$  đi qua  $G$ .

A.  $m = \frac{6}{11}$

B.  $m = \frac{11}{6}$

C.  $m = \frac{6}{5}$

D.  $m = \frac{18}{11}$

**Câu 107.** Cho  $\Delta ABC$  có trung tuyến  $AD$ . Xét các điểm  $M, N, P$  cho bởi  $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}, \overline{AN} = \frac{1}{4} \overline{AC}, \overline{AP} = m\overline{AD}$ . Tìm  $m$  để  $M, N, P$  thẳng hàng.

A.  $m = \frac{1}{6}$

B.  $m = \frac{1}{3}$

C.  $m = \frac{1}{4}$

D.  $m = \frac{2}{3}$

**Câu 108.** Cho  $\Delta ABC$ .  $M$  và  $N$  là hai điểm xác định thỏa mãn:  $\overline{MA} + 3\overline{MC} = \vec{0}$  và  $\overline{NA} + 2\overline{NB} + 3\overline{NC} = \vec{0}$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $M, N, B$  thẳng hàng?

A.  $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{BN}$

B.  $\overline{BN} = \frac{3}{2} \overline{BM}$

C.  $\overline{BM} = \frac{2}{3} \overline{BN}$

D.  $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{BN}$

**Câu 109.** Cho  $\Delta ABC$  với  $H, O, G$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $H, O, G$  thẳng hàng?

A.  $\overline{OH} = \frac{3}{2} \overline{OG}$

B.  $\overline{HO} = 3\overline{OG}$

C.  $\overline{OG} = \frac{1}{2} \overline{GH}$

D.  $2\overline{GO} = -3\overline{OH}$

**Câu 110.** Cho ngũ giác  $ABCDE$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB, BC, CD, DE$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của các đoạn  $MP$  và  $NQ$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $IJ // AE$ ?

A.  $\overrightarrow{IJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$       B.  $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AE}$       C.  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$       D.  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

**Câu 111.** Cho  $\Delta ABC$ . Các điểm  $I, J$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AC}$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $IC // BJ$ ?

A.  $\overrightarrow{CI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$       B.  $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{BJ}$       C.  $\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$       D.  $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

**Câu 112.** Cho  $\Delta ABC$ . Trên các cạnh  $AB, BC$  lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $AM = \frac{2}{5}MB, \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $AN$  và  $CM$ . Tính tỉ số  $\frac{AI}{AN}$  và  $\frac{CI}{IM}$ .

A.  $\frac{AI}{AN} = \frac{3}{7}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$       B.  $\frac{AI}{AN} = \frac{4}{11}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{2}$   
 C.  $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{4}$       D.  $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$

**Câu 113.** Cho  $\Delta ABC$  và trung tuyến  $AM$ . Một đường thẳng song song với  $AB$  cắt các đoạn thẳng  $AM, AC$  và  $BC$  lần lượt tại  $D, E$ , và  $F$ . Một điểm  $G$  nằm trên cạnh  $AB$  sao cho  $FG$  song song với  $AC$ . Tính  $\frac{ED}{GB}$ .

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{4}$       D. 1

**Câu 114.** Cho tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại  $O$ . Qua trung điểm  $M$  của  $AB$  dựng đường thẳng  $MO$  cắt  $CD$  tại  $N$ . Biết  $OA = 1, OB = 2, OC = 3, OD = 4$ . Tính  $\frac{CN}{ND}$ .

A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $\frac{5}{2}$

**Câu 115.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là các điểm nằm trên các cạnh  $AB$  và  $CD$  sao cho  $AM = \frac{1}{3}AB, CN = \frac{1}{2}CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta BMN$ . Hãy phân tích  $\overrightarrow{AG}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$ .

A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{18}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$       B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{18}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}$       C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$       D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$

**Câu 116.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $I$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $2CI = 3BI$  và  $J$  là điểm trên tia đối của  $BC$  sao cho  $5JB = 2JC$ . Tính  $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$  theo  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$ .

A.  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$       B.  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$   
 C.  $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$       D.  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

**Câu 117.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Trên  $AB$  và  $CD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$ ,  $k \neq 1$ . Hãy biểu diễn  $\overrightarrow{MN}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{BC}$ .

A.  $\overrightarrow{MN} = k.\overrightarrow{AD} + (1-k).\overrightarrow{BC}$       B.  $\overrightarrow{MN} = (1+k).\overrightarrow{AD} + k.\overrightarrow{BC}$   
 C.  $\overrightarrow{MN} = (1-k).\overrightarrow{AD} + k.\overrightarrow{BC}$       D.  $\overrightarrow{MN} = -k.\overrightarrow{AD} + (k+1).\overrightarrow{BC}$

**Câu 118.** Cho  $\Delta ABC$  có trung tuyến  $AM$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AM$  và  $K$  là điểm trên  $AC$  sao cho  $AK = \frac{1}{3}AC$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm  $B, I, K$  thẳng hàng.

- A.  $\overline{BK} = \frac{2}{3}\overline{BI}$       B.  $\overline{BK} = \frac{4}{3}\overline{BI}$       C.  $\overline{BK} = 2\overline{BI}$       D.  $\overline{BK} = \frac{3}{2}\overline{BI}$

**Câu 119.** Cho  $\Delta ABC, E$  là trung điểm  $BC, I$  là trung điểm của  $AB$ . Gọi  $D, I, J, K$  lần lượt là các điểm thỏa mãn  $\overline{BE} = 2\overline{BD}, \overline{AJ} = \frac{1}{2}\overline{JC}, \overline{IK} = m\overline{IJ}$ . Tìm  $m$  để  $A, K, D$  thẳng hàng.

- A.  $m = \frac{5}{6}$       B.  $m = \frac{1}{3}$       C.  $m = \frac{1}{2}$       D.  $m = \frac{2}{5}$

**Câu 120.** Cho  $\Delta ABC$ . Hai điểm  $M, N$  được xác định bởi hệ thức  $\overline{BC} + \overline{MA} = \vec{0}, \overline{AB} - \overline{NA} - 3\overline{AC} = \vec{0}$ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $MN // AC$ .

- A.  $\overline{MN} = 2\overline{AC}$       B.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{AC}$       C.  $\overline{MN} = -3\overline{AC}$       D.  $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AC}$

**Câu 121.** Cho  $\Delta ABC; M$  và  $N$  xác định bởi  $3\overline{MA} + 4\overline{MB} = \vec{0}, \overline{NB} - 3\overline{NC} = \vec{0}$ . Trọng tâm  $\Delta ABC$  là  $G$ . Gọi  $P$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $\frac{PA}{PC} = 4$ . Các đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $M, G, N, P$  thẳng hàng.

- A.  $7\overline{GM} + 2\overline{GN} = \vec{0}$  và  $3\overline{PG} + 2\overline{PN} = \vec{0}$       B.  $5\overline{GM} + 2\overline{GN} = \vec{0}$  và  $3\overline{PG} + 2\overline{PN} = \vec{0}$   
 C.  $7\overline{GM} + 2\overline{GN} = \vec{0}$  và  $2\overline{PQ} - 3\overline{PN} = \vec{0}$       D.  $3\overline{GM} + 2\overline{GN} = \vec{0}$  và  $3\overline{PG} + 2\overline{PN} = \vec{0}$

**Câu 122.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trọng tâm của  $\Delta ADC$  và  $\Delta BCD$ . Đẳng thức nào là điều kiện cần và đủ để  $IJ // AB$ .

- A.  $\overline{IJ} = \frac{1}{3}\overline{AB}$       B.  $\overline{IJ} = \frac{2}{3}\overline{AB}$       C.  $\overline{IJ} = \frac{1}{2}\overline{AB}$       D.  $\overline{IJ} = \frac{1}{4}\overline{AB}$ .

**Câu 123.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $AB; N \in$  cạnh  $AC$  sao cho  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}, \overline{AN} = \frac{3}{4}\overline{AC}$ .

Gọi  $O$  là giao điểm của  $CM$  và  $BN$ . Tính tỉ số  $\frac{ON}{OB}$  và  $\frac{OM}{OC}$  tương ứng.

- A.  $\frac{1}{9}$  và  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{1}{3}$  và  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{4}$  và  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{1}{6}$  và  $\frac{1}{9}$

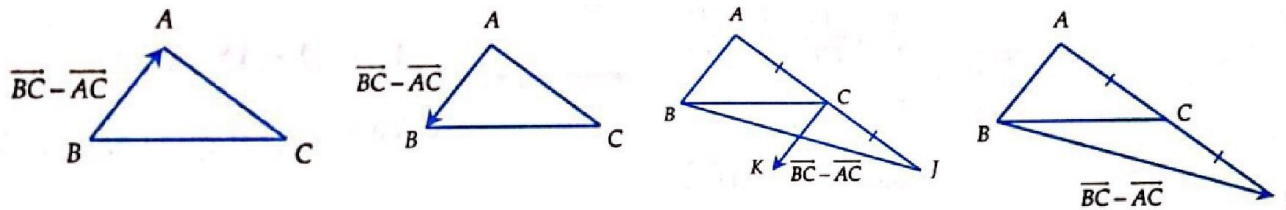
**Câu 124.** Cho hình bình hành  $ABCD$ .  $M$  thuộc  $AC$  sao cho:  $AM = kAC$ . Trên cạnh  $AB, BC$  lấy các điểm  $P, Q$  sao cho  $MP // BC, MQ // AB$ . Gọi  $N$  là giao điểm của  $AQ$  và  $CP$ . Tính tỉ số  $\frac{AN}{AQ}$  và  $\frac{CN}{CP}$  theo  $k$ .

- A.  $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k-1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k+1}$       B.  $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2-k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2-k+1}$   
 C.  $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k-1}$       D.  $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k+1}$

**Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ**

**Câu 125.** Cho  $\Delta ABC$ . Vector  $\overline{BC} - \overline{AC}$  được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

- A.      B.      C.      D.



**Câu 126.** Cho tam giác  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ . Khi đó độ dài  $|\overline{BA} + \overline{BC}|$  là:

- A. 4                                      B. 8                                      C.  $2\sqrt{13}$                                       D.  $\sqrt{13}$

**Câu 127.** Cho hình thang cân  $ABCD$ , có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng  $2a$  và  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ . Tính  $|\overline{CB} - \overline{AD} + \overline{AC}|$ .

- A.  $a\sqrt{3}$                                       B.  $2a\sqrt{5}$                                       C.  $a\sqrt{5}$                                       D.  $a\sqrt{2}$

**Câu 128.** Cho 2 vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Biết  $|\vec{a}| = 6$ ;  $|\vec{b}| = 3$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$

- A.  $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$                                       B.  $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$                                       C.  $6(\sqrt{5} + 3)$                                       D.  $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$

**Câu 129.** Cho tam giác vuông cân  $OAB$  với  $OA = OB = a$ . Tính độ dài vectơ  $\vec{v} = \frac{11}{4}\overline{OA} - \frac{3}{7}\overline{OB}$ .

- A.  $2a$                                       B.  $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$                                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$                                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

**Câu 130.** Một vật nặng ( $D$ ) được kéo bởi hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  như hình vẽ. Xác định hướng di chuyển của ( $D$ ) và tính độ lớn lực tổng hợp của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ . Biết  $F_1 = F_2 = 60\text{N}$  và góc giữa  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  là  $60^\circ$ .

- A.  $50\sqrt{3}\text{N}$                                       B.  $30\sqrt{3}\text{N}$                                       C.  $60\text{N}$                                       D.  $60\sqrt{3}\text{N}$

**Câu 131.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Cho  $AB = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó:

- A.  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = 3a$                                       B.  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = a$                                       C.  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = \frac{3a}{2}$                                       D.  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = 0$

**Câu 132.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính độ dài vectơ:  $\vec{u} = \overline{MA} - 2\overline{MB} + 3\overline{MC} - 2\overline{MD}$

- A.  $|\vec{u}| = 4a\sqrt{2}$                                       B.  $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$                                       C.  $|\vec{u}| = 3a\sqrt{2}$                                       D.  $|\vec{u}| = 2a\sqrt{2}$

**Câu 133.** Cho  $\triangle ABC$ . Vectơ  $\overline{BC} + \overline{AB}$  được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?

A.	B.	C.	D.

**Câu 134.** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $\widehat{BAD} = 60^\circ$  và cạnh là  $a$ . Tính độ dài  $|\overline{AB} + \overline{AD}|$ .

- A.  $a\sqrt{3}$                                       B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                                       C.  $a\sqrt{2}$                                       D.  $2a$

**Câu 135.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh là  $a$ .  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Tính  $|\overline{OA} - \overline{CB}|$ .

A.  $a\sqrt{3}$                       B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$                       D.  $a\sqrt{2}$

**Câu 136.** Cho  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ . Độ dài vector tổng:  $|\overline{AB} + \overline{AC}|$  là

A.  $a\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $2a\sqrt{3}$                       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Câu 137.** Với  $\forall \vec{a}, \vec{b}$  độ dài  $|\vec{a} + \vec{b}|$ :

A. Bao giờ cũng lớn hơn  $|\vec{a}| + |\vec{b}|$                       B. Không nhỏ hơn  $|\vec{a}| + |\vec{b}|$   
 C. Bao giờ cũng nhỏ hơn  $|\vec{a}| + |\vec{b}|$                       D. Không lớn hơn  $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

**Câu 138.** Cho  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ . Khi đó  $|\overline{AC} - \overline{CB} - \overline{AC}|$  bằng:

A. 0                      B.  $3a$                       C.  $a$                       D.  $a(\sqrt{3}-1)$

**Câu 139.** Cho tam giác  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ . Tính độ dài  $|\overline{AB} - \overline{BC}|$ .

A. 0                      B.  $a$                       C.  $a\sqrt{3}$                       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Câu 140.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ , trọng tâm  $G$ . Tính độ dài vector  $|\overline{AB} - \overline{GC}|$ .

A.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{a}{3}$                       C.  $\frac{2a}{3}$                       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

**Câu 141.** Cho tam giác vuông cân  $OAB$  với  $OA = OB = a$ . Tính độ dài vector  $\vec{u} = \frac{21}{4}\overline{OA} + 2,5\overline{OB}$

A.  $\frac{\sqrt{541}}{4}a$                       B.  $\frac{\sqrt{520}}{4}a$                       C.  $\frac{\sqrt{140}}{4}a$                       D.  $\frac{\sqrt{310}}{4}a$

**Câu 142.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh là 3. Tính độ dài  $|\overline{AC} + \overline{BD}|$ :

A. 6                      B.  $6\sqrt{2}$                       C. 12                      D. 0

**Câu 143.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , tâm  $O$  và  $M$  là trung điểm  $AB$ . Tính độ dài  $|\overline{OA} + \overline{OB}|$ .

A.  $a$                       B.  $3a$                       C.  $\frac{a}{2}$                       D.  $2a$

**Câu 144.** Cho  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính độ dài vector  $|\overline{AB} + \overline{BM}|$ .

A.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$                       B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

**Câu 145.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  điểm  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính độ dài vector  $\vec{u} = \frac{3}{4}\overline{MA} - 2,5\overline{MB}$ .

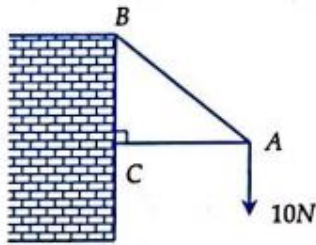
A.  $\frac{a\sqrt{127}}{4}$                       B.  $\frac{a\sqrt{127}}{8}$                       C.  $\frac{a\sqrt{127}}{3}$                       D.  $\frac{a\sqrt{127}}{2}$

**Câu 146.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính độ dài vector  $\vec{u} = 4\overline{MA} - 3\overline{MB} + \overline{MC} - 2\overline{MD}$ .

A.  $|\vec{u}| = a\sqrt{5}$                       B.  $|\vec{u}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$                       C.  $|\vec{u}| = 3a\sqrt{5}$                       D.  $|\vec{u}| = 2a\sqrt{5}$



- Câu 147.** Cho hai lực  $F_1 = F_2 = 100N$  có điểm đặt tại  $O$  và tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Tính cường độ lực tổng hợp của hai lực đó.  
**A.**  $100N$                       **B.**  $50\sqrt{3}N$                       **C.**  $100\sqrt{3}$                       **D.**  $25\sqrt{3}N$
- Câu 148.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng 3.  $H$  là trung điểm của  $BC$ . Tìm mệnh đề sai.  
**A.**  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 3\sqrt{3}$       **B.**  $|\overline{BA} + \overline{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$       **C.**  $|\overline{AH} + \overline{HB}| = 3$       **D.**  $|\overline{HA} + \overline{HB}| = \sqrt{3}$
- Câu 149.** Cho hai lực  $F_1, F_2$ . Có điểm đặt tại  $M$ . Tìm cường độ lực tổng hợp của chúng biết  $\overline{F_1}$  và  $\overline{F_2}$  có cùng cường độ lực là  $100N$ , góc hợp bởi  $\overline{F_1}$  và  $\overline{F_2}$  là  $120^\circ$ .  
**A.**  $120N$                       **B.**  $60N$                       **C.**  $100N$                       **D.**  $50N$
- Câu 150.** Một giá đỡ được gắn vào tường như hình vẽ:



- Trong đó  $\Delta ABC$  vuông ở  $C$ . Người ta treo vào điểm  $A$  một vật nặng  $10N$ . Khi đó lực tác dụng vào bức tường tại điểm  $B$ :  
**A.** Kéo bức tường theo hướng  $\overline{BA}$  với cường độ  $10\sqrt{3}N$   
**B.** Kéo bức tường theo hướng  $\overline{BC}$  với cường độ  $10\sqrt{2}N$   
**C.** Kéo bức tường theo hướng  $\overline{BA}$  với cường độ  $10\sqrt{2}N$   
**D.** Kéo bức tường theo hướng  $\overline{BC}$  với cường độ  $10\sqrt{2}N$

- Câu 151.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Gọi  $H$  là chân đường cao hạ từ  $A$  sao cho  $\overline{BH} = \frac{1}{3}\overline{HC}$ . Điểm  $M$  di động trên  $BC$  sao cho  $\overline{BM} = x.\overline{BC}$ . Tìm  $x$  sao cho độ dài vector  $|\overline{MA} + \overline{GC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.  
**A.**  $x = \frac{4}{5}$                       **B.**  $x = \frac{5}{6}$                       **C.**  $x = \frac{6}{5}$                       **D.**  $x = \frac{5}{4}$

- Câu 152.** Cho  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ .  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính độ dài  $\left| \frac{1}{2}\overline{AB} + 2\overline{AC} \right|$ .  
**A.**  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$                       **B.**  $\frac{a\sqrt{21}}{2}$                       **C.**  $\frac{a\sqrt{21}}{4}$                       **D.**  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ

**Câu 1.**

**Đáp án D**

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

**Câu 2.**

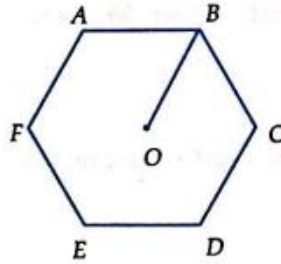
**Đáp án A**

**Câu 3.** Ta có các vector:  $\overline{AB}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{CA}, \overline{AC}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 4.** Vì vectơ  $\vec{0}$  cùng phương với mọi vectơ. Nên có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vectơ  $\vec{0}$ .

**Đáp án C.**



**Câu 5.**

Các vectơ cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 6.**

**Đáp án C**

**Câu 7.**

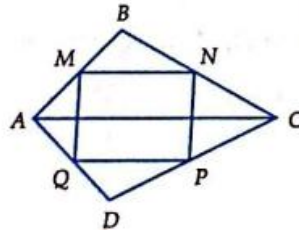
**Đáp án D**

**Câu 8.**

**Đáp án A**

**Câu 9.**

**Đáp án A**



**Câu 10.**

Ta có  $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$  (do cùng song song và bằng  $\frac{1}{2}AC$ ).

Do đó MNPQ là hình bình hành.

**Đáp án D.**

**Câu 11.** Với ba trường hợp lần lượt  $A, B, C$  nằm giữa thì ta luôn có  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$  cùng phương.

**Đáp án D.**

**Câu 12. Đáp án D**

Một vectơ khác vectơ không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 12 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác.

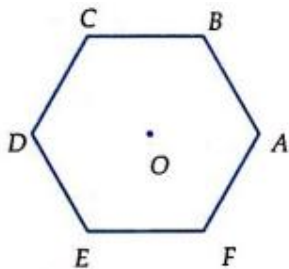
**Câu 13. Đáp án A**

**Câu 14.**

**Đáp án D**

**Câu 15.**

**Đáp án D**



Các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là:

$\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

**Câu 16.**

**Đáp án C**

Có 3 đường thẳng song song với  $MN$  là  $AC, AP, PC$

Nên có 7 vectơ

$\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$

**Câu 17.**

**Đáp án A**



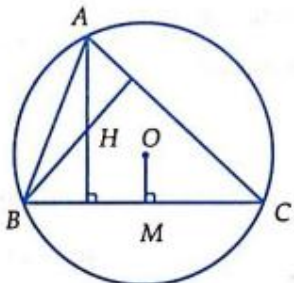
**Câu 18.**

**Đáp án C**

Vì tam giác đều nên  $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2a$

**Câu 19.**

**Đáp án A**



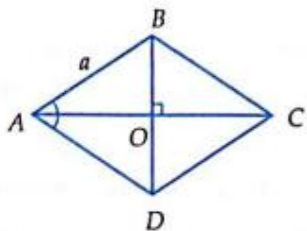
Thật vậy khi  $\Delta ABC$  nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

$O, H$  nằm trong tam giác  $\Rightarrow \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$  cùng hướng

**Câu 20.**

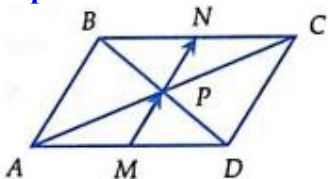
**Đáp án A**



$$\text{Vì } \hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 21.

**Đáp án C**



Ta có:  $MP \parallel DC, MP = \frac{1}{2}DC, PN \parallel AB, PN = \frac{1}{2}AB$ . Mà  $MP = PN$

$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow ABCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$

Câu 22. Ta có  $BD$  là đường kính  $\Rightarrow \overline{OB} = \overline{OD}$ .

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$  (1)

Ta lại có  $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  tứ giác  $HADC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{HA} = \overline{CD}; \overline{AD} = \overline{HC}$ .

**Đáp án C.**

Câu 23. Ta có  $AMCP$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{PC}$

Lại có  $AQBM$  và  $BMCN$  là hình bình hành

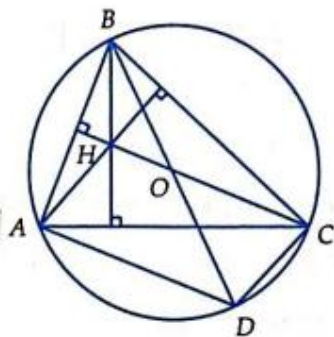
$\Rightarrow NC = BM = QA$

$\Rightarrow AQNC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AC} = \overline{QN}$ .

**Đáp án B.**

Câu 24.

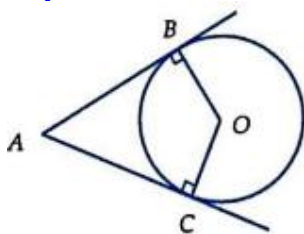
**Đáp án A**



Ta có thể chỉ ra được  $ADCH$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AH} = \overline{DC}$

Câu 25.

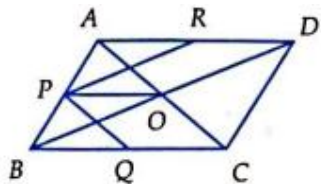
**Đáp án D**



Ta có:  $OB = OC = R \Rightarrow |\overline{BO}| = |\overline{CO}|$

Câu 26.

**Đáp án D**

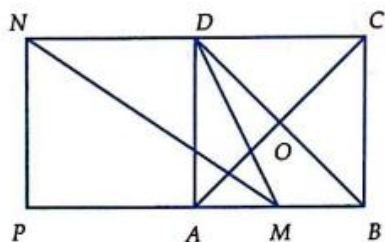


Ta có:  $\vec{PQ} = \vec{AO} = \vec{OC}$

$\vec{AR} = \vec{RQ} = \vec{PO} = \vec{BQ} = \vec{QC}, \vec{BO} = \vec{OD} = \vec{PR}, \vec{OP} = \vec{RA} = \vec{DR} = \vec{CQ} = \vec{QB}$

**Câu 27.**

**Đáp án C**



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $MAD$  ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$$

$$= \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $AD$  cắt  $AB$  tại  $P$ .

Khi đó tứ giác  $ADNP$  là hình vuông và  $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $NPM$  ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

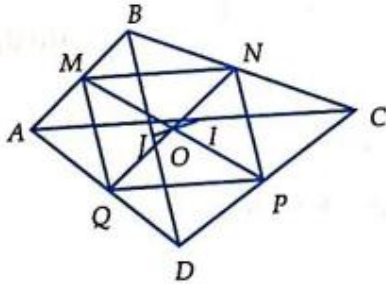
$$= \frac{13a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Suy ra  $|\vec{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

**Câu 28.**

**Đáp án D**



Ta có:  $MNPQ$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{MN} = \overline{QP}$

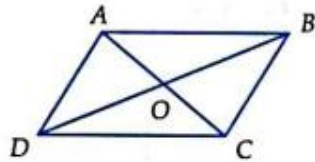
Ta có:

$$\begin{aligned} \overline{OI} + \overline{OJ} &= \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OC}) + \frac{1}{2}(\overline{OD} + \overline{OB}) = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB}) + \frac{1}{2}(\overline{OC} + \overline{OD}) \\ &= \overline{OM} + \overline{ON} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overline{OI} &= -\overline{OJ} \end{aligned}$$

**Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ**

**Câu 29.**

**Đáp án B**



$$\overline{CO} - \overline{OB} = \overline{CO} + \overline{OD} = \overline{CD} = \overline{BA}$$

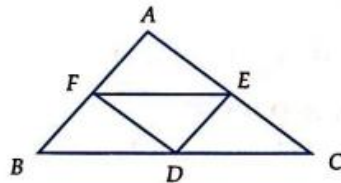
**Câu 30.**

- + Tứ giác  $AMCN$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AM} + \overline{AN} = \overline{AC} \Rightarrow$  A đúng.
- +  $ABCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC} = \overline{AM} + \overline{AN} \Rightarrow$  B đúng.
- +  $\overline{AM} = \overline{NC}, \overline{AN} = \overline{MC} \Rightarrow \overline{AM} + \overline{AN} = \overline{MC} + \overline{NC} \Rightarrow$  C đúng.

**Đáp án D.**

**Câu 31.**

**Đáp án C**



$$\begin{aligned} \overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} &= \overline{AE} + \overline{ED} + \overline{BF} + \overline{FE} + \overline{CD} + \overline{DF} \\ &= \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD} + (\overline{ED} + \overline{DF} + \overline{FE}) = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD} \end{aligned}$$

**Câu 32.**

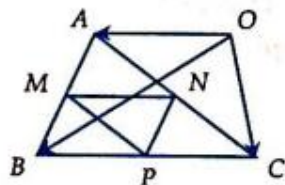
**Đáp án D**

Ta có:

$$(\overline{BA} + \overline{CB}) + (\overline{BD} + \overline{DC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow B \equiv A. \text{ Vì } A, B \text{ bất kì } \Rightarrow D \text{ sai.}$$

**Câu 33.**

**Đáp án B**



$$\begin{aligned} \vec{VT} &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ &= \vec{OM} + \vec{MA} + \vec{ON} + \vec{NB} + \vec{OP} + \vec{PC} \quad \text{Mà } \vec{NB} = \vec{NM} + \vec{NP} \\ &\Rightarrow \vec{MA} + \vec{NB} + \vec{PC} = \vec{MA} + \vec{NM} + \vec{NP} + \vec{PC} = \vec{NA} + \vec{NC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{VT} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} \end{aligned}$$

Câu 34.

**Đáp án A**

$$\vec{VT} = \vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{CB} + (\vec{DB} + \vec{BD}) = \vec{AD} + \vec{CB} = \vec{VP}$$

Câu 35.

**Đáp án D**

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{AG} + \vec{GG'} + \vec{G'A'} + \vec{BG} + \vec{GG'} + \vec{G'B'} + \vec{CG} + \vec{GG'} + \vec{G'C'} = 3\vec{GG'}$$

Câu 36.

**Đáp án D**

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EA} &= (\vec{AC} + \vec{CB}) + \vec{CD} + (\vec{ED} + \vec{DA'}) = \vec{CB} + \vec{ED} + (\vec{AC} + \vec{CD}) + \vec{DA} \\ &= \vec{CB} + \vec{ED} + (\vec{AD} + \vec{DA}) = \vec{CB} + \vec{ED} \end{aligned}$$

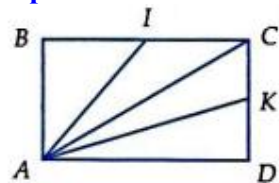
Câu 37.

**Đáp án C**

$$2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{MC} + 2\vec{CA} + \vec{MC} + \vec{CB} - 3\vec{MC} = 2\vec{CA} + \vec{CB}$$

Câu 38.

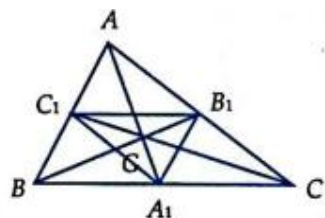
**Đáp án D**



$$\vec{AI} + \vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC}) = \vec{AC} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{3}{2}\vec{AC}$$

Câu 39.

**Đáp án D**



Ta có:  $\vec{GC} = 2\vec{C_1G} \Rightarrow D$  sai. Nhận xét:  $\triangle ABC$  và  $\triangle A_1B_1C_1$  cùng trọng tâm.

Câu 40.

**Đáp án B**

Ta có:

$$\vec{NP} + \vec{MN} = \vec{NQ} + \vec{QP} + \vec{MQ} + \vec{QN} = \vec{QP} + \vec{MQ} + (\vec{NQ} + \vec{QN}) = \vec{QP} + \vec{MQ} = \vec{VP}$$

- Câu 41.** + Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0} \Rightarrow A$  đúng.  
 +  $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Rightarrow B$  đúng.  
 +  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF} \Rightarrow C$  đúng.  
 +  $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow F \equiv C$  (mâu thuẫn giả thiết)  
 $\Rightarrow D$  sai.

**Đáp án D.**

- Câu 42.** Ta có  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$  (1)  
 Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$ ,  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $O$ .  
 Dễ thấy  $HBA'C$  là hình bình hành  
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA'} \Leftrightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA'} = 2\overrightarrow{HO}$   
 $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{HO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$  (2)  
 Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GH} = 3\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{OG} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ .

**Đáp án C.**

- Câu 43.** + B đúng vì  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD}$   
 $= 2\overrightarrow{IJ} + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = 2\overrightarrow{IJ}$   
 + C đúng vì  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{IJ}$   
 + D đúng vì  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

**Đáp án A.**

- Câu 44.** Kẻ  $MN // AC, N \in AB$ .  
 Áp dụng định lí Ta-lét ta có  $\overrightarrow{AN} = \frac{AN}{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{MC}{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$ .  $\overrightarrow{NM} = \frac{NM}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{MB}{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NM} = \frac{MC}{BC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

**Đáp án A.**

- Câu 45.** Ta có:  $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OM} = 4\overrightarrow{OD}$  (1)  
 Tương tự  $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OE}$  (2)  
 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OF}$  (3)  
 Cộng về với về (1), (2), (3) ta được đáp án **A**.

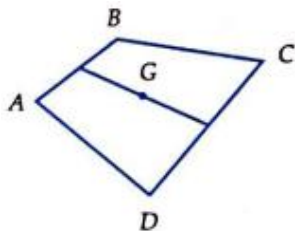
**Đáp án A.**

- Câu 46.** Qua  $M$  kẻ các đường thẳng  $A_1B_1 // AB, A_2C_1 // AC, B_2C_2 // BC$   
 $\Rightarrow$  Các tam giác đều  $\Delta MB_1C_1, \Delta MA_1C_2, \Delta MA_2B_2$   
 Ta có:  $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB_1} + \overrightarrow{MC_1}), \overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MC_2}), \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB_2} + \overrightarrow{MA_2})$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MA_2}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB_1} + \overrightarrow{MB_2}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC_1} + \overrightarrow{MC_2})$   
 $= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$ .

**Đáp án D.**

- Câu 47.**  
**Đáp án B**



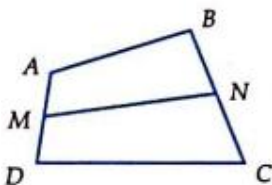


$$\begin{aligned} \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} &= \overline{AG} + \overline{GB} + (\overline{AG} + \overline{GC}) + (\overline{AG} + \overline{GD}) \\ &= 3\overline{AG} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = 4\overline{GA} + (\overline{GA} + \overline{GB}) + (\overline{GC} + \overline{GD}) = 4\overline{AG} + 2I + 2\overline{GJ} = 4\overline{AG} \end{aligned}$$

(II) và (III) sai vì G không phải là trung điểm của AC và BD.

Câu 48.

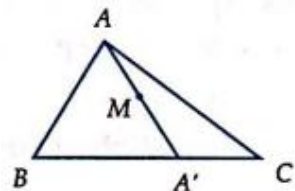
Đáp án A



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} \overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN} \\ \overline{MN} = \overline{MD} + \overline{DC} + \overline{CN} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} n\overline{MN} = n\overline{MA} + n\overline{AB} + n\overline{BN} \\ m\overline{MN} = m\overline{MD} + m\overline{DC} + m\overline{CN} \end{cases} \Rightarrow (m+n)\overline{MN} \\ = (n\overline{MA} + m\overline{MD}) + (n\overline{AB} + m\overline{DC}) + (n\overline{BN} + m\overline{CN}) = \vec{0} + n\overline{AB} + m\overline{DC} + \vec{0} \Rightarrow \overline{MN} = \frac{n\overline{AB} + m\overline{DC}}{m+n} \end{aligned}$$

Câu 49.

Đáp án A



Gọi  $A' = AM \cap BC$

$$\text{Ta có } \overline{MA'} = \frac{A'C}{BC} \overline{MB} + \frac{A'B}{BC} \overline{MC}$$

$$\frac{A'C}{A'B} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MA'B}} = \frac{S_{MAC}}{S_{MAB}} = \frac{S_b}{S_c} \Rightarrow \frac{A'C}{BC} = \frac{S_b}{S_b + S_c}; \frac{A'B}{BC} = \frac{S_c}{S_b + S_c}$$

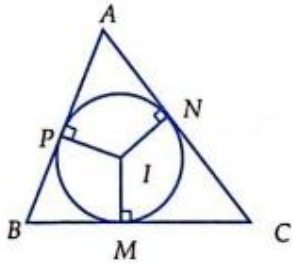
$$\overline{MA'} = \frac{S_b}{S_b + S_c} \overline{MB} + \frac{S_c}{S_b + S_c} \overline{MC} (*) \text{ Mặt khác } \frac{MA'}{MA} = \frac{S_{MA'B}}{S_{MAB}} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MAC}} = \frac{S_{MA'B} + S_{MA'C}}{S_{MAB} + S_{MAC}} = \frac{S_a}{S_b + S_c}$$

$$\Rightarrow \overline{Ma'} = \frac{-S_a}{S_b + S_a} \overline{MA}, \text{ thay vào } (*) \text{ ta được: } -S_a \overline{MA} = S_b \overline{MB} + S_c \overline{MC}$$

$$\Leftrightarrow S_a \overline{MA} + S_b \overline{MB} + S_c \overline{MC} = 0$$

**Câu 50.**

**Đáp án A**



Gọi  $p$  là nửa chu vi  $\Delta ABC$ , ta có:

$$AP = AN = p - a$$

$$BM = BP = p - b$$

$$CN = CM = p - c$$

$$\text{Ta có } \overline{IM} = \frac{MB}{BC} \cdot \overline{IB} + \frac{MC}{BC} \cdot \overline{IC} \Leftrightarrow a \overline{IM} = (p - c) \overline{IB} + (p - b) \overline{IC} \quad (1)$$

Tương tự:

$$b \overline{IN} = (p - a) \overline{IC} + (p - c) \overline{IA} \quad (2), \quad c \overline{IP} = (p - b) \overline{IA} + (p - a) \overline{IB} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1), (2), (3) ta được:

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow a \overline{IM} + b \overline{IN} + c \overline{IP} \\ &= (2p - b - c) \overline{IA} + (2p - a - c) \overline{IB} + (2p - a - b) \overline{IC} = a \overline{IA} + b \overline{IB} + c \overline{IC} = \vec{0} \end{aligned}$$

Nhận xét: Áp dụng kết quả nếu  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$  thì

$$\Leftrightarrow a \overline{IA} + b \overline{IB} + c \overline{IC} = \vec{0}$$

**Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Câu 51.**  $\overline{IA} + 2\overline{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{IA} = -2\overline{IB}$ .

Vậy  $I$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $IB = \frac{1}{3} AB$ .

**Đáp án B.**

**Câu 52.**

**Đáp án B.**

**Câu 53.**

**Đáp án B**

**Câu 54.**

**Đáp án C**

Ta có:  $MN = 3MP$  và  $P, N$  khác đối với  $M$

**Câu 55.**

**Đáp án C**

**Câu 56.**

**Đáp án B**

**Câu 57.**  $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \overline{MG} + \overline{GA} + \overline{MG} + \overline{GB} + 2\overline{MG} + 2\overline{GC} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow 4\overline{MG} + (\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) + \overline{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{GC} = 4\overline{GM}$

**Đáp án D.**

**Câu 58.** Ta có:  $\overline{NA} + 2\overline{NB} = \overline{CB} \Leftrightarrow \overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NB} = \overline{CN} + \overline{NB}$

$$\Leftrightarrow \overline{NA} + \overline{NC} = -\overline{NB} \Leftrightarrow 2\overline{NI} = -\overline{NB} \Rightarrow \overline{BN} = \frac{2}{3}\overline{BI}$$

**Đáp án C.**

**Câu 59.** Ta có  $\overline{NC} + \overline{ND} - \overline{NA} = \overline{AB} + \overline{AD} - \overline{AC}$   
 $\Leftrightarrow (\overline{NC} - \overline{NA}) + \overline{ND} = (\overline{AB} + \overline{AD}) - \overline{AC}$   
 $\Leftrightarrow \overline{AC} + \overline{ND} = \overline{AC} - \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AC} = \overline{DN}$   
 $\Rightarrow ACND$  là hình bình hành  $\Rightarrow C$  là trung điểm cạnh  $BN$ .

**Đáp án B.**

**Câu 60.**  $a\overline{AM} + b\overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow a\overline{MA} + b(\overline{MA} + \overline{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{MA} = -\frac{b}{a+b}\overline{AB}$

Do giả thiết  $M$  được xác định duy nhất trên đường thẳng  $AB$ .

**Đáp án C.**

**Câu 61.** Lấy  $A'$  sao cho  $\frac{A'B}{A'C} = \frac{c}{b}$  hay  $AA'$  là đường phân giác.

Ta có:  $a\overline{IA} + b\overline{IB} + c\overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow a\overline{IA} + (b+c)\overline{IA'} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow I \text{ thuộc đoạn } AA' \text{ và } \frac{IA}{IA'} = \frac{b+c}{a} = \frac{c}{\frac{ac}{b+c}} = \frac{BA}{BA'}$$

$\Rightarrow I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ .

**Đáp án B.**

**Câu 62.**

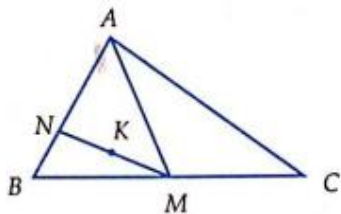
**Đáp án C**

$$2\overline{IA} - 3\overline{IB} = 3\overline{BC} \Leftrightarrow 2\overline{IA} - 2\overline{IB} - \overline{IB} = 3\overline{BC} \Leftrightarrow 2(\overline{IA} - \overline{IB}) = 2\overline{BC} + \overline{IB} + \overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow 2\overline{BA} = 2\overline{BC} + \overline{IC} \Leftrightarrow 2\overline{BA} - 2\overline{BC} = \overline{IC} \Leftrightarrow 2\overline{CA} = \overline{IC} \Leftrightarrow \overline{CI} = -2\overline{CA}$$

**Câu 63.**

**Đáp án D**

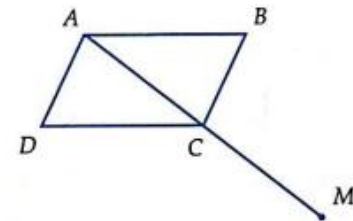


$M$  là trung điểm  $AB$  nên  $\overline{AB} = 2\overline{AM}$ ,  $\overline{AC} = 2\overline{AN} \Leftrightarrow 3\overline{AB} + 2\overline{AC} - 12\overline{AK} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 6\overline{AM} + 6\overline{AN} - 12\overline{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{AK} = \frac{1}{2}(\overline{AM} + \overline{AN}) \Rightarrow K \text{ là trung điểm của } MN.$$

**Câu 64.**

**Đáp án C**

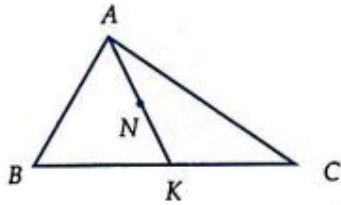


$$\overline{MA} - \overline{MB} = \overline{BA} \Rightarrow \overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} = \overline{AD} \Leftrightarrow \overline{BA} - \overline{MC} = \overline{AD} \Leftrightarrow \overline{CM} = \overline{AD} + \overline{AB} = \overline{AC}$$

Vậy  $C$  là trung điểm của  $AM$

**Câu 65.**

**Đáp án C**

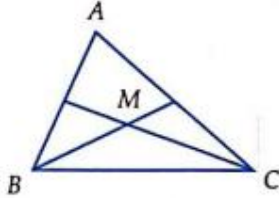


Gọi K là trung điểm BC  $\Rightarrow \vec{NB} + \vec{NC} = 2\vec{NK}$

Nên  $2\vec{NA} + \vec{NB} + \vec{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{NA} + 2\vec{NK} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{NA} + \vec{NK} = \vec{0} \Rightarrow N$  là trung điểm AK

**Câu 66.**

**Đáp án D**



$$\begin{aligned} \vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{CB} &\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MB} = \vec{CM} + \vec{MC} \\ &\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow M \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \end{aligned}$$

**Câu 67.**

**Đáp án A**

$$2\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} = 2(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) + \vec{MC} - \vec{MB} = 6\vec{MG} + \vec{BC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{GM} = \frac{1}{6}\vec{BC}$$

**Câu 68.**

**Đáp án B**

Ta có  $\vec{MA} + \vec{MB} + 4\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = -3\vec{MC} \Leftrightarrow 3\vec{MG} = -3\vec{MC} \Leftrightarrow \vec{MG} = -\vec{MC}$   
Hay M là trung điểm của GC

**Câu 69.**

**Đáp án A**

Ta có  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 4\vec{AM} \Leftrightarrow 4\vec{AM} = 2\vec{AC} \Rightarrow \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC} \Rightarrow M \equiv O$

**Câu 70.**

**Đáp án D**

Ta có M là trọng tâm thì  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$

So sánh với  $\vec{MA} = \alpha\vec{MB} + \beta\vec{MC} \Rightarrow \alpha = -1; \beta = -1$

**Câu 71.**

**Đáp án D**

$$\vec{CD} = \vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC} = \vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{CM} + \vec{CM} = (\vec{CA} + 2\vec{CB}) = \vec{CA} + \vec{CE}$$

Vậy D là đỉnh của hình bình hành ACED.

**Câu 72.**

**Đáp án B**

$$2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{IA} + 3\vec{IB} - 3\vec{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{IA} + 3\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{3}{5}\vec{AB} \Rightarrow k = \frac{3}{5}$$

**Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện**

**Câu 73.** Ta có  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG} \Rightarrow 3|\overline{MG}| = 6 \Leftrightarrow |\overline{MG}| = 2$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $G$  bán kính là 2.

**Đáp án C.**

**Câu 74.** Ta có:  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}, \overline{MB} + \overline{MC} = 2\overline{MI} \Rightarrow 2|3\overline{MG}| = 3|2\overline{MI}|$

$\Leftrightarrow |\overline{MG}| = |\overline{MI}| \Rightarrow$  Tập hợp điểm  $M$  là trung trực của  $GI$ .

**Đáp án A.**

**Câu 75.** Ta có:  $\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC} = \overline{MD} \Leftrightarrow \overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC} + \overline{MD}$

$\Rightarrow 2\overline{MI} = 2\overline{MJ} \Leftrightarrow \overline{MI} = \overline{MJ}$  với  $I, J$  là trung điểm của  $AB, CD$

$\Rightarrow$  Không có điểm  $M$  nào thỏa mãn.

**Đáp án D.**

**Câu 76.** Từ giả thiết  $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB} \Rightarrow O, A, M, B$  theo thứ tự là các đỉnh của hình bình hành. Do  $AM = OB = R \Rightarrow$  Tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $A$  bán kính  $R$ .

**Đáp án B.**

**Câu 77.**

**Đáp án A**

$$|\overline{MA} - \overline{MB}| = |\overline{MC}| \Leftrightarrow |\overline{BA}| = |\overline{MC}|$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $C$  bán kính  $AB$ .

**Câu 78.**

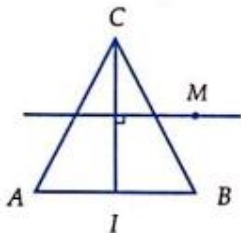
**Đáp án A**

$$|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}| = |4\overline{MO}| = k \Leftrightarrow |\overline{MO}| = \frac{k}{4}$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $\frac{k}{4}$

**Câu 79.**

**Đáp án B**

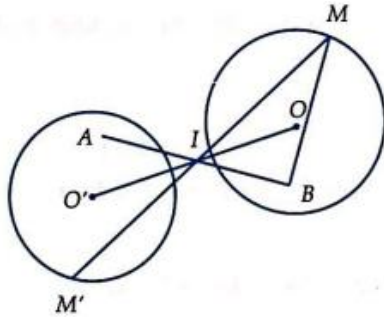


Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$  thì

$$|\overline{MA} + \overline{MB}| = 2|\overline{MI}| \Leftrightarrow |\overline{MI}| = |\overline{MC}| \Leftrightarrow \text{Tập hợp điểm } M \text{ là trung trực của } IC$$

**Câu 80.**

**Đáp án D**



Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$

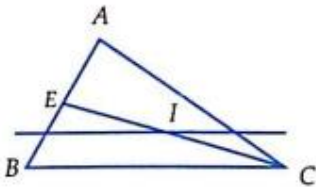
$\Rightarrow I$  là điểm cố định:  $\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MI} \Rightarrow \overline{MM'} = 2\overline{MI} \Rightarrow I$  là trung điểm của  $MM'$

Gọi  $O'$  là điểm đối xứng của  $O$  qua điểm  $I$  thì  $O'$  cố định và  $MOM'O'$  là hình bình hành

$\Rightarrow OM = OM' = R \Rightarrow M'$  nằm trên đường tròn cố định tâm  $O'$  bán kính  $R$ .

**Câu 81.**

**Đáp án B**



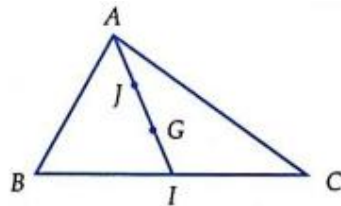
Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ ,  $I$  là trung điểm của  $EC$

$\Rightarrow \overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = 3\overline{ME} + 2\overline{MC} = 4\overline{MI} \Rightarrow \overline{MI} = \frac{k}{4}\overline{BC}$

Do  $I, B, C$  cố định nên tập hợp điểm  $M$  là một đường thẳng đi qua  $I$  và song song với  $BC$ .

**Câu 82.**

**Đáp án C**



GT đã cho  $\Leftrightarrow |\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + 3\overline{MA}| = |2\overline{MA} - 2\overline{MI}|$

$\Leftrightarrow |3(\overline{MG} + \overline{MA})| = 2|\overline{MA} - \overline{MI}|$  ( $I$  là trung điểm  $AB$ )

$\Leftrightarrow 6|\overline{MJ}| = 2|\overline{IA}| \Leftrightarrow MJ = \frac{1}{3}IA$  ( $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ )

$\Leftrightarrow JM = \frac{1}{2}AG$  ( $J$  là trung điểm của  $AG$ )

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$  bán kính  $R = \frac{AG}{2}$

**Câu 83.**

**Đáp án A**

$k\overline{MA} + k\overline{MB} = 2\overline{MC} \Leftrightarrow 2k\overline{MI} = 2\overline{MC} \Leftrightarrow \overline{MC} = k\overline{MI}$  ( $I$  là trung điểm  $AB$ )

$\Rightarrow M$  nằm trên đường thẳng  $CI$ .

**Câu 84.**

**Đáp án C**

Vì  $A, B, C$  cố định nên ta chọn điểm  $I$  thỏa mãn:  $2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 2\vec{IA} + 3(\vec{IA} + \vec{IB}) + 4(\vec{IA} + \vec{IC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 9\vec{IA} = -3\vec{AB} - 4\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{IA} = -\frac{3\vec{AB} + 4\vec{AC}}{9}$$

$$\Rightarrow I \text{ duy nhất từ đó } 2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC} = 9\vec{MI} + (2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC}) = 9\vec{MI} \text{ và } \vec{MA} - \vec{MB} = \vec{AB}$$

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow |9\vec{MI}| = |\vec{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{9}$$

**Câu 85.**

**Đáp án D**

$$\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}$$

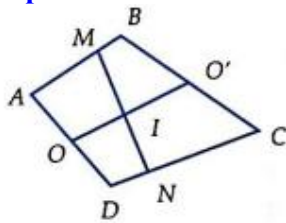
$$= \vec{MA} + (\vec{MA} + \vec{MB}) - 3(\vec{MA} + \vec{AC}) \quad (\text{với } H \text{ là điểm thỏa mãn } \vec{AH} = \frac{3}{2}\vec{AC})$$

$$= 2\vec{AB} - 3\vec{AC} = 2\vec{AB} - 2\vec{AH} = 2\vec{HB}$$

$$\Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = k(\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}) \Leftrightarrow 2\vec{ME} = 2k\vec{HB} \Leftrightarrow \vec{ME} = k\vec{HB} \Rightarrow \text{Đáp án D}$$

**Câu 86.**

**Đáp án B**



Gọi  $O, O'$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BC$ , ta có:  $\vec{AB'} = \vec{AO} + \vec{OO'} + \vec{O'B}$

$$\text{và } \vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OO'} + \vec{O'C} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{DC} = 2\vec{OO'}$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } MN \Rightarrow \vec{AM} + \vec{DN} = 2\vec{OI} \Rightarrow \vec{OI} = \frac{1}{2}(k\vec{AB} + k\vec{DC}) = k\vec{OO'}$$

Vậy tập hợp điểm  $I$  là đường thẳng  $OO'$

**Câu 87.**

**Đáp án B**

Gọi  $P, Q$  lần lượt là trọng tâm  $\triangle ABC$  và  $\triangle DEF$ .

$$\Rightarrow |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF}| = 3|\vec{MP}| + 3|\vec{MQ}| \geq 3(MP + MQ) \geq 3PQ$$

Dấu "=" xảy ra khi  $M$  thuộc đoạn  $PQ$ . Vậy tập hợp điểm  $M$  là đoạn thẳng  $PQ$ .

**Câu 88.**

**Đáp án A**

$$\text{Từ giả thiết } \Leftrightarrow 2\vec{MA} + \vec{MC} = k(\vec{MC} - \vec{MB}) \Leftrightarrow 2\vec{MA} + \vec{MC} = k\vec{BC} (*)$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm sao cho: } 2\vec{IA} + \vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow IC = 2IA, I \in AC$$

$$\text{Từ } (*): 2(\vec{MI} + \vec{IA}) + \vec{MI} + \vec{IC} = k\vec{BC} \Leftrightarrow 3\vec{MI} = k\vec{BC}$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng qua  $I$  và song song với  $BC$ .

**Câu 89.** Gọi  $E$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow |3\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MA}|$

$$\Leftrightarrow |2(\overline{MA} - \overline{MB}) + \overline{MA} + \overline{MC}| = |\overline{AB}| \Leftrightarrow |2\overline{BA} + 2\overline{ME}| = |\overline{AB}|$$

Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn  $\overline{BA} = \overline{EI}$

$$\Leftrightarrow |2(\overline{EI} + \overline{ME})| = |\overline{AB}| \Leftrightarrow 2|\overline{MI}| = |\overline{AB}| \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2} AB$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\frac{AB}{2}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 90.** Chọn điểm  $I$  sao cho

$$3\overline{IA} + 2\overline{IB} - 2\overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow -3\overline{AI} + 2(\overline{AB} - \overline{AI}) - 2(\overline{AC} - \overline{AI}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -3\overline{AI} + 2(\overline{AB} - \overline{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overline{AI} = 2\overline{CB} \Leftrightarrow \overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{CB}$$

$$\Rightarrow 3\overline{MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC} = 3(\overline{MI} + \overline{IA}) + 2(\overline{MI} + \overline{IB}) - 2(\overline{MI} + \overline{IC}) = 3\overline{MI}$$

$$\Rightarrow |3\overline{MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{MB} - \overline{MC}| \Leftrightarrow 3MI = CB \Leftrightarrow MI = \frac{1}{3}CB$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\frac{CB}{3}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 91.** Từ giả thiết  $\Leftrightarrow 2\overline{MA} - \overline{MB} = k(\overline{MB} + 3\overline{MC})$  (\*)

Gọi  $I, K$  là các điểm sao cho  $2\overline{IA} - \overline{IB} = \vec{0}; \overline{KB} + \overline{KC} = \vec{0}$

Thì  $I, K$  là các điểm cố định:  $I \in AB : IB = 2IA; K \in BC : KB = 3KC$

$$\text{Từ (*)} \Leftrightarrow 2(\overline{MI} + \overline{IA}) - (\overline{MI} + \overline{IB}) = k(\overline{MK} + \overline{KB} + 3\overline{MK} + 3\overline{KC}) \Leftrightarrow \overline{MI} = 4k\overline{MK}$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường thẳng.

**Đáp án C.**

### Dạng 5. Phân tích vector qua hai vector không cùng phương

**Câu 92. Cách 1:**

Ta có:  $\overline{AB} = \overline{AK} + \overline{KB} = \overline{AK} + \overline{KM} + \overline{MB} = \overline{AK} - \frac{1}{2}\overline{AB} - \overline{BM}$  (vì  $KM = \frac{1}{2}AB$ )

$$\Leftrightarrow \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AK} - \overline{BM} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\overline{AB} = \overline{AK} - \overline{BM} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{2}{3}(\overline{AK} - \overline{BM})$$

**Cách 2:** Giả sử có cặp số  $m, n$  sao cho  $\overline{AB} = m\overline{AK} + n\overline{BM}$ , với  $G = AK \cap BM$

Ta có  $\overline{AB} = \overline{AG} + \overline{GB}, \overline{AK} = \frac{3}{2}\overline{AG}, \overline{BM} = \frac{3}{2}\overline{BG}$

$$\Rightarrow \overline{AG} + \overline{GB} = \frac{3}{2}m\overline{AG} - \frac{3}{2}n\overline{GB} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}m - 1\right)\overline{AG} = \left(-\frac{3}{2}n - 1\right)\overline{BG} \quad (*)$$

$$\text{Do } \overline{AG}, \overline{BG} \text{ không cùng phương} \Rightarrow (*) \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}m - 1 = 0 \\ -\frac{3}{2}n - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{2}{3}(\overline{AK} - \overline{BM}).$$

**Đáp án A.**

**Câu 93.**



Theo hình vẽ  $\overrightarrow{AM} = \frac{11}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$  Chọn đáp án **D**.

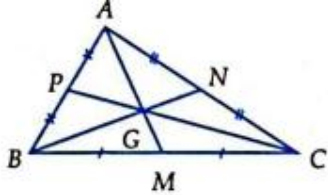
**Đáp án D.**

**Câu 94.**

**Đáp án A**

**Câu 95.**

**Đáp án C**



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{GM} + (\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GM}) = 2\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GB} \\ &= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP} \end{aligned}$$

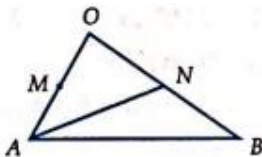
**Câu 96.**

**Đáp án C**

$$\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1-k}$$

**Câu 97.**

**Đáp án B**



$$\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$

**Câu 98.**

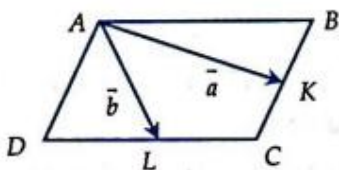
**Đáp án D**

$$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Vậy } p = \frac{5}{4}, q = -\frac{3}{4}$$

**Câu 99.**

**Đáp án D**



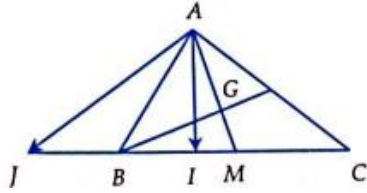
$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BK} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}) = 2\overrightarrow{BA} + 2\vec{a} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -2\vec{a}$$

$$\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{LD} = 2(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{BC} - 2\vec{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = -2\vec{b}$$

Từ đó ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2\vec{BA} - \vec{BC} = -2\vec{a} \\ \vec{BA} - 2\vec{BC} = -2\vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{BA} = -\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} \\ \vec{BC} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b} \end{cases}$$

**Câu 100.**

**Đáp án B**



Gọi M là trung điểm BC:

$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC}) - 2\vec{IC} = -3\vec{IB} \Leftrightarrow 2(\vec{AC} - \vec{AI}) = -3(\vec{AB} - \vec{AI}) \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{3}{5}\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$$

Tương tự:  $\Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{5}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$

Ta có hệ: 
$$\begin{cases} \frac{3}{5}\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} = \vec{AI} \\ \frac{3}{5}\vec{AB} - \frac{2}{5}\vec{AC} = \vec{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{5}{8}\vec{AI} + \frac{3}{8}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = \frac{25}{16}\vec{AI} - \frac{9}{16}\vec{AJ} \end{cases} \Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \frac{5}{8}\vec{AI} + \frac{3}{8}\vec{AJ} \\ + \frac{25}{16}\vec{AI} - \frac{9}{16}\vec{AJ} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{35}{48}\vec{AI} - \frac{1}{16}\vec{AJ}$$

**Câu 101.**

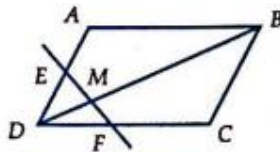
**Đáp án D**

$$n\vec{BM} = m\vec{BC} \Leftrightarrow n(\vec{AM} - \vec{AB}) = m(\vec{AC} - \vec{AM})$$

$$\Leftrightarrow (m+n)\vec{AM} = n\vec{AB} + m\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{n}{m+n}\vec{AB} + \frac{m}{m+n}\vec{AC}$$

**Câu 102.**

**Đáp án A**



Đặt  $\vec{DM} = x\vec{DB}$ ,  $\vec{EM} = y\vec{FM} \Rightarrow \vec{DM} = x\vec{DA} + x\vec{DC}$  nên

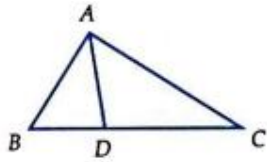
$$\vec{EM} = \vec{DM} - \vec{DE} = x\vec{DA} + x\vec{DC} - m\vec{DA} = (x-m)\vec{DA} + x\vec{DC}$$

Ta có:  $\vec{EM} = y\vec{FM} \Leftrightarrow (x-m)\vec{DA} + x\vec{DC} = xy\vec{DA} + y(x-n)\vec{DC}$

Do DA và DC không cùng phương nên: 
$$\begin{cases} x-m = xy \\ x = y(x-n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m.n}{m+n} \\ y = -\frac{m}{n} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{DM} = \frac{m.n}{m+n}\vec{DB}$$

**Câu 103.**

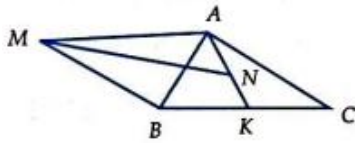
**Đáp án A**



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

**Câu 104.**

**Đáp án D**



Từ giả thiết:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow M$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACBM$ .

Từ giả thiết:  $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NK} = \vec{0}$

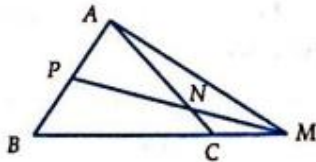
$N$  là trung điểm  $AK$ , với  $K$  là trung điểm  $BC$ .

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC} \Rightarrow p = -\frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$$

**Câu 105.**

**Đáp án C**



$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Do đó

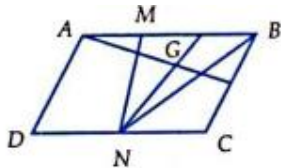
$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow M, N, P$  thẳng hàng.

**Câu 106.**

**Đáp án A**



Ta có:  $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AC}$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

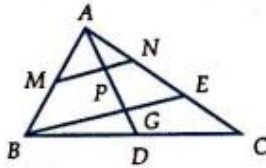
$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$$

Đề  $AI$  đi qua  $G$  thì  $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$  cùng phương  $\Rightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AG}$

$$\Rightarrow (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = k \cdot \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + k \cdot \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} 1-m = \frac{5k}{18} \\ m = \frac{k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{11} \\ k = \frac{18}{11} \end{cases}$$

**Câu 107.**

**Đáp án B**



Gọi  $E$  là trung điểm  $AC \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} \Rightarrow MN \parallel BE \Rightarrow G$  là trọng tâm  $\triangle ABE$

$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$  nên  $M, N, P$  thẳng hàng  $\Rightarrow P$  là trung điểm  $AG$ . Vậy  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

**Câu 108.**

**Đáp án B**

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BM} + 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM}) = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC} \quad (1)$$

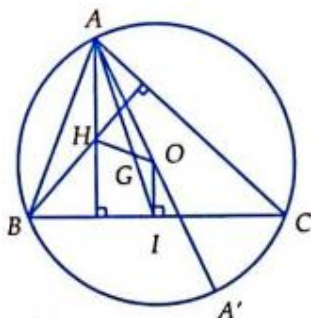
Theo bài ra:

$$\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BN} - 2\overrightarrow{BN} + 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BN}) = \vec{0} \Leftrightarrow 6\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow 4\overrightarrow{BM} = 6\overrightarrow{BN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$$

**Câu 109.**

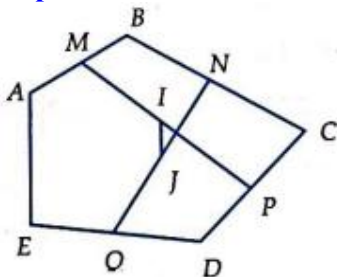
**Đáp án C**



*Nhận xét:* Đường thẳng đi qua 3 điểm trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường  $O - I$ .

**Câu 110.**

**Đáp án C**



$$\begin{aligned} \overline{IQ} + \overline{IN} = 2\overline{IJ} &\Leftrightarrow \overline{IM} + \overline{MQ} + \overline{IP} + \overline{PN} = 2\overline{IJ} \Leftrightarrow \overline{MQ} + \overline{PN} = 2\overline{IJ} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\overline{AE} + \overline{BD}) - \frac{1}{2}\overline{BD} = 2\overline{IJ} \Leftrightarrow \frac{1}{4}\overline{AE} = \overline{IJ} \end{aligned}$$

Câu 111.

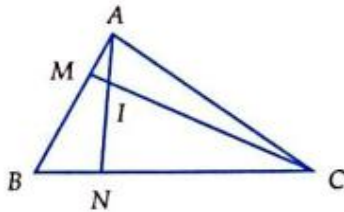
Đáp án C

$$\begin{aligned} \overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AB} &\Leftrightarrow \overline{AC} + \overline{CI} = \frac{1}{3}(\overline{AC} + \overline{CB}) \\ &\Leftrightarrow \overline{CI} = -\frac{1}{3}(2\overline{AC} + \overline{BC}) \quad (1) \\ \overline{AJ} = 3\overline{AC} &\Leftrightarrow \overline{AB} + \overline{BJ} = 3\overline{AB} + \overline{BC} \\ &\Leftrightarrow \overline{BJ} = 2\overline{AB} + \overline{BC} = 2\overline{AC} + \overline{BC} \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \overline{CI} = -\frac{1}{3}\overline{BJ}$

Câu 112.

Đáp án D



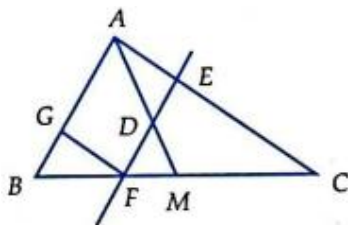
Đặt  $\overline{AI} = x\overline{AN}, \overline{CI} = y\overline{CM}$

Ta có:  $\overline{AI} = x(\overline{AB} + \overline{BN}) = x\overline{AB} + \frac{x}{4}\overline{AC} = \frac{3x}{4}\overline{AB} + \frac{x}{4}\overline{AC} = \frac{21x}{8}\overline{AM} + \frac{x}{4}\overline{AC}$

Vì M, C, I thẳng hàng  $\Rightarrow \frac{21x}{8} + \frac{x}{4} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{8}{23}$ . Tương tự ta chưa tìm được  $\frac{IC}{IM} = \frac{21}{2}$

Câu 113.

Đáp án D



Ta đặt:  $\overline{CA} = \vec{a}, \overline{CB} = \vec{b}$ . Khi đó  $\overline{CM} = \frac{b}{2}\overline{CE} = k\overline{CA} = k\vec{a}$

Vì E nằm ngoài AC nên có số k sao cho:  $\overline{CE} = k\overline{CA} = k\vec{a}$  với  $0 < k < 1$ .

Khi đó  $\overline{CF} = k\overline{CB} = k\vec{b}$ .

Điểm D nằm trên AM và EF nên có số x này:

$$\overline{CD} = x\overline{CA} + (1-x)\overline{CM} = y\overline{CE} + (1-y)(\overline{CF})$$

Hay  $x\vec{a} + \frac{1-x}{2}\vec{b} = ky\vec{a} + k(1-y)\vec{b}$

Vì  $\vec{a}, \vec{b}$  không cùng phương nên  $x = ky$  và  $\frac{1-x}{2} = k(1-y)$

Suy ra  $x = 2k - 1$  do đó

$$\overline{CD} = (2k-1)\vec{a} + (1-k)\vec{b}, \overline{AB} + \overline{GB} = k\overline{AB} \Rightarrow (1-k)\overline{AB} = \overline{GB} \Rightarrow \frac{ED}{GB} = 1$$

**Câu 114.**

**Đáp án C**

$\overline{OC} = -\overline{OA}; \overline{OD} = -2\overline{OA}$  Vì  $\overline{OM}, \overline{ON}$  cùng phương  $\Rightarrow \exists k$  sao cho

$$\overline{ON} = k\overline{OM} \Rightarrow \overline{ON} = \frac{k}{2}(\overline{OA} + \overline{OB}) \text{ Đặt } \frac{CN}{ND} = k, k > 0$$

$$\text{Ta có: } \overline{ON} = \frac{-3}{1+k}\overline{OA} - \frac{2k}{k+1}\overline{OB} \Rightarrow \frac{-6}{k(k+1)} = \frac{-4k}{k(k+1)} \Leftrightarrow k = \frac{3}{2}$$

**Câu 115.** Ta có  $\overline{AM} + \overline{AN} + \overline{AB} = 3\overline{AG}$  mà  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

$$\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD}) = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AC} - \overline{AB}) = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$$

$$\Rightarrow 3\overline{AG} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AB} = \frac{5}{6}\overline{AB} + \overline{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{5}{18}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

**Đáp án C.**

**Câu 116.** Ta có:  $2\overline{IC} = -3\overline{IB} \Leftrightarrow 2(\overline{AC} - \overline{AI}) = -3(\overline{AB} - \overline{AI})$

$$\Leftrightarrow 5\overline{AI} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AI} = \frac{3}{5}\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AC}.$$

Ta lại có:  $5\overline{JB} = 2\overline{JC} \Leftrightarrow 5(\overline{AB} - \overline{AJ}) = 2(\overline{AC} - \overline{AJ})$

$$\Leftrightarrow 3\overline{AJ} = 5\overline{AB} - 2\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AJ} = \frac{5}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$$

**Đáp án A.**

**Câu 117.** Với điểm  $O$  bất kì:  $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AM} = \overline{OA} + k\overline{AB}$

$$= \overline{OA} + k(\overline{OB} - \overline{OA}) = (1-k)\overline{OA} + k\overline{OB}$$

Tương tự  $\overline{ON} = (1-k)\overline{OD} + k\overline{OC}$

$$\Rightarrow \overline{MN} = \overline{ON} - \overline{OM} = (1-k)(\overline{OD} - \overline{OA}) + k(\overline{OC} - \overline{OB}) = (1-k)\overline{AD} + k\overline{BC}$$

**Đáp án C.**

**Câu 118.** Ta có:  $2\overline{BI} = \overline{BA} + \overline{BM} = \overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC} \Leftrightarrow 4\overline{BI} = 2\overline{BA} + \overline{BC}$  (1)

$$\overline{BK} = \overline{BA} + \overline{AK} = \overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{AC} = \overline{BA} + \frac{1}{3}(\overline{BC} - \overline{BA}) = \frac{2}{3}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow 3\overline{BK} = 2\overline{BA} + \overline{BC}$$
 (2)

Từ (1) và (2)  $\Leftrightarrow \overline{BK} = \frac{4}{3}\overline{BI} \Leftrightarrow B, I, K$  thẳng hàng.

**Đáp án B.**

**Câu 119.** Ta có:  $A, K, D$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overline{AD} = n\overline{AK} = n(\overline{AI} + \overline{IK})$  (1)

$$\begin{aligned} 2\overline{AD} &= \overline{AB} + \overline{AE} = \overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) = \frac{3}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} \\ &= 3\overline{AI} + \frac{3}{2}\overline{AJ} = 3\overline{AI} + \frac{3}{2}(\overline{AI} + \overline{IJ}) = \frac{9}{2}\overline{AI} + \frac{3}{2}\overline{IJ} \\ \text{Mà } \overline{IK} &= m\overline{IJ} \text{ nên } 2\overline{AD} = \frac{9}{2}\overline{AI} + \frac{3}{2m}\overline{IK} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{9}{4}\overline{AI} + \frac{3}{4m}\overline{IK} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{3}{4m} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}.$$

**Đáp án B.**

**Câu 120.** Ta có:  $\overline{BC} + \overline{MA} = \vec{0}$  và  $\overline{AB} - \overline{NA} - 3\overline{AC} = \vec{0}$   
 $\Rightarrow \overline{BC} + \overline{MA} + \overline{AB} - \overline{NA} - 3\overline{AC} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overline{AC} + \overline{MN} - 3\overline{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{MN} = 2\overline{AC}$   
 Ta có:  $\overline{BC} + \overline{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{AM} \Rightarrow ABCM$  là hình bình hành hay  $M \notin AC$   
 $\Rightarrow MN // AC \Rightarrow$  Chọn đáp án **A.**

**Đáp án A.**

**Câu 121.** + Ta có:  $3\overline{MA} + 4\overline{MB} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow 3(\overline{MG} + \overline{GA}) + 4(\overline{MG} + \overline{GB}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overline{GA} + 4\overline{GB} = 7\overline{GM}$   
 Tương tự:  $\overline{NB} - 3\overline{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overline{NG} + \overline{GB}) - 3(\overline{NG} + \overline{GC}) = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overline{GB} - 3\overline{GC} - 2\overline{NG} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overline{GA} + 4\overline{GB} = -2\overline{GN}.$   
 Vậy  $7\overline{GM} = -2\overline{GN} \Leftrightarrow 7\overline{GM} + 2\overline{GN} = \vec{0}$   
 + Gọi  $E$  là trung điểm  $BC \Rightarrow 2\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{AN}$   
 $\Leftrightarrow 2\overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{AG} + \overline{AN} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AN} \quad (1)$   
 $\frac{PA}{PC} = 4 \Leftrightarrow \overline{PC} = -\frac{1}{4}\overline{PA} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{5}{4}\overline{AP} \quad (2)$   
 Từ (1) và (2)  $\Leftrightarrow \frac{3}{4}\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AN} = \frac{5}{4}\overline{AP}$   
 $\Leftrightarrow \frac{3}{4}(\overline{AP} + \overline{PG}) + \frac{1}{2}(\overline{AP} + \overline{PN}) = \frac{5}{4}\overline{AP} \Leftrightarrow \frac{3}{4}\overline{PG} + \frac{1}{2}\overline{PN} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overline{PG} + 2\overline{PN} = \vec{0}.$

**Đáp án A.**

**Câu 122.** Gọi  $M$  là trung điểm  $ĐUỜC$ . Ta có:  $\overline{MI} = \frac{1}{3}\overline{MA}, \overline{MJ} = \frac{1}{3}\overline{MB}$   
 $\Rightarrow \overline{MJ} - \overline{MI} = \frac{1}{3}(\overline{MB} - \overline{MA}) \Leftrightarrow \overline{IJ} = \frac{1}{3}\overline{AB}.$

**Đáp án A.**

**Câu 123.** Giả sử:  $\overline{ON} = n\overline{BN}; \overline{OM} = m\overline{CM}$   
 $\overline{AO} = \overline{AM} + \overline{MO} = \overline{AM} - m\overline{CM} = \overline{AM} - m(\overline{AM} - \overline{AC}) = \frac{1}{3}(1-m)\overline{AB} + m\overline{AC}$   
 Tương tự:  $\overline{AO} = \overline{AN} + \overline{NO} = \overline{AN} - n\overline{BN} = \frac{3}{4}(1-n)\overline{AC} + n\overline{AB}$   
 Và  $\overline{AO}$  chỉ biểu diễn duy nhất qua  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$   
 $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}(1-m) = n \\ \frac{3}{4}(1-n) = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{ON}{OB} = \frac{1}{9}; \frac{OM}{OC} = \frac{2}{3}.$

**Đáp án A.**

**Câu 124.** Đặt  $\overline{AN} = x\overline{AQ}; \overline{CN} = y\overline{CP}$

Ta có:  $\overline{DN} = \overline{DA} + \overline{AN} = \overline{DA} + x(\overline{AB} + \overline{BQ})$

$$= \overline{DA} + x\overline{DC} + x\frac{BQ}{BC}.\overline{BC} = \overline{DA} + x\overline{DC} - x\frac{BQ}{BC}.\overline{DA}$$

Vì  $MQ // AB \Rightarrow \frac{BQ}{BC} = \frac{AM}{AC} = k \Rightarrow \overline{DN} = (1-kx)\overline{DA} + x\overline{DC}$  (1)

Mặt khác:  $\overline{DN} = \overline{DC} + \overline{CN} = \overline{DC} + y\overline{DA} + y\frac{BP}{BA}.\overline{BA}$

Vì:  $MP // BC \Rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{CM}{CA} = \frac{CM-AM}{CA} = 1-k$

$$\Rightarrow \overline{DN} = \overline{DC} + y\overline{DA} - y(1-k)\overline{DC} = y\overline{DA} + (1-ky-y)\overline{DC}$$
 (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow \begin{cases} y = 1-kx \\ x = 1+ky-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k}{k^2-k+1} \\ y = \frac{1-k}{k^2-k+1} \end{cases}$

**Đáp án B.**

**Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ**

**Câu 125.**

Vì  $\overline{BC} - \overline{AC} = \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$

**Đáp án A.**

**Câu 126.** Ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4 \Rightarrow AI = 2; |\overline{BA} + \overline{BC}| = 2|\overline{BI}| = 2\sqrt{AB^2 + AI^2} = 2\sqrt{13}.$$

**Đáp án C.**

**Câu 127.**  $|\overline{CB} - \overline{AD} + \overline{AC}| = |\overline{CB} + \overline{DA} + \overline{AC}| = |\overline{CB} + \overline{DC}| = |\overline{DB}| = \sqrt{BH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{5}$

**Đáp án B.**

**Câu 128.** Dựng  $\overline{OA} = \vec{a}; \overline{OB} = \vec{b}$

Dựng hình bình hành  $OACB \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \overline{OC}; \vec{a} - \vec{b} = \overline{BA}$

$$\Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } B \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$OI = \sqrt{OB^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow OC = \sqrt{63} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{63} + 3\sqrt{3}.$$

**Đáp án B.**

**Câu 129.** Biểu diễn vectơ  $\vec{v}$  theo 2 vectơ  $\overline{OA}, \overline{OB}$ .

Áp dụng Pitago ta có:  $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{11a}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{6073}}{28}a.$

**Đáp án B.**

**Câu 130.** Đặt  $\overline{F_1} = \overline{OA}; \overline{F_2} = \overline{OB}; \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$

Ta có:  $\Delta OAB$  là đều  $\Rightarrow OI = \frac{60\sqrt{3}}{2}$ , với  $I = AB \cap OC \Rightarrow OC = 60\sqrt{3}.$

**Đáp án D.**

**Câu 131.**  $|\overline{OB} + \overline{OC}| = |\overline{OA} + \overline{AB} + \overline{OD} + \overline{DC}| = |\overline{AB} + \overline{DC}| \Rightarrow |\overline{AB}| + |\overline{DC}| = 3a$



(vì  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DC}$  cùng hướng)

**Đáp án A.**

**Câu 132.**  $|\vec{u}| = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})$   
 $= \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |\vec{u}| = 2OA = AC = a\sqrt{2}.$

**Đáp án B.**

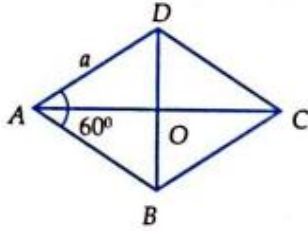
**Câu 133.**

**Đáp án C**

Vì theo quy tắc 3 điểm  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

**Câu 134.**

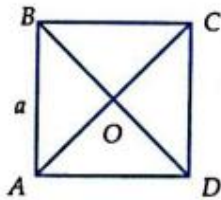
**Đáp án A**



Gọi  $O$  là giao của 2 đường chéo  $\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = 2AD = a\sqrt{3}$

**Câu 135.**

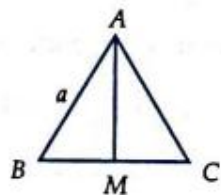
**Đáp án C**



$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OD}| = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 136.**

**Đáp án A**



$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}. M \text{ là trung điểm } BC.$$

**Câu 137.**

**Đáp án D**

Theo quy tắc 3 điểm độ dài vector tổng bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng tổng độ dài 2 vector thành phần.

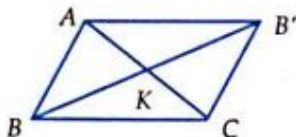
**Câu 138.**

**Đáp án A**

$$|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{AA}| = 0$$

**Câu 139.**

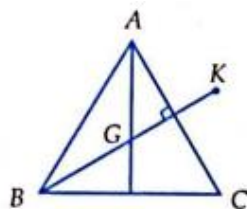
**Đáp án C**



$$|\vec{AB} - \vec{BC}| = |\vec{AB} - \vec{AB'}| = |\vec{BB'}| = 2|\vec{BK}| = a\sqrt{3}$$

**Câu 140.**

**Đáp án A**



Gọi K là điểm đối xứng với G qua AC thì  $\vec{AK} = \vec{GC} \Rightarrow |\vec{AB} - \vec{GC}|$   
 $= |\vec{AB} - \vec{AK}| = |\vec{KB}| = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

**Câu 141.**

**Đáp án A**

Áp dụng Pitago:  $|\vec{u}| = \sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2 + (2,5a)^2} = \frac{\sqrt{541}}{4}a$

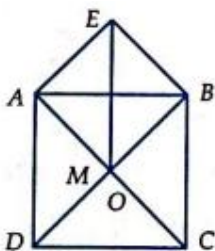
**Câu 142.**

**Đáp án A**

$$|\vec{AC} + \vec{BD}| = |2\vec{AO} + 2\vec{OD}| = 2|\vec{AD}| = 6$$

**Câu 143.**

**Đáp án A**

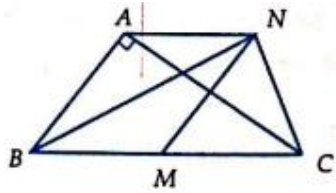


Ta có:  $AC = a\sqrt{2}$  và  $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow OM = \frac{a}{2}$ . Gọi E là điểm sao cho OBEA là hình bình hành  $\Rightarrow |\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OE}| = AB = a$

**Câu 144.**

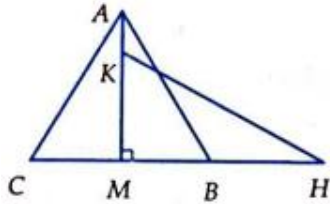
**Đáp án D**



Dựng hình bình hành  $ABMN \Rightarrow |\overline{BA} + \overline{BM}| = |\overline{BN}| = BN$

Ta có:  $NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

**Câu 145.**



**Đáp án B**

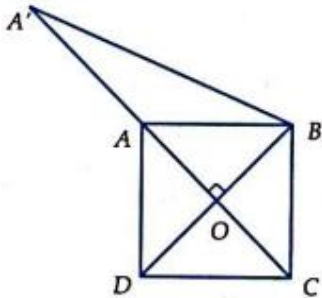
Gọi  $K \in AM : MK = \frac{3}{4}MA$      $H \in MB : MH = 2,5MB$

Do đó:  $|\frac{3}{4}\overline{MA} - 2,5\overline{MB}| = |\overline{MK} - \overline{MH}| = |\overline{HK}|$

Ta có:  $MK = \frac{3}{4}AM = \frac{3\sqrt{3}a}{8}, MH = \frac{5a}{4} \Rightarrow KH = \sqrt{MH^2 + MK^2} = \frac{a\sqrt{127}}{8}$

**Câu 146.**

**Đáp án A**

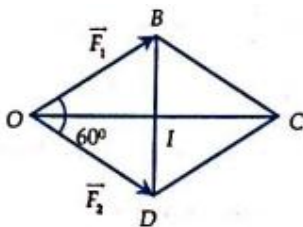


$\vec{u} = 4(\overline{MO} + \overline{OA}) - 3(\overline{MO} + \overline{OB}) + (\overline{MO} + \overline{OC}) - 2(\overline{MO} + \overline{OD}) = 3\overline{OA} - \overline{OB}$

Trên  $OA$  lấy  $A'$  sao cho  $OA' = 3OA \Rightarrow \vec{u} = \overline{OA'} - \overline{OB} \Rightarrow BA' = \sqrt{OB^2 + OA^2} = a\sqrt{5}$

**Câu 147.**

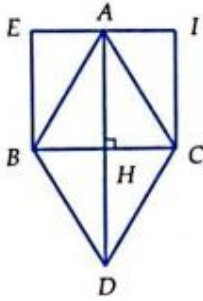
**Đáp án C**



$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overline{OB} + \overline{OD} = \overline{OC} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overline{OC}| = 2OI = 100\sqrt{3}$  (vì  $\triangle OBD$  đều)

**Câu 148.**

**Đáp án D**



$$|\overline{AB} + \overline{AC}| = \overline{AD} = 3\sqrt{3} \Rightarrow A \text{ đúng.}$$

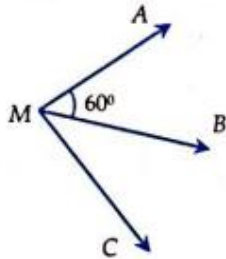
$$|\overline{HA} + \overline{HB}| = |\overline{HE}| = |\overline{AB}| = 3 \Rightarrow B \text{ đúng.}$$

$$|\overline{BA} + \overline{BH}| = |\overline{BI}| = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow C \text{ đúng.}$$

$$|\overline{HA} - \overline{HB}| = |\overline{BA}| = 3 \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 149.

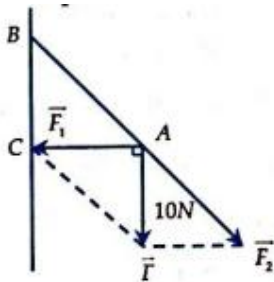
Đáp án C



Theo quy tắc hình bình hành:  $\overline{F_1} + \overline{F_2} = \overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MB}$   $\Delta AMB$  là tam giác đều  $\Rightarrow |\overline{MB}| = 100N$

Câu 150.

Đáp án C



Ta xem  $\overline{F}$  là tổng của vector  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  lần lượt nằm trên 2 đường thẳng AC và AB và ta có:

$$|\overline{F_1}| = |\overline{F}| = 10N; |\overline{F_2}| = 10\sqrt{2} \text{ và lực } \overline{F_2} \text{ theo hướng } \overline{BA}$$

Câu 151. Dựng hình bình hành AGCE. Ta có  $\overline{MA} + \overline{GC} = \overline{MA} + \overline{AE} = \overline{ME}$

$$\text{Kẻ } EF \perp BC, F \in BC \Rightarrow |\overline{MA} + \overline{GC}| = |\overline{ME}| \geq EF$$

Do đó:  $|\overline{MA} + \overline{GC}|$  nhỏ nhất khi  $M \equiv F$ .

Gọi P là trung điểm AC, Q là hình chiếu của B trên BC. Ta có  $BP = \frac{3}{4}BE$

$$\Delta BPQ \sim \Delta BEF \Rightarrow \frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overline{BF} = \frac{4}{3}\overline{BQ}$$

Mặt khác:  $\overline{BH} = \frac{1}{3}\overline{HC} \Rightarrow PQ$  là đường trung bình của  $\Delta AHC \Rightarrow \overline{HQ} = \frac{1}{2}\overline{HC}$

$$\overline{BQ} = \overline{BH} + \overline{HQ} = \frac{1}{3}\overline{HC} + \frac{1}{2}\overline{HC} = \frac{5}{6}\overline{HC} = \frac{5}{8}\overline{BC} \Rightarrow \overline{BF} = \frac{4}{3}\overline{BQ} = \frac{5}{6}\overline{BC} \Rightarrow x = \frac{5}{6}.$$

**Đáp án B.**

**Câu 152.** Gọi  $N$  là trung điểm của  $AB$ ,  $Q$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $C$  và  $P$  là đỉnh của hình bình hành  $AQPN$ .

$$\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{AQ} = 2\overline{AC}; \overline{AN} + \overline{AQ} = \overline{AP} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} + 2\overline{AC} = \overline{AP}$$

Gọi  $L$  là hình chiếu của  $A$  trên  $PN$ .

$$MN // AC \Rightarrow \widehat{ANL} = \widehat{MNB} = \widehat{CAB} = 60^\circ$$

Xét tam giác vuông  $ANL$  có:  $\sin \widehat{ANL} = \frac{AL}{AN}$

$$\Rightarrow AL = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow NL = AN \cdot \cos \widehat{ANL} = \frac{a}{4} \Rightarrow PL = PN + NL = \frac{9a}{4}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } APL \text{ có: } AP = \sqrt{AL^2 + PL^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}.$$



<b>TOÁN 10</b>	<b>HỆ TRỤC TỌA ĐỘ</b>
<b>0H1-2</b>	

MỤC LỤC

**Phần A. Câu hỏi**..... 1

**Dạng 1. Sử dụng các kiến thức về trục, tọa độ vectơ trên trục và tọa độ của một điểm trên trục để giải một số bài toán**..... 1

**Dạng 2. Tọa độ vectơ** ..... 3

**Dạng 2.1 Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vectơ với một số để giải toán**..... 3

**Dạng 2.2 Điều kiện 2 véc tơ cùng phương, thẳng hàng, bằng nhau**..... 4

**Dạng 2.3 Biểu diễn một vectơ theo 2 vectơ không cùng phương** ..... 6

**Dạng 3. Tọa độ điểm**..... 6

**Dạng 3.1 Xác định tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm, tọa độ điểm đối xứng** ..... 6

**Dạng 3.2 Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**..... 8

**Dạng 3.3 Một số bài toán GTLN-GTNN của biểu thức chứa vectơ** ..... 11

**Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO**..... 13

**Dạng 1. Sử dụng các kiến thức về trục, tọa độ vectơ trên trục và tọa độ của một điểm trên trục để giải một số bài toán**..... 13

**Dạng 2. Tọa độ vectơ** ..... 14

**Dạng 2.1 Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vectơ với một số để giải toán**..... 14

**Dạng 2.2 Điều kiện 2 véc tơ cùng phương, thẳng hàng, bằng nhau**..... 15

**Dạng 2.3 Biểu diễn một vectơ theo 2 vectơ không cùng phương** ..... 16

**Dạng 3. Tọa độ điểm**..... 17

**Dạng 3.1 Xác định tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm, tọa độ điểm đối xứng** ..... 17

**Dạng 3.2 Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**..... 20

**Dạng 3.3 Một số bài toán GTLN-GTNN của biểu thức chứa vectơ** ..... 27

Phần A. Câu hỏi

**Dạng 1. Sử dụng các kiến thức về trục, tọa độ vectơ trên trục và tọa độ của một điểm trên trục để giải một số bài toán**

**Câu 1.** Trên trục  $x'Ox$  cho 2 điểm  $A, B$  lần lượt có tọa độ là  $a, b$ .  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MA} = k\overline{MB}, k \neq 1$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M$  là:

- A.  $\frac{ka-b}{k-1}$                       B.  $\frac{kb-a}{k-1}$                       C.  $\frac{a-kb}{k+1}$                       D.  $\frac{kb+a}{k-1}$

**Câu 2.** Trên trục  $(O; \vec{i})$  cho ba điểm  $A, B, C$ . Nếu biết  $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 7$  thì  $\overline{CB}$  bằng:

- A.  $-2$                                       B.  $2$                                       C.  $4$                                       D.  $3$

- Câu 3.** Trên trục  $(O; \vec{i})$  cho hai điểm  $A, B$  lần lượt có tọa độ 1 và 5. Khi đó tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $2\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0}$  là:  
**A.** 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13
- Câu 4.** Trên trục  $x'Ox$  cho bốn điểm  $A, B, C, D$  có tọa độ lần lượt là 3; 5; -7; 9. Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $\overline{AB} = 2$  **B.**  $\overline{AC} = -10$  **C.**  $\overline{CD} = -16$  **D.**  $\overline{AB} + \overline{AC} = -8$
- Câu 5.** Trên trục  $x'Ox$  có vector đơn vị  $\vec{i}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $x_A$  là tọa độ điểm  $A \Leftrightarrow \vec{OA} = x_A \vec{i}$   
**B.**  $x_B, x_C$  là tọa độ của điểm  $B$  và  $C$  thì  $\overline{BC} = x_B - x_C$   
**C.**  $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$   
**D.**  $M$  là trung điểm của  $AB \Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$
- Câu 6.** Trên trục  $x'Ox$ , cho tọa độ của  $A, B$  lần lượt là -2; 3. Khi đó tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn:  $OM^2 = \overline{MA} \cdot \overline{MB}$  là:  
**A.** 6 **B.**  $\sqrt{6}$  **C.** -6 **D.** 4
- Câu 7.** Trên trục  $x'Ox$  cho tọa độ các điểm  $A, B$  lần lượt là  $a, b$ . Khi đó tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $B$  là:  
**A.**  $b - a$  **B.**  $\frac{a+b}{2}$  **C.**  $2a - b$  **D.**  $2b - a$
- Câu 8.** Trên trục  $(O; \vec{i})$  tìm tọa độ  $x$  của điểm  $M$  sao cho  $\vec{MA} + 2\vec{MC} = \vec{0}$ , với  $A, C$  có tọa độ tương ứng là -1 và 3  
**A.**  $x = \frac{5}{3}$  **B.**  $x = \frac{2}{3}$  **C.**  $x = \frac{2}{5}$  **D.**  $x = \frac{5}{2}$
- Câu 9.** Trên trục  $(O; \vec{i})$  cho 4 điểm  $A, B, C, D$  có tọa độ lần lượt là  $a, b, c, d$ . Gọi  $E, F, G, H$  (có tọa độ lần lượt là  $e, f, g, h$ ) theo thứ tự là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Xét các mệnh đề:  
 I.  $e + f + g + h = a + b + c + d$   
 II.  $\vec{EG} = \vec{EF} + \vec{EH}$   
 III.  $\vec{AE} + \vec{CF} = \vec{0}$   
 Trong các mệnh đề trên mệnh đề nào đúng?  
**A.** Chỉ I **B.** II và III **C.** I, II, III **D.** Chỉ III
- Câu 10.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$  trên trục  $(O; \vec{i})$  thỏa mãn  $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$ . Khi sso mệnh đề nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AD}$  **B.**  $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{DA}$  **C.**  $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$  **D.**  $\frac{2}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$
- Câu 11.** Trên trục  $(\Delta)$  cho bốn điểm  $A, B, C, D$  bất kì. Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$  **B.**  $\overline{AB} \cdot \overline{DB} + \overline{AC} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{CD} = 0$   
**C.**  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} + \overline{BC} \cdot \overline{CD} = 0$  **D.**  $\overline{BD} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{AC} + \overline{CB} \cdot \overline{CA} = 0$
- Câu 12.** Trên trục  $(O; \vec{i})$  cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là -5; 2; 4. Khi đó tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $2\vec{MA} + 3\vec{MC} + 4\vec{MB} = \vec{0}$  là:



- A.  $\frac{10}{3}$                       B.  $\frac{10}{9}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{5}{4}$

**Câu 13.** Trên trục  $x'Ox$  cho tọa độ các điểm  $B, C$  lần lượt là  $m-2$  và  $m^2+3m+2$ . Tìm  $m$  để đoạn thẳng  $BC$  có độ dài nhỏ nhất.

- A.  $m=2$                       B.  $m=1$                       C.  $m=-1$                       D.  $m=-2$

**Câu 14.** Trên trục  $x'Ox$  cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Gọi  $I, J, K, L$  lần lượt là trung điểm của  $AC, DB, AD, BC$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.  $\overline{AD} + \overline{CB} = 2\overline{IJ}$                       B.  $\overline{AC} + \overline{DB} = 2\overline{KI}$   
 C. Trung điểm các đoạn  $IJ$  và  $KL$  trùng nhau                      D.  $\overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{IK}$

**Câu 15.** Trên trục  $x'Ox$  cho 3 điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là  $2; 1; -2$ . Khi đó tọa độ điểm  $M$  nguyên dương thỏa mãn  $\frac{1}{MA} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$  là:

- A. 0                      B. 4                      C. 2                      D. 3

**Câu 16.** Trên trục  $x'Ox$  cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{DA}^2 \cdot \overline{BC} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} + \overline{DC}^2 \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} = 0$   
 B.  $\overline{DA}^2 \cdot \overline{BC} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} + \overline{DC}^2 \cdot \overline{AB} = 0$   
 C.  $\overline{AB}^2 \cdot \overline{BC} + \overline{CD}^2 \cdot \overline{DB} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} = 0$   
 D.  $\overline{DA} \cdot \overline{BC} + \overline{DB} \cdot \overline{CA} + \overline{CD} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{AB} = 0$

**Dạng 2. Tọa độ vector**

**Dạng 2.1 Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vector với một số để giải toán**

**Câu 17.** (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , tọa độ của véc tơ  $2\vec{i} + 3\vec{j}$  là:

- A.  $(2; 3)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(1; 0)$ .                      D.  $(3; 2)$ .

**Câu 18.** (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Trên mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho vector  $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tọa độ của vector  $\vec{u}$  là

- A.  $\vec{u} = (3; -4)$ .                      B.  $\vec{u} = (3; 4)$ .                      C.  $\vec{u} = (-3; -4)$ .                      D.  $\vec{u} = (-3; 4)$ .

**Câu 19.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ . Tọa độ của vecto  $\vec{u}$  là

- A.  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$ .                      B.  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ .                      C.  $\vec{u} = (-1; 10)$ .                      D.  $\vec{u} = (1; -10)$ .

**Câu 20.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(1; 1), N(4; -1)$ . Tính độ dài vectơ  $\overline{MN}$ .

- A.  $|\overline{MN}| = \sqrt{13}$ .                      B.  $|\overline{MN}| = 5$ .                      C.  $|\overline{MN}| = \sqrt{29}$ .                      D.  $|\overline{MN}| = 3$ .

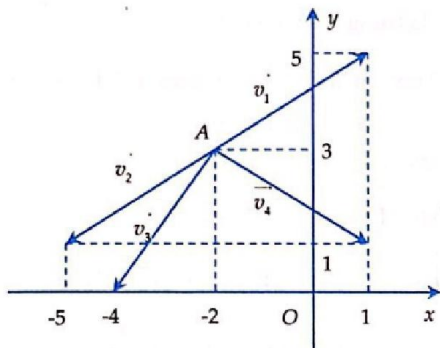
**Câu 21.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -1), B(4; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{AB}$  bằng

- A.  $\overline{AB} = (8; -3)$ .                      B.  $\overline{AB} = (-2; -4)$ .                      C.  $\overline{AB} = (2; 4)$ .                      D.  $\overline{AB} = (6; 2)$ .

**Câu 22.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , tọa độ của vector  $\vec{a} = 8\vec{j} - 3\vec{i}$  bằng

- A.  $\vec{a} = (-3; 8)$ .                      B.  $\vec{a} = (3; -8)$ .                      C.  $\vec{a} = (8; 3)$ .                      D.  $\vec{a} = (8; -3)$ .

- Câu 23.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $B(-1;3)$  và  $C(3;1)$ . Độ dài vectơ  $\overline{BC}$  bằng  
 A. 6.                                      B.  $2\sqrt{5}$ .                                      C. 2.                                      D.  $\sqrt{5}$ .
- Câu 24.** (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1;3)$  và  $B(0;6)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
 A.  $\overline{AB} = (5; -3)$ .                      B.  $\overline{AB} = (1; -3)$ .                      C.  $\overline{AB} = (3; -5)$ .                      D.  $\overline{AB} = (-1; 3)$ .
- Câu 25.** Xác định tọa độ của vectơ  $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$  biết  $\vec{a} = (2; -1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$   
 A.  $\vec{c} = (11; 11)$                       B.  $\vec{c} = (11; -13)$                       C.  $\vec{c} = (11; 13)$                       D.  $\vec{c} = (7; 13)$
- Câu 26.** Cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (-7; 2)$ . Tìm vectơ  $\vec{x}$  sao cho  $\vec{x} - 2\vec{a} = \vec{b} - 3\vec{c}$ .  
 A.  $\vec{x} = (28; 2)$                       B.  $\vec{x} = (13; 5)$                       C.  $\vec{x} = (16; 4)$                       D.  $\vec{x} = (28; 0)$
- Câu 27.** Vectơ  $\vec{a} = (5; 0)$  biểu diễn dạng  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$  được kết quả nào sau đây?  
 A.  $\vec{a} = 5\vec{i} - \vec{j}$                       B.  $\vec{a} = 5\vec{i}$                       C.  $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j}$                       D.  $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{j}$
- Câu 28.** Xác định tọa độ vectơ  $\vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$  biết  $\vec{a} = (3; -2)$ ,  $\vec{b} = (1; 4)$   
 A.  $\vec{c} = (2; -11)$                       B.  $\vec{c} = (-2; 11)$                       C.  $\vec{c} = (2; 11)$                       D.  $\vec{c} = (11; 2)$
- Câu 29.** Cho  $\vec{a} = (3; -1)$ ,  $\vec{b} = (0; 4)$ ,  $\vec{c} = (5; 3)$ . Tìm vectơ  $\vec{x}$  sao cho  $\vec{x} - \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \vec{0}$ .  
 A.  $(18; 0)$                       B.  $(-8; 18)$                       C.  $(8; 18)$                       D.  $(8; -18)$
- Câu 30.** Cho điểm  $A(-2; 3)$  và vectơ  $\overline{AM} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ . Vectơ nào trong hình là vectơ  $\overline{AM}$ ?



- A.  $\vec{V}_1$                                       B.  $\vec{V}_2$                                       C.  $\vec{V}_3$                                       D.  $\vec{V}_4$

**Dạng 2.2 Điều kiện 2 véc tơ cùng phương, thẳng hàng, bằng nhau**

- Câu 31.** (KTNL GV BẮC GIANG NĂM 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$  và  $\vec{b} = (-4; 2)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
 A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.                      B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.  
 C.  $\vec{a} = (-1; 2)$ .                      D.  $\vec{a} = (2; 1)$ .
- Câu 32.** Cho  $\vec{A} = (3; -2)$ ,  $\vec{B} = (-5; 4)$ ,  $\vec{C} = \left(\frac{1}{3}; 0\right)$ . Tìm  $\vec{x}$  thỏa mãn  $\overline{AB} = x\overline{AC}$ .  
 A.  $x = 3$                       B.  $x = -3$                       C.  $x = 2$                       D.  $x = -4$
- Câu 33.** Trong các cặp vectơ sau, cặp vectơ nào không cùng phương?

- A.  $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = (-10; -15)$                       B.  $\vec{u} = (0; 5); \vec{v} = (0; 8)$   
 C.  $\vec{m} = (-2; 1); \vec{n} = (-6; 3)$                       D.  $\vec{c} = (3; 4); \vec{d} = (6; 9)$
- Câu 34.** Cho  $A(-1; 1), B(1; 3), C(-2; 0)$ . Tìm  $x$  sao cho  $\overline{AB} = x\overline{BC}$   
 A.  $x = \frac{2}{3}$                       B.  $x = -\frac{2}{3}$                       C.  $x = \frac{3}{2}$                       D.  $x = -\frac{3}{2}$
- Câu 35.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ ,  $\vec{a} = (5; 2)$ ,  $\vec{b} = (10; 6 - 2x)$ . Tìm  $x$  để  $\vec{a}; \vec{b}$  cùng phương?  
 A. 1.                      B. -1.                      C. 2.                      D. -2.
- Câu 36.** Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?  
 A.  $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (6; 9)$     B.  $\vec{u} = (0; 5), \vec{v} = (0; -1)$   
 C.  $\vec{m} = (-2; 1), \vec{b} = (1; 2)$     D.  $\vec{c} = (3; 4), \vec{d} = (-6; -8)$
- Câu 37.** Cho  $\vec{u} = (m^2 + 3; 2m), \vec{v} = (5m - 3; m^2)$ . Vector  $\vec{u} = \vec{v}$  khi và chỉ khi  $m$  thuộc tập hợp:  
 A.  $\{2\}$                       B.  $\{0; 2\}$                       C.  $\{0; 2; 3\}$                       D.  $\{3\}$
- Câu 38.** Cho 2 vector  $\vec{u} = (2m - 1)\vec{i} + (3 - m)\vec{j}$  và  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ . Tìm  $m$  để hai vector cùng phương.  
 A.  $m = \frac{5}{11}$                       B.  $m = \frac{11}{5}$                       C.  $m = \frac{9}{8}$                       D.  $m = \frac{8}{9}$
- Câu 39.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(m - 1; 2); B(2; 5 - 2m); C(m - 3; 4)$ . Tìm  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng.  
 A.  $m = 3$                       B.  $m = 2$                       C.  $m = -2$                       D.  $m = 1$
- Câu 40.** Trong hệ trục  $Oxy$ , cho 4 điểm  $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 A.  $\overline{AB}, \overline{CD}$  đối nhau    B.  $\overline{AB}, \overline{CD}$  ngược hướng  
 C.  $\overline{AB}, \overline{CD}$  cùng hướng    D.  $A, B, C, D$  thẳng hàng
- Câu 41.** Cho  $\vec{a} = (4; -m), \vec{v} = (2m + 6; 1)$ . Tập giá trị của  $m$  để hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương là:  
 A.  $\{-1; 1\}$                       B.  $\{-1; 2\}$                       C.  $\{-2; -1\}$                       D.  $\{-2; 1\}$
- Câu 42.** Cho 4 điểm  $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$ . Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?  
 A.  $A, B, C$                       B.  $B, C, D$                       C.  $A, B, D$                       D.  $A, C, D$
- Câu 43.** Cho 2 vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?  
 A.  $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$                       B.  $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$   
 C.  $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$                       D.  $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$  và  $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$
- Câu 44.** (ĐỘI CÁN VINH PHÚC LẦN 1 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho  $A(m - 1; 2), B(2; 5 - 2m)$  và  $C(m - 3; 4)$ . Tìm giá trị  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng.  
 A.  $m = -2$ .  
 B.  $m = 2$ .  
 C.  $m = 1$ .  
 D.  $m = 3$ .

**Dạng 2.3 Biểu diễn một vectơ theo 2 vectơ không cùng phương**

- Câu 45.** Vectơ  $\vec{a} = (2; -1)$  biểu diễn dưới dạng  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$  được kết quả nào sau đây?  
**A.**  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$       **B.**  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$       **C.**  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$       **D.**  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$
- Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (7; 2)$ . Cho biết  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$  khi đó.  
**A.**  $m = \frac{22}{5}$ ;  $n = \frac{3}{5}$ .      **B.**  $m = -\frac{22}{5}$ ;  $n = -\frac{3}{5}$ .      **C.**  $m = \frac{1}{5}$ ;  $n = -\frac{3}{5}$ .      **D.**  $m = \frac{22}{5}$ ;  $n = -\frac{3}{5}$ .
- Câu 47.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho các điểm  $A(4; 2), B(-2; 1), C(0; 3), M(-3; 7)$ . Giả sử  $\overline{AM} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Khi đó  $x + y$  bằng  
**A.**  $\frac{12}{5}$ .      **B.** 5.      **C.**  $-\frac{12}{5}$ .      **D.** -5.
- Câu 48.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ ; cho các vectơ  $\vec{a} = (2; -1)$ ;  $\vec{b} = (0; 4)$  và  $\vec{c} = (3; 3)$ . Gọi  $m$  và  $n$  là hai số thực sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = m^2 + n^2$ .  
**A.**  $P = \frac{225}{64}$ .      **B.**  $P = \frac{100}{81}$ .      **C.**  $P = \frac{97}{64}$ .      **D.**  $P = \frac{193}{64}$ .
- Câu 49.** Cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-3; 4)$ ,  $\vec{c} = (-4; 9)$ . Hai số thực  $m, n$  thỏa mãn  $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$ . Tính  $m^2 + n^2$ ?  
**A.** 5.      **B.** 3.      **C.** 4.      **D.** 1.
- Câu 50.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ;  $\vec{b} = (3; 4)$ ;  $\vec{c} = (7; 2)$ . Tìm  $m, n$  để  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .  
**A.**  $m = -\frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$       **B.**  $m = \frac{1}{5}, n = -\frac{3}{5}$       **C.**  $m = \frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$       **D.**  $m = \frac{22}{5}, n = \frac{3}{5}$
- Câu 51.** Cho các vectơ  $\vec{a} = (4; -2)$ ,  $\vec{b} = (-1; -1)$ ,  $\vec{c} = (2; 5)$  Phân tích vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  ta được:  
**A.**  $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$       **B.**  $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$       **C.**  $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - 4\vec{c}$       **D.**  $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}$
- Câu 52.** Cho vectơ  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (7; 2)$ . Khi đó  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ . Tính tổng  $m + n$  bằng:  
**A.** 5      **B.** 3,8      **C.** -5      **D.** -3,8
- Câu 53.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 4 điểm  $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$ . Phân tích  $\overline{CD}$  qua  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overline{CD} = 2\overline{AB} - 2\overline{AC}$       **B.**  $\overline{CD} = 2\overline{AB} - \overline{AC}$       **C.**  $\overline{CD} = 2\overline{AB} - \overline{AC}$       **D.**  $\overline{CD} = 2\overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{AC}$

**Dạng 3. Tọa độ điểm**

**Dạng 3.1 Xác định tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm, tọa độ điểm đối xứng**

- Câu 54.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(x; y)$ . Tìm tọa độ của điểm  $M_1$  đối xứng với  $M$  qua trục hoành?  
**A.**  $M_1(x; y)$ .      **B.**  $M_1(x; -y)$ .      **C.**  $M_1(-x; y)$ .      **D.**  $M_1(-x; -y)$ .
- Câu 55.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  biết  $A(2; -3), B(4; 7), C(1; 5)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của  $\Delta ABC$  là

- A.  $(7;15)$ .      B.  $\left(\frac{7}{3};5\right)$ .      C.  $(7;9)$ .      D.  $\left(\frac{7}{3};3\right)$ .
- Câu 56.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;-3), B(4;7)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $AB$ .
- A.  $(3;2)$ .      B.  $(2;10)$ .      C.  $(6;4)$ .      D.  $(8;-21)$ .
- Câu 57.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(4;9), B(3;7), C(x-1;y)$ . Để  $G(x;y+6)$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  thì giá trị  $x$  và  $y$  là
- A.  $x=3, y=1$ .      B.  $x=-3, y=-1$ .      C.  $x=-3, y=1$ .      D.  $x=3, y=-1$ .
- Câu 58.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;-3); B(4;7)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ .
- A.  $I(6;4)$       B.  $I(2;10)$       C.  $I(3;2)$       D.  $I(8;-21)$
- Câu 59.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(2;1), B(-1;-2), C(-3;2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là
- A.  $G\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ .      B.  $G\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ .      C.  $G\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$ .      D.  $G\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ .
- Câu 60.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có ba đỉnh  $A(-1;2), B(2;0), C(-3;1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là
- A.  $G\left(-\frac{2}{3};1\right)$ .      B.  $G\left(\frac{2}{3};-1\right)$ .      C.  $G\left(-\frac{4}{3};1\right)$ .      D.  $G\left(\frac{4}{3};-1\right)$ .
- Câu 61.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-4;1); B(2;4); C(2;-2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm  $\Delta ABD$
- A.  $D(8;11)$       B.  $D(12;11)$       C.  $D(8;-11)$       D.  $D(-8;-11)$
- Câu 62.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có  $A(3;5), B(1;2), C(5;2)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác.
- A.  $G(-3;4)$       B.  $G(4;0)$       C.  $G(2;3)$       D.  $G(3;3)$
- Câu 63.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(3;-5), B(-3;3), C(-1;-2), D(5;-10)$ . Hỏi  $G\left(\frac{1}{3};-3\right)$  là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?
- A.  $ABC$ .      B.  $BCD$ .      C.  $ACD$ .      D.  $ABD$ .
- Câu 64.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $D(3;4), E(6;1), F(7;3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CA$ . Tính tổng tung độ ba đỉnh của tam giác  $ABC$ .
- A.  $\frac{16}{3}$ .      B.  $\frac{8}{3}$ .      C.  $8$ .      D.  $16$ .
- Câu 65.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có  $M(2;3), N(0;4), P(-1;6)$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$ .
- A.  $A(1;5)$       B.  $A(-3;7)$       C.  $A(-2;-7)$       D.  $A(1;-10)$
- Câu 66.** Cho tam giác  $ABC$ . Biết trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$  có tọa độ lần lượt là  $M(1;-1), N(3;2), P(0;-5)$ . Khi đó tọa độ của điểm  $A$  là:

- A.  $(2; -2)$ .                      B.  $(5; 1)$ .                      C.  $(\sqrt{5}; 0)$ .                      D.  $(2; \sqrt{2})$ .
- Câu 67.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta MNP$  có  $M(1; -1); N(5; -3)$  và  $P$  thuộc trục  $Oy$ . Trọng tâm  $G$  của tam giác nằm trên trục  $Ox$ . Tọa độ của điểm  $P$  là:  
 A.  $P(0; 4)$                       B.  $P(2; 0)$                       C.  $P(2; 4)$                       D.  $P(0; 2)$
- Câu 68.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(3; -4)$ . Gọi  $M_1, M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $Ox, Oy$ . Khẳng định nào đúng?  
 A.  $\overline{OM_1} = -3$                       B.  $\overline{OM_2} = 4$   
 C.  $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = (-3; 4)$                       D.  $\overline{OM_1} + \overline{OM_2} = (3; -4)$
- Câu 69.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(2; 0); N(2; 2); P(-1; 3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA, AB$  của  $\Delta ABC$ . Tọa độ điểm  $B$  là:  
 A.  $B(1; 1)$                       B.  $B(-1; -1)$                       C.  $B(-1; 1)$                       D.  $B(1; -1)$
- Câu 70.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(1; -1), N(5; -3)$  và  $P$  là điểm thuộc trục  $Oy$ , trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  nằm trên trục  $Ox$ . Tọa độ điểm  $P$  là  
 A.  $(2; 4)$ .                      B.  $(0; 4)$ .                      C.  $(0; 2)$ .                      D.  $(2; 0)$ .

**Dạng 3.2 Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**

- Câu 71.** (THPT Như Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-1; 1), B(1; 3), C(5; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.  
 A.  $(3; 0)$ .                      B.  $(5; 0)$ .                      C.  $(7; 0)$ .                      D.  $(5; -2)$ .
- Câu 72.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(-2; 3), B(0; 4), C(5; -4)$ . Tọa độ đỉnh  $D$  là  
 A.  $(3; \sqrt{2})$ .                      B.  $(3; 7)$ .                      C.  $(\sqrt{7}; 2)$ .                      D.  $(3; -5)$ .
- Câu 73.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ ; cho hai điểm  $A(1; 4), B(-4; 2)$ . Tọa độ giao điểm của đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$  với trục hoành là  
 A.  $(-9; 0)$ .                      B.  $(0; 9)$ .                      C.  $(9; 0)$ .                      D.  $(0; -9)$ .
- Câu 74.** (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Trên mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(1; 1), B(2; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  để tứ giác  $OBMA$  là một hình bình hành.  
 A.  $M(-3; -3)$ .                      B.  $M(3; -3)$ .                      C.  $M(3; 3)$ .                      D.  $M(-3; 3)$ .
- Câu 75.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(2; 1); B(0; -3); C(3; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.  
 A.  $D(5; 5)$                       B.  $D(5; -2)$                       C.  $D(5; -4)$                       D.  $D(-1; -4)$
- Câu 76.** (THPT MINH CHÂU HÙNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 1), B(-1; 2), C(3; 0)$ . Tứ giác  $ABCE$  là hình bình hành khi tọa độ  $E$  là cặp số nào sau đây?  
 A.  $(6; -1)$                       B.  $(0; 1)$                       C.  $(1; 6)$                       D.  $(6; 1)$

- Câu 77.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(2;5), B(1;1), C(3;3)$ , một điểm  $E$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ . Tọa độ của  $E$  là  
**A.**  $(-3;3)$ .                      **B.**  $(-3;-3)$ .                      **C.**  $(3;-3)$ .                      **D.**  $(-2;-3)$ .
- Câu 78.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-3;1), B(1;4), C(5;3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $D(-1;0)$                       **B.**  $D(1;0)$                       **C.**  $D(0;-1)$                       **D.**  $D(0;1)$
- Câu 79.** (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ , biết  $M(1;-1)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tọa độ đỉnh  $A$  là  
**A.**  $(2; 0)$ .                      **B.**  $(-2; 0)$ .                      **C.**  $(0;-2)$ .                      **D.**  $(0; 2)$ .
- Câu 80.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;3), B(-2;1)$ . Điểm  $C$  thuộc tia  $Ox$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  có tọa độ là:  
**A.**  $C(3;0)$ .                      **B.**  $C(-3;0)$ .                      **C.**  $C(-1;0)$ .                      **D.**  $C(2;0)$ .
- Câu 81.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(3;3), B(-1;-9), C(5;-1)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Tìm tọa độ  $M$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI}$ .  
**A.**  $(5;4)$ .                      **B.**  $(1;2)$ .                      **C.**  $(-6;-1)$ .                      **D.**  $(2;1)$ .
- Câu 82.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có  $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$  là:  
**A.**  $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$                       **B.**  $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$                       **C.**  $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$                       **D.**  $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$
- Câu 83.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;-3), B(3;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $A, B, M$  thẳng hàng.  
**A.**  $M(1;0)$                       **B.**  $M(4;0)$                       **C.**  $M\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$                       **D.**  $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$
- Câu 84.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;1), B(1;-3)$ . Tìm tọa độ giao điểm  $I$  của hai đường chéo hình bình hành  $OABC$ .  
**A.**  $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$                       **B.**  $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$                       **C.**  $I(2;6)$                       **D.**  $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$
- Câu 85.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1;3), B(4;0)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$   
**A.**  $M(1;18)$                       **B.**  $M(-1;18)$                       **C.**  $M(-18;1)$                       **D.**  $M(1;-18)$
- Câu 86.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(2;5); B(1;1); C(3;3)$ . Tìm điểm  $E$  thuộc mặt phẳng tọa độ thỏa mãn  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ ?  
**A.**  $E(3;-3)$                       **B.**  $E(-3;3)$                       **C.**  $E(-3;-3)$                       **D.**  $E(-2;-3)$
- Câu 87.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;1); B(6;-1)$ . Tìm điểm  $M$  trên  $Ox$  sao cho  $A, B, M$  thẳng hàng.  
**A.**  $M(2;0)$                       **B.**  $M(8;0)$                       **C.**  $M(-4;0)$                       **D.**  $M(4;0)$

- Câu 88.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có  $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$ . Tìm điểm  $M$  có tung độ dương trên đường thẳng  $BC$  sao cho  $S_{ABC} = 3S_{ABM}$ .
- A.  $M(2;2)$                       B.  $M(3;2)$                       C.  $M(-3;2)$                       D.  $M(3;3)$
- Câu 89.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$ . Xác định tọa độ giao điểm  $I$  của  $AD$  và  $BG$  với  $D$  thuộc  $BC$  và  $2BD = 5DC$ ,  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$
- A.  $I\left(\frac{5}{9};1\right)$                       B.  $I\left(\frac{1}{9};1\right)$                       C.  $I\left(\frac{35}{9};2\right)$                       D.  $I\left(\frac{35}{9};1\right)$
- Câu 90.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có ba đỉnh  $A(-1;2), B(2;0), C(-3;1)$ . Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp  $I$  của tam giác  $ABC$  là
- A.  $I\left(\frac{11}{14};\frac{13}{14}\right)$ .                      B.  $I\left(\frac{11}{14};-\frac{13}{14}\right)$ .                      C.  $I\left(-\frac{11}{14};\frac{13}{14}\right)$ .                      D.  $I\left(-\frac{11}{14};-\frac{13}{14}\right)$ .
- Câu 91.** Tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(-1;2)$ , trực tâm  $H(3;0)$ , trung điểm của  $BC$  là  $M(6;1)$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là
- A. 5.                      B.  $\sqrt{5}$                       C. 3.                      D. 4.
- Câu 92.** Gọi điểm  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $AB$  và trục hoành biết  $A(1;2)$  và  $B(2;5)$ . Biết hoành độ điểm  $M$  có dạng  $\frac{m}{n}$  trong đó  $\frac{m}{n}$  tối giản và  $m, n \in \mathbb{N}$ . Tính  $m^2 + n^2$ .
- A. 34                      B. 41                      C. 25                      D. 10
- Câu 93.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  biết  $A(2;0), B(1;1), C(-1;-2)$ . Các điểm  $C', A', B'$  lần lượt chia các đoạn thẳng  $AB, BC, CA$  theo tỉ số là  $-1; \frac{1}{2}; -2$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?
- A.  $\overline{A'C'} = 2\overline{B'C'}$                       B.  $\overline{A'C'} = -3\overline{B'C'}$                       C.  $\overline{A'C} = 3\overline{B'C'}$                       D.  $\overline{A'C} = -4\overline{B'C'}$
- Câu 94.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 4 điểm  $A(0;1); B(1;3); C(2;7); D(0;3)$ . Tìm giao điểm của 2 đường thẳng  $AC$  và  $BD$ .
- A.  $\left(-\frac{2}{3};3\right)$                       B.  $\left(\frac{1}{3};-3\right)$                       C.  $\left(\frac{4}{3};13\right)$                       D.  $\left(\frac{2}{3};3\right)$
- Câu 95.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(6;3); B(-3;6); C(1;-2)$ . Biết điểm  $E$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BE = 2EC$ .  $D$  nằm trên đường thẳng  $AB$  và thuộc trục  $Ox$ . Tìm giao điểm của  $DE$  và  $AC$ .
- A.  $I\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$                       B.  $I\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$                       C.  $I\left(\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right)$                       D.  $I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$
- Câu 96.** Hình vuông  $ABCD$  có  $A(2;1), C(4;3)$ . Tọa độ của đỉnh  $B$  có thể là:
- A.  $(2;3)$ .                      B.  $(1;4)$ .                      C.  $(-4;-1)$ .                      D.  $(3;2)$ .
- Câu 97.** Các điểm  $A', B, N$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overline{BA'}, \overline{BN}$  cùng phương  $\Leftrightarrow x = 0$ . Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$ . Biết  $A(3;-1), B(-1;2)$  và  $I(1;-1)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ  $(a; b)$ . Tính  $a + 3b$ .
- A.  $a + 3b = \frac{2}{3}$ .                      B.  $a + 3b = -\frac{4}{3}$ .                      C.  $a + 3b = 1$ .                      D.  $a + 3b = -2$ .



- Câu 98.** (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết điểm  $A(2;4)$ ,  $B(-3;-6)$ ,  $C(5;-2)$ . Gọi  $D(a;b)$  là chân đường phân giác trong của góc  $A$  của tam giác  $ABC$ . Khi đó tổng  $a+b$  bằng:
- A. 21.                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C. 11.                      D.  $-\frac{11}{2}$ .
- Câu 99.** (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;-1)$ ,  $B(3;1)$  và  $C(6;2)$ . Xác định tọa độ điểm  $M$  thuộc trục tung sao cho  $M$  cách đều hai điểm  $A$  và  $B$ .
- A.  $M(0;1)$ .                      B.  $M(0;-2)$ .                      C.  $M(-1;1)$ .                      D.  $M(0;2)$ .
- Câu 100.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;4)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(-1;-2)$ . Cho  $M(x;y)$  trên đoạn thẳng  $BC$  sao cho  $S_{ABC} = 4S_{ABM}$ . Khi đó  $x^2 - y^2$  bằng
- A.  $\frac{13}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .
- Câu 101.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(2;3)$ ,  $I\left(\frac{11}{2};\frac{7}{2}\right)$  và  $B$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $I$ . Giả sử  $C$  là điểm có tọa độ  $(5;y)$ . Giá trị của  $y$  để tam giác  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$  là
- A.  $y = 0 ; y = 7$ .                      B.  $y = 0 ; y = -5$ .                      C.  $y = -5$ .                      D.  $y = 5 ; y = 7$ .
- Câu 102.** (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Trong mặt phẳng với hệ trục  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(3;2)$ ,  $B(4;3)$ ,  $C(-1;3)$ . Điểm  $N$  nằm trên tia  $BC$ . Biết  $M(x_0;y_0)$  là đỉnh thứ 4 của hình thoi  $ABNM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $x_0 \in (1,55;1,56)$ .                      B.  $x_0 \in (1,56;1,57)$ .                      C.  $x_0 \in (1,58;1,59)$ .                      D.  $x_0 \in (1,57;1,58)$ .

**Dạng 3.3 Một số bài toán GTLN-GTNN của biểu thức chứa vectơ**

- Câu 103.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1;0)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(-3;-5)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  sao cho  $T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}|$  bé nhất.
- A.  $M(2;0)$                       B.  $M(4;0)$                       C.  $M(-4;0)$                       D.  $M(-2;0)$
- Câu 104.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1;3)$  và  $B(4,7)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục  $Oy$  sao cho  $MA + MB$  là nhỏ nhất.
- A.  $M\left(0;\frac{19}{5}\right)$                       B.  $M\left(0;\frac{1}{5}\right)$                       C.  $M\left(0;\frac{3}{5}\right)$                       D.  $M\left(0;\frac{11}{5}\right)$
- Câu 105.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(-1;2)$ ,  $N(3;2)$ ,  $P(4;-1)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  thuộc trục  $Ox$  sao cho  $T = |\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$  nhỏ nhất.
- A.  $E(-4;0)$                       B.  $E(-2;0)$                       C.  $E(4;0)$                       D.  $E(2;0)$
- Câu 106.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 2 điểm  $A(-3;1)$ ,  $B(-5;5)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục  $yOy'$  sao cho  $|MA - MB|$  lớn nhất.
- A.  $M(0;-5)$                       B.  $M(0;5)$                       C.  $M(0;3)$                       D.  $M(0;6)$

- Câu 107.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , tìm trên trục hoành điểm  $M$  sao cho tổng khoảng cách từ  $M$  tới các điểm  $A(1;1)$  và  $B(2;-4)$  là nhỏ nhất.
- A.  $M\left(-\frac{6}{5};0\right)$       B.  $M\left(\frac{5}{6};0\right)$       C.  $M\left(-\frac{5}{6};0\right)$       D.  $M\left(\frac{6}{5};0\right)$
- Câu 108. (CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 2 - 2018)** Cho ba điểm  $A(1;-3)$ ,  $B(-2;6)$  và  $C(4;-9)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục  $Ox$  sao cho vector  $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$  có độ dài nhỏ nhất.
- A.  $M(2;0)$ .      B.  $M(4;0)$ .      C.  $M(3;0)$ .      D.  $M(1;0)$ .
- Câu 109.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1;2)$  và  $B(3;4)$ . Điểm  $P\left(\frac{a}{b};0\right)$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) trên trục hoành thỏa mãn tổng khoảng cách từ  $P$  tới hai điểm  $A$  và  $B$  là nhỏ nhất. Tính  $S = a + b$ .
- A.  $S = -2$       B.  $S = 8$ .      C.  $S = 7$ .      D.  $S = 4$ .
- Câu 110.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho các điểm  $A(4;2), B(-2;1)$ .  $N(x;0)$  thuộc trục hoành để  $NA + NB$  nhỏ nhất. Giá trị  $x$  thuộc khoảng nào sau đây?
- A.  $(-0,2;0,2)$ .      B.  $(-0,5;0)$ .      C.  $(0;0,5)$ .      D.  $(0,5;1)$ .
- Câu 111.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-3;5)$ ,  $B(-4;-3)$ ,  $C(1;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc trục hoành sao cho  $KA + KB$  nhỏ nhất
- A.  $K\left(\frac{29}{8};0\right)$ .      B.  $K\left(-\frac{29}{8};0\right)$ .      C.  $K\left(\frac{29}{8};1\right)$ .      D.  $K\left(-\frac{29}{8};1\right)$ .
- Câu 112.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$  cho các điểm  $A(1;3), B(-2;3), C(-2;1)$ . Điểm  $M(a;b)$  thuộc trục  $Oy$  sao cho:  $|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}|$  nhỏ nhất, khi đó  $a + b$  bằng?
- A. 3.      B. 2.      C. 1.      D. 12.
- Câu 113. (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819)** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1;-1)$  và  $B(3;2)$ . Tìm  $M$  thuộc trục tung sao cho  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất.
- A.  $M(0;-1)$ .      B.  $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $M(0;1)$ .      D.  $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$ .
- Câu 114.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(-1;-2), B(3;2), C(4;-1)$ . Biết điểm  $E(a;b)$  di động trên đường thẳng  $AB$  sao cho  $|2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $a^2 - b^2$ .
- A.  $a^2 - b^2 = 2$ .      B.  $a^2 - b^2 = 1$ .      C.  $a^2 - b^2 = \frac{2}{3}$ .      D.  $a^2 - b^2 = \frac{3}{2}$ .
- Câu 115.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $M(3;1)$ . Giả sử  $A(a;0)$  và  $B(0;b)$  (với  $a, b$  là các số thực không âm) là hai điểm sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $T = a^2 + b^2$ .
- A.  $T = 10$ .      B.  $T = 9$ .      C.  $T = 5$ .      D.  $T = 17$ .
- Câu 116.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-1;-2), B(3;2), C(4;-1)$ . Biết điểm  $E(a;b)$  di động trên đường thẳng  $AB$  sao cho  $|2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $a^2 - b^2$ .
- A.  $a^2 - b^2 = 2$ .      B.  $a^2 - b^2 = 1$ .      C.  $a^2 - b^2 = \frac{2}{3}$ .      D.  $a^2 - b^2 = \frac{3}{2}$ .

**Câu 117. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(2;3), B(3;4)$  và  $C(3;-1)$ . Tọa độ điểm  $M$  trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất sao cho biểu thức  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

- A.  $\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{4}\right)$ .      B.  $(1;1)$ .      C.  $\left(-\frac{7}{4}; -\frac{7}{4}\right)$ .      D.  $(-1;-1)$ .

Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Dạng 1. Sử dụng các kiến thức về trục, tọa độ vectơ trên trục và tọa độ của một điểm trên trục để giải một số bài toán**

**Câu 1.** Gọi  $x$  là độ của điểm  $M$ .

$$\text{Ta có: } \overline{MA} = k\overline{MB} \Leftrightarrow a - x = k(b - x) \Leftrightarrow (k - 1)x = kb - a \Leftrightarrow x = \frac{kb - a}{k - 1}, k \neq 1$$

**Đáp án B.**

**Câu 2.** Ta có:  $\overline{CB} = \overline{AB} - \overline{AC} = 5 - 7 = -2$

**Đáp án A.**

**Câu 3. Đáp án D**

$$2\overline{MA} - 3\overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overline{MA} = 3\overline{MB} \Leftrightarrow 2(x_A - x_M) = 3(x_B - x_M) \Leftrightarrow x_M = 13$$

**Câu 4. Đáp án C**

$$\text{Ta có: } \overline{CD} = x_D - x_C = 9 - (-7) = 16$$

**Câu 5. Đáp án B**

$$\text{Ta có } \overline{BC} = x_B - x_C$$

**Câu 6. Đáp án C**

$$\text{Gọi } M \text{ có tọa độ là } x \Rightarrow x^2 = (-2 - x)(3 - x) \Rightarrow x = -6$$

**Câu 7. Đáp án D**

$$A' \text{ đối xứng với } A \text{ qua } B \text{ nên } B \text{ là trung điểm của } AA' \Rightarrow x_{A'} + x_A = 2x_B \Leftrightarrow x_{A'} = 2b - a$$

**Câu 8.** Từ  $\overline{MA} + 2\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{OA} - \overline{OM} + 2(\overline{OC} - \overline{OM}) = 0$ .

$$\text{Hay } -1 - x + 2(3 - x) = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

**Đáp án A.**

**Câu 9.** + Áp dụng công thức tọa độ trung điểm  $\Rightarrow I$  đúng.

+ Lấy  $E$  làm gốc trục thì  $x_E = e = 0 \Rightarrow g = f + h \Rightarrow II$  đúng.

+  $\overline{AE} + \overline{CE} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CB})$  chỉ bằng  $\vec{0}$  khi  $B$  là trung điểm của  $AB$  nên III sai.

**Đáp án B**

**Câu 10.** Gọi  $a, b, c, d$  lần lượt là tọa độ của  $A, B, C, D$ . Ta có:

$$+ \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow (c - b)(b - d) = (b - c)(a - d)$$

$$\Leftrightarrow ac + bd + bc + ad = 2ab + 2cd = (a + b)(c + d) = 2(ad + cb)$$

$$+ \frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{2}{b - c} = \frac{1}{c - a} + \frac{1}{d - a} \Leftrightarrow (a + b)(c + d) = 2(ab + cd)$$

**Đáp án C**

**Câu 11.** Chọn gốc tọa độ  $O \equiv A \Rightarrow x_A = 0, x_B = \overline{AB}, x_C = \overline{AC}, x_D = \overline{AD}$

Từ đáp án A:  $VT = x_B(x_D - x_C) + x_C(x_B - x_D) + x_D(x_C - x_B) = 0$

**Đáp án A**

**Câu 12. Đáp án B**

$$2\overline{MA} + 3\overline{MC} + 4\overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(-5 - x_M) + 3(4 - x_M) + 4(2 - x_M) = 0 \Leftrightarrow x_M = \frac{10}{9}$$

**Câu 13. Đáp án C**

$$BC = |\overline{BC}| = |m^2 + 2m + 4| = (m+1)^2 + 3 \geq 3 \quad \forall m \in \mathbb{R}. BC \text{ nhỏ nhất khi } m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

**Câu 14. Đáp án D**

Ta có:

$$x_D - x_A + x_B - x_C = x_B + x_D - (x_A + x_C) = 2x_J - 2x_I = 2(x_J - x_I)$$

Là tọa độ của  $2\overline{IJ}$  nên A đúng.

Tương tự:

$$(x_C - x_A) + (x_B - x_D) = 2(x_L - x_K) \text{ là tọa độ của } 2\overline{KL} \Rightarrow \text{B đúng.}$$

Gọi  $E, F$  là trung điểm của  $IJ$  và  $KL$

$$x_E = \frac{1}{2}(x_I + x_J) = \frac{1}{4}(x_A + x_C) + \frac{1}{4}(x_D + x_B) \Rightarrow x_E = x_F \Rightarrow \text{C đúng.}$$

$$x_F = \frac{1}{2}(x_K + x_L) = \frac{1}{4}(x_A + x_D) + \frac{1}{4}(x_C + x_B)$$

Vậy đáp án D sai.

**Câu 15. Đáp án B**

$$\text{Gọi tọa độ điểm } M \text{ là } x \Rightarrow \frac{1}{2-x} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{-2-x} \Rightarrow -x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4$$

**Câu 16. Đáp án A**

Chọn  $D$  là gốc tọa độ và  $a, b, c$  lần lượt là tọa độ của  $A, B, C$ .

Ta có:

$$\begin{aligned} \overline{DA}^2 \cdot \overline{CB} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} + \overline{DC}^2 \cdot \overline{AB} + \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} &= 0 \\ &= a^2(c-b) + b^2(c-a) + c^2(b-a) + (c-b)(a-c)(b-a) \\ &= a^2c - a^2b + b^2a - b^2c + c^2b - c^2a + c^2b - c^2a + abc - c^2b - b^2a + b^2c - a^2c + c^2a + a^2b - abc = 0 \end{aligned}$$

## Dạng 2. Tọa độ vector

### Dạng 2.1 Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vector với một số để giải toán

**Câu 17. Chọn A**

Tọa độ của véc tơ  $2\vec{i} + 3\vec{j}$  là:  $(2; 3)$ .

**Câu 18. Chọn A**

$$\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (3; -4).$$

**Câu 19. Chọn B**

$$\text{Có } \vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right).$$

**Câu 20. Chọn A**

$$\overrightarrow{MN} = (3; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}.$$

**Câu 21. Chọn C**

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 4).$$

**Câu 22. Chọn A**

$$\text{Ta có } \vec{a} = 8\vec{j} - 3\vec{i} = -3\vec{i} + 8\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (-3; 8).$$

**Câu 23. Chọn B**

Tính độ dài vectơ  $\overrightarrow{BC}$ .

$$\overrightarrow{BC} = (4; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}. \text{ Vậy } |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{5}.$$

**Câu 24. Chọn D**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-1; 3).$$

$$\text{Câu 25. } \vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b} = (2; -1) + (9; 12) = (11; 11)$$

**Đáp án A**

$$\text{Câu 26. } \vec{x} - 2\vec{a} = \vec{b} - 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} = (28; 0)$$

**Đáp án D**

**Câu 27. Đáp án B**

**Câu 28. Đáp án D**

$$\vec{c} = 3(3; -2) + 2(1; 4) = (11; 2)$$

**Câu 29. Đáp án A**

$$\vec{x} - \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c} = (18; 0)$$

**Câu 30. Đáp án D**

$$\text{Ta có: } \vec{V}_4 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

### Dạng 2.2 Điều kiện 2 véc tơ cùng phương, thẳng hàng, bằng nhau

**Câu 31. Chọn B.**

$$\text{Ta có } \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (2; -1) \Rightarrow \vec{b} = -2\vec{a}$$

$\Rightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.

$$\text{Câu 32. } \overrightarrow{AB} = (-8; 6); \overrightarrow{AC} = \left(\frac{-8}{3}; 2\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}.$$

**Đáp án A**

$$\text{Câu 33. Ta có: } \frac{3}{6} \neq \frac{4}{9} \Rightarrow \vec{c} \text{ và } \vec{d} \text{ không cùng phương.}$$

**Đáp án D**

**Câu 34. Đáp án D**

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (2; 2), \overrightarrow{BC} = (-3; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

**Câu 35. Chọn C**

$$\text{Ta có: } \vec{a}; \vec{b} \text{ cùng phương khi và chỉ khi: } \frac{10}{5} = \frac{6-2x}{2} \Leftrightarrow x = 1. \text{ Chọn đáp án } \mathbf{A}.$$

**Câu 36. Đáp án C**

**Câu 37. Đáp án A**

$$\text{Theo bài ra } \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3 = 5m - 3 \\ 2m = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

**Câu 38.** Để 2 vectơ cùng phương thì  $\frac{2m-1}{2} = \frac{3-m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$ .

**Đáp án C**

**Câu 39.**  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \frac{3-m}{m-5} = \frac{3-2m}{2m-1} \Leftrightarrow (3-m)(2m-1) = (3-2m)(m-5) \Leftrightarrow m = 2$

**Đáp án B**

**Câu 40.**  $\overline{AB} = (4; 3), \overline{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overline{AB} = -\frac{1}{2}\overline{CD}$  nên  $\overline{AB}, \overline{CD}$  ngược hướng

**Đáp án B**

**Câu 41. Đáp án C**

$$\vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow \begin{cases} 4 = k(2m+6) \\ -m = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$$

**Câu 42. Đáp án C**

Ta có:

$$\overline{AB} = (-1; 5), \overline{DA} = (2; -10) \Rightarrow \overline{DA} = -2\overline{AB} \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng.}$$

**Câu 43. Đáp án D**

$$2\vec{u} = 4\vec{a} - 3\vec{b}, -12\vec{v} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Rightarrow \vec{u} = -6\vec{v}$$

**Câu 44. Chọn B**

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (3-m; 3-2m), \overline{AC} = (-2; 2)$$

$$\text{Do } A, B, C \text{ thẳng hàng nên tồn tại số thực } k \text{ sao cho } \overline{AB} = k\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m = -2k \\ 3-2m = 2k \end{cases} \Rightarrow m = 2.$$

### Dạng 2.3 Biểu diễn một vectơ theo 2 vectơ không cùng phương

**Câu 45.** Ta có:  $\vec{a} = (2; -1) \Leftrightarrow \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$

**Đáp án A**

**Câu 46. Chọn D**

$$\text{Ta có } m\vec{a} + n\vec{b} = (2m + 3n; m + 4n).$$

$$\text{Có } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3n = 7 \\ m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = \frac{-3}{5} \end{cases}.$$

**Câu 47. Chọn A**

$$\overline{AM}(-7; 5), \overline{AB}(-6; -1), \overline{AC}(-4; 1).$$

$$\text{Giả sử } \overline{AM} = x.\overline{AB} + y.\overline{AC} (x, y \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} 6x + 4y = 7 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{10} \\ y = \frac{37}{10} \end{cases}.$$

**Câu 48. Chọn A**

Ta có  $\vec{m}\vec{a} - n\vec{b} = (2m; -m - 4n)$ .

$$\text{Khi đó } \vec{c} = \vec{m}\vec{a} - n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 3 \\ -m - 4n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -\frac{9}{8} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = m^2 + n^2 = \frac{225}{64}.$$

**Câu 49. Chọn A**

$$\text{Ta có: } \vec{m}\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3n = -4 \\ m + 4n = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Câu 50. Ta có } \vec{c} = \vec{m}\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3n = 7 \\ m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

**Đáp án C**

**Câu 51. Đáp án A**

$$\text{Giả sử } \vec{b} = \vec{m}\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

**Câu 52. Đáp án B**

$$\vec{c} = \vec{m}\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4, 4 \\ n = -0 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3, 8$$

**Câu 53. Đáp án B**

$$\begin{aligned} \vec{CD} &= (2; 4), \vec{AB} = (-1; 5), \vec{AC} = (-4; 6), \vec{CD} = x\vec{AB} + y\vec{AC} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = 2 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{CD} = 2\vec{AB} - \vec{AC} \end{aligned}$$

### Dạng 3. Tọa độ điểm

#### Dạng 3.1 Xác định tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm, tọa độ điểm đối xứng

**Câu 54. Chọn B**

Điểm  $M_1$  đối xứng với điểm  $M$  qua trục hoành có tọa độ là:  $M_1(x; -y)$ .

**Câu 55. Chọn D**

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{7}{3} \\ y_G = 3 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; 3\right).$$

**Câu 56. Chọn A**

Áp dụng công thức:  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  : 
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Do đó: 
$$\begin{cases} x_I = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 2).$$

**Câu 57. Chọn D**

Ta có : 
$$\begin{cases} 3x = 4 + 3 + x - 1 \\ 3(y + 6) = 9 + 7 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

**Câu 58.** Ta có  $I\left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+7}{2}\right) = (3; 2)$ .

**Đáp án C**

**Câu 59. Chọn A**

Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là  $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 60. Chọn A**

Giả sử  $G(x; y)$  khi đó: 
$$\begin{cases} x = \frac{-1+2-3}{3} \\ y = \frac{2+0+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra:  $G\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$ .

**Câu 61.** Gọi  $D(x; y)$ .  $C$  là trọng tâm  $\triangle ABD$  khi đó: 
$$\begin{cases} 2 = \frac{-4+2+x}{3} \\ -2 = \frac{1+4+y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -11 \end{cases} \Rightarrow D(8; -11)$$

**Đáp án C**

**Câu 62. Đáp án D**

Ta có  $G = \left(\frac{3+1+5}{3}; \frac{5+2+2}{3}\right) = (3; 3)$

**Câu 63.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy  $\overline{BC} = (2; -5)$ ,  $\overline{BD} = (8; -13)$  nên chúng không cùng phương  $\Rightarrow B, C, D$  là 3 đỉnh của một tam giác.

Mặt khác, ta lại có 
$$\begin{cases} \frac{x_B + x_C + x_D}{3} = \frac{-3 - 1 + 5}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{y_B + y_C + y_D}{3} = \frac{3 - 2 - 10}{3} = -3 \end{cases}$$

Vậy  $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$



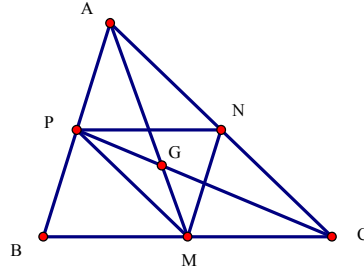
**Câu 64. Chọn C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} y_A + y_B = 2y_D = 2.4 = 8 \\ y_A + y_C = 2y_F = 2.3 = 6 \Rightarrow 2(y_A + y_B + y_C) = 8 + 6 + 2 = 16 \\ y_B + y_C = 2y_E = 2.1 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_A + y_B + y_C = 8. \text{ Chọn C.}$$

**Câu 65. Đáp án B**

$$\text{Gọi } A(x; y), \text{ ta có: } \overline{PA} = \overline{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 7)$$



**Câu 66.**

**Chọn A**

Có tam giác  $\triangle ABC$  và  $\triangle MNP$  có cùng trọng tâm  $G$ .

$$\text{Có } G\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right), \overline{GM} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \text{ gọi } A(x; y).$$

$$\text{Có } \overline{AG} = 2\overline{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} - x = -\frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} - y = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}. \text{ Vậy } A(2; -2).$$

**Câu 67. Đáp án C**

Ta có  $P$  thuộc  $Oy \Rightarrow (0; y)$ ,  $G$  thuộc trục  $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

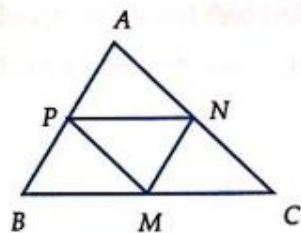
$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \triangle MNP \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{-1-3+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

**Câu 68. Đáp án D**

Ta có  $M_1(3; 0), M_2(0; -4)$

$$\Rightarrow \overline{OM_1} = 3, \overline{OM_2} = -4, \overline{OM_1} + \overline{OM_2} = 2\overline{OI} = (3; -4), \text{ với } I \text{ là trung điểm của } M_1M_2$$

**Câu 69.** Ta có  $BPMN$  là hình bình hành nên



$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = (-1) + 2 \\ y_B + 2 = 3 + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}$$

**Đáp án C**

**Câu 70. Chọn B**

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y).$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0).$$

$$\text{Điểm } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

**Dạng 3.2 Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Câu 71. Chọn A**

Gọi  $D(x, y)$ .

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (2; 2), \overline{DC} = (5 - x; 2 - y).$$

$$ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 2 \\ 2 - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy  $D(3; 0)$ .

**Câu 72. Chọn D**

Gọi  $D(x, y)$ .

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (2; 1), \overline{DC} = (5 - x; -4 - y)$$

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x = 2 \\ -4 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \end{cases}. \text{ Vậy } D(3; -5).$$

**Câu 73. Chọn A**

Gọi  $M(m; 0)$  là giao điểm của đường thẳng  $AB$  và trục hoành. Khi đó,  $A, B, M$  thẳng hàng.

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-5; -2), \overline{AM} = (m - 1; -4).$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng } \Leftrightarrow \frac{m-1}{-5} = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow m = -9.$$

Vậy  $M(-9; 0)$ .

**Câu 74. Chọn C**

Gọi  $M(x; y)$ . Khi đó  $\overline{OB}(2; 4), \overline{AM}(x - 1; y + 1)$

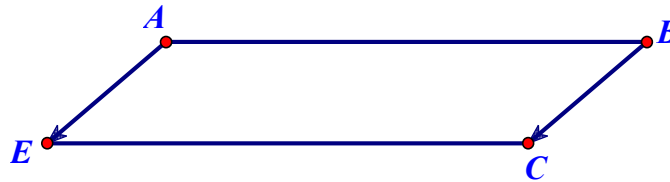
$$\text{Tứ giác } OBMA \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi } \overline{OB} = \overline{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \\ y + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy  $M(3; 3)$

**Câu 75.** Gọi  $D(x; y)$ . Ta có:  $\overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(5; 5)$

**Đáp án A**

**Câu 76. Chọn A**



Gọi  $E(x; y)$ .

$$\text{Tứ giác } ABCE \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overline{AE} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ y-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy  $E(6; -1)$ .

**Câu 77. Chọn B**

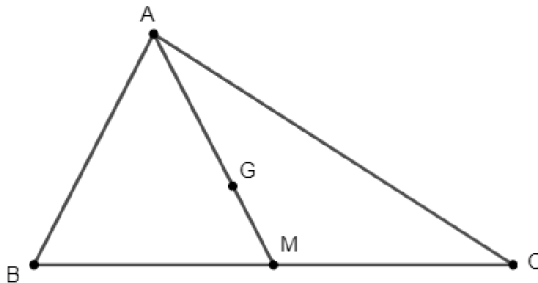
Ta có  $\overline{AB}(-1; -4)$ ;  $\overline{AC}(1; -2)$ . Gọi  $E(x; y)$ .

$$\overline{AE} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3(-1)-2.1 \\ y-5=3(-4)-2(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3)$$

**Câu 78. Đáp án B**

$$\overline{AB} = (4; 3), \overline{DC} = (5-x; 3-y) \text{ với } D(x; y), \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=4 \\ 3-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow D(1; 0)$$

**Câu 79. Chọn B**



Gọi  $A(x_A; y_A)$ . Ta tính được  $\overline{AM} = (1-x_A; -1-y_A)$ ,  $\overline{GM} = \left(\frac{1}{3}; -1\right)$ .

$$\text{Ta có: } \overline{AM} = 3\overline{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x_A=1 \\ -1-y_A=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=0 \\ y_A=2 \end{cases}. \text{ Vậy } A(0; 2).$$

**Câu 80.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có :  $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$ . Khi đó :  $\overline{AC} = (x-2; -3)$  ;  $\overline{BC} = (x+2; -1)$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C \Rightarrow \overline{AC} \perp \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Vậy  $C(-1; 0)$  hoặc  $C(1; 0)$ .

**Câu 81. Chọn A**

Giả sử  $M(x; y)$ . Ta có  $I(1; -3)$ ,  $\overline{CI}(-4; -2)$ ,  $\overline{AM} = (x-3; y-3)$ .

$$\overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{CI} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ y-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}. \text{ Vậy } M(5; 4).$$

**Câu 82. Đáp án C**

$$\text{Ta có } 2\overline{MA} - \overline{BC} = 4\overline{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$$

**Câu 83. Đáp án D**

$$M \in Ox \Rightarrow M(x; 0), \overline{AB} = (1; 7), \overline{AM} = (m - 2; 3)$$

$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{m - 2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$$

**Câu 84. Đáp án D**

$$I \text{ là trung điểm của } OB = I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

**Câu 85. Đáp án D**

Ta có

$$\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ 3 - y_M + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$$

**Câu 86.** Gọi  $E(x; y) \Rightarrow \overline{AE} = (x - 2; y - 5), \overline{AB} = (-1; -4), \overline{AC} = (1; -2)$

$$\overline{AE} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -5 \\ y - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3)$$

**Đáp án C**

**Câu 87.**  $M \in Ox \Rightarrow M(x; 0), \overline{AB} = (4; -2), \overline{AM} = (x - 2; -1)$

$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \frac{x - 2}{4} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow x = 4$$

**Đáp án D**

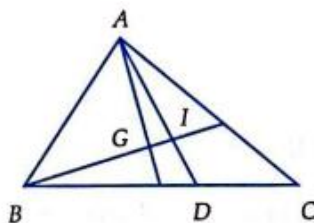
**Câu 88.** Gọi  $M(x; y)$ . Ta có:  $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overline{BC} = \pm 3\overline{BM}$

$$\overline{BM} = (x - 2; y - 1); \overline{BC} = (-3; 3)$$

$$\text{- TH1: } \overline{BC} = 3\overline{BM} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\text{- TH2: } \overline{BC} = -3\overline{BM} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (nhận)} \Rightarrow M(3; 2)$$

**Đáp án B**



**Câu 89.**

Ta có  $\overline{AB} = (1; 2), \overline{AC} = (4; 1) \Rightarrow \overline{AB}, \overline{AC}$  không cùng phương.

$$\text{Ta có } 2\overline{BD} = 5\overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

Trọng tâm  $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ . Gọi  $I(x; y)$  là giao điểm của  $AD$  và  $BG$

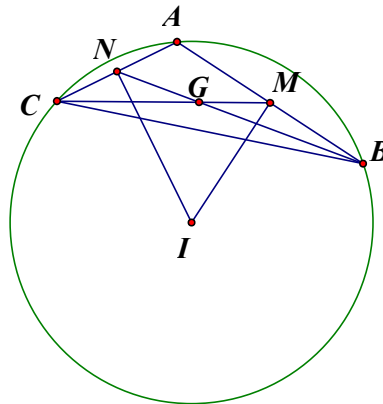
$$\text{Ta có } \overline{AI} = (x+1; y+1), \overline{AD} = \left(\frac{22}{7}; \frac{9}{7}\right) \text{ cùng phương} \Rightarrow \frac{7(x+1)}{22} = \frac{7(y+1)}{9} \Leftrightarrow 9x - 22y - 13 = 0$$

Ta lại có  $\overline{BI} = (x; y-1), \overline{BG} = \left(-\frac{1}{3}; 0\right)$  cùng phương  $\Rightarrow$  tồn tại số  $k \in \mathbb{R}$

$$\overline{BI} = k\overline{BG} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$$

**Đáp án D**

**Câu 90. Chọn D**



$$\text{Giả sử } I(a; b) \text{ khi đó: } \begin{cases} \overline{IM} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \overline{IN} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} (*)$$

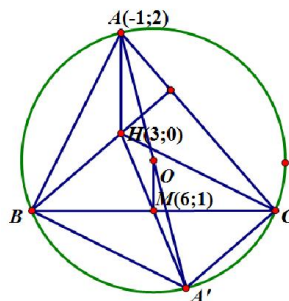
$M\left(\frac{1}{2}; 1\right), N\left(-2; \frac{3}{2}\right)$  lần lượt là trung điểm  $AB, AC$ .

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (3; -2), \overline{AC} = (-2; -1), \overline{IM} = \left(\frac{1}{2} - a; 1 - b\right), \overline{IN} = \left(-2 - a; \frac{3}{2} - b\right).$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} 3\left(\frac{1}{2} - a\right) - 2(1 - b) = 0 \\ -2(-2 - a) - 1\left(\frac{3}{2} - b\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{14} \\ b = -\frac{13}{14} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right).$$

**Câu 91. Chọn A**



Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Kẻ đường kính  $AA'$  của đường tròn khi đó ta có  $\widehat{ABA'} = \widehat{ACA'} = 90^\circ$  hay  $A'B \perp AB$  và  $A'C \perp AC$ .

Vì  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  nên  $BH \perp AC$  và  $CH \perp AB \Rightarrow BH \parallel A'C$  và  $CH \parallel A'B$ , do đó  $A'BHC$  là hình bình hành. Mà điểm  $M$  là trung điểm của đường chéo  $BC$  nên nó cũng là trung điểm của  $A'H$ . Từ đó suy ra  $OM$  là đường trung bình của tam giác  $AHA'$  nên:

$$\overline{AH} = 2\overline{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(6 - x_O) \\ -2 = 2(1 - y_O) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_O = 4 \\ y_O = 2 \end{cases} \Leftrightarrow O(4;2).$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  có độ dài bằng  $OA = \sqrt{(-1-4)^2 + (2-2)^2} = 5$ .

**Câu 92. Đáp án D**

Vì  $M$  thuộc  $Ox$  nên  $M(x; 0)$ ,  $A, B, M$  thẳng hàng nên  $\overline{AB}$  cùng phương  $\overline{AM}$

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (1; 3), \overline{AM} = (x-1; -2), \overline{AB} \text{ cùng phương } \overline{AM} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{-2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow m = 1; n = 3 \text{ nên } m^2 + n^2 = 10$$

**Câu 93. Đáp án B**

Áp dụng công thức, điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k$ :

$$x_M = \frac{x_A - kx_B}{1-k}; y_M = \frac{y_A - ky_B}{1-k} \Rightarrow \text{Tọa độ các điểm: } A'(3; 4), B'\left(1; -\frac{2}{3}\right), C'\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Ta có: } \overline{A'C'} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right); \overline{B'C'} = \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overline{A'C'} = -3\overline{B'C'}$$

**Câu 94. Đáp án D**

Gọi  $I(x; y)$  là giao điểm của 2 đường thẳng  $AC$  và  $BD$ .

$$\overline{AI} = (x; y-1), \overline{AC} = (2; 6) \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overline{BI} = (x-1; y-3), \overline{BD} = (-1; 0) \Rightarrow y = 3 \text{ thế vào (1)} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$$

**Câu 95. Đáp án D**

Ta có

$$\overline{AB} = (-9; 3), \overline{AC} = (-5; -5) \Rightarrow \overline{AB}, \overline{AC} \text{ không cùng phương.}$$

$D \in Ox \Rightarrow D(x; 0)$  và  $D$  thuộc đường thẳng  $AB \Rightarrow A, B, D$  thẳng hàng

$$\overline{AD} = (x-6; -3) \Rightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = 15 \Rightarrow D(15; 0)$$

Ta có:  $\overline{BE} = 2\overline{EC}$ . Với  $\overline{BE} = (x_E + 3; y_E - 6)$ ,

$$\overline{EC} = (1-x_E; -2-y_E) \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

Gọi  $I(x; y)$

$$\Rightarrow \overline{DI} = (x-15; y), \overline{DE} = \left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right) \text{ cùng phương } \Rightarrow \frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Leftrightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$$\overline{AI} = (x-6; y-3), \overline{AC} = (-5; -5) \text{ cùng phương } \Rightarrow \frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Leftrightarrow x - y - 3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } x = \frac{7}{2}; y = \frac{1}{2} \Rightarrow I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

**Câu 96. Chọn A**

Gọi  $B(x; y)$ . Khi đó  $\overline{AB}(x-2; y-1), \overline{BC}(4-x; 3-y)$ .

$$\text{Đề } ABCD \text{ là hình vuông} \Leftrightarrow \begin{cases} |\overline{AB}| = |\overline{BC}| \\ \overline{AB} \perp \overline{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(4-x)^2 + (3-y)^2} & (1) \\ (x-2)(4-x) + (y-1)(3-y) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 \Leftrightarrow 4x = -4y + 20 \Leftrightarrow x = -y + 5.$$

Thế  $x = -y + 5$  vào (2) ta có:

$$(-y + 5 - 2)(4 + y - 5) + (y - 1)(3 - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-y + 3)(y - 1) + (y - 1)(3 - y) = 0 \Leftrightarrow (y - 1)(6 - 2y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 4 \\ y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

Vậy  $B(4;1)$  hoặc  $B(2;3)$ .

**Câu 97. Chọn A**

$$\text{Gọi tọa độ điểm } C(x; y), \text{ ta có: } \begin{cases} 1 = \frac{3-1+x}{3} \\ -1 = \frac{-1+2+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(1; -4).$$

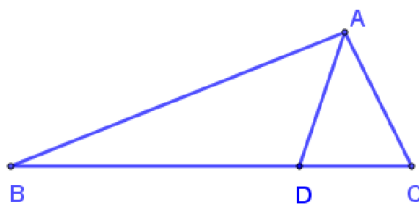
$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (2; -6), \overline{AH} = (a-3; b+1), \overline{AB} = (-4; 3), \overline{CH} = (a-1; b+4).$$

Do H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} \overline{AH} \perp \overline{BC} \\ \overline{CH} \perp \overline{AB} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{CH} \cdot \overline{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-3) - 6(b+1) = 0 \\ -4(a-1) + 3(b+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 6b = 12 \\ -4a + 3b = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{3} \\ b = \frac{-8}{9} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } a + 3b = \frac{10}{3} + 3\left(\frac{-8}{9}\right) = \frac{2}{3}.$$

**Câu 98. Chọn B**



$$\overline{AB} = (-5; -10) \Rightarrow AB = 5\sqrt{5}, \overline{AC} = (3; -6) \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow DB = \frac{5}{3}DC \text{ và } \overline{DB} \text{ ngược hướng với } \overline{DC} \text{ nên:}$$

$$\overline{DB} = -\frac{5}{3}\overline{DC} \Leftrightarrow 3\overline{DB} + 5\overline{DC} = \vec{0}$$

$$\text{Ta có: } \overline{DB} = (-3 - a; -6 - b), \overline{DC} = (5 - a; -2 - b)$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 3(-3 - a) + 5(5 - a) = 0 \\ 3(-6 - b) + 5(-2 - b) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + b = -\frac{3}{2}.$$

**Câu 99. Chọn D**



Gọi  $M(0; y)$ .  $M$  cách đều  $A, B$  khi và chỉ khi  $AM = BM$

$$\Leftrightarrow AM^2 = BM^2 \Leftrightarrow (0+1)^2 + (y+1)^2 = (0-3)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 4y = 8 \Leftrightarrow y = 2.$$

Vậy tọa độ điểm  $M(0; 2)$ .

**Câu 100. Chọn B**

$$\text{Có } \frac{S_{ABC}}{S_{ABM}} = 4 \Leftrightarrow \frac{BC}{BM} = 4 \Leftrightarrow \overline{BM} = \frac{1}{4}\overline{BC} = \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \\ y = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = \frac{3}{2}.$$

**Câu 101. Chọn A**

Tọa độ điểm  $B(9; 4)$ .

Ta có:

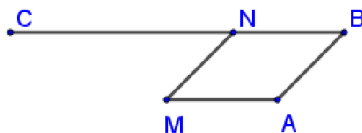
$$\overline{AB} = (7; 1) \Rightarrow AB^2 = 50;$$

$$\overline{AC} = (3; y-3) \Rightarrow AC^2 = y^2 - 6y + 18;$$

$$\overline{BC} = (-4; y-4) \Rightarrow BC^2 = y^2 - 8y + 32.$$

$$\text{tam giác } ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

**Câu 102. Chọn C**



Theo giả thiết ta có:  $\overline{AM} = (x_0 - 3; y_0 - 2)$ ,  $\overline{BC} = (-5; 0)$ ,  $\overline{AB} = (1; 1)$

$$\overline{AM} \text{ cùng hướng với } \overline{BC} \text{ nên } \overline{AM} = k \cdot \overline{BC} \quad (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = -5k \\ y_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -5k + 3 \\ y_0 = 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$AM = AB \Leftrightarrow \sqrt{(x_0 - 3)^2 + (y_0 - 2)^2} = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } 25k^2 = 2 \Leftrightarrow k = \pm \frac{\sqrt{2}}{5}.$$

Do  $k > 0$  nên nhận  $k = \frac{\sqrt{2}}{5}$  suy ra:  $x_0 = -\sqrt{2} + 3 \approx 1,5858$  nên  $x_0 \in (1,58; 1,59)$ .

**Dạng 3.3 Một số bài toán GTLN-GTNN của biểu thức chứa vectơ**

**Câu 103.** Gọi  $I(x; y)$  thỏa mãn:  $2\overline{IA} - 3\overline{IB} + 2\overline{IC} = 0$

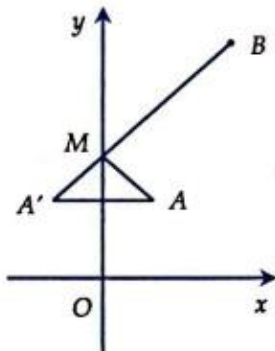
$$\Rightarrow \begin{cases} 2(1-x) - 3(-x) + 2(-3-x) = 0 \\ 2(-y) - 3(3-y) + 2(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{19}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } T = \left| 2(\overline{MI} + \overline{IA}) - 3(\overline{MI} - \overline{IB}) + 2(\overline{MI} + \overline{IC}) \right| = |\overline{MI}| = MI$$

Vì  $I$  cố định và  $M \in Ox \Rightarrow T$  nhỏ nhất khi  $M$  là hình chiếu của  $I$  trên trục  $Ox \Rightarrow M(4;0)$

**Đáp án B**

**Câu 104.** Ta có  $A, B$  nằm cùng phía với trục  $Oy$



Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $Oy \Rightarrow A'(-1;3)$

Giả sử:  $M(0; y)$ . Ta có  $MA + MB = MA' + MB \geq A'B \Rightarrow MA + MB$  nhỏ nhất khi  $A', M, B$  thẳng hàng  $\overline{A'B} = (5;4), \overline{A'M} = (1; y-3) \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{y-3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{19}{5} \Rightarrow M\left(0; \frac{19}{5}\right)$

**Đáp án A**

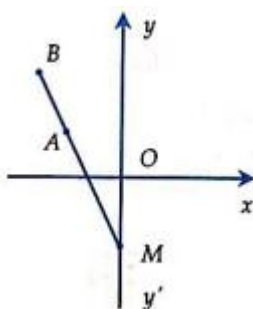
**Câu 105. Đáp án D**

Gọi  $I(x; y): \overline{IM} + \overline{IN} + \overline{IP} = \vec{0} \Rightarrow I$  là trọng tâm  $\Delta MNP$  (vì  $M, N, P$  không thẳng hàng)  $\Rightarrow I(2;1)$

$$, T = \left| \overline{EI} + \overline{IM} + \overline{EI} + \overline{IN} + \overline{EI} + \overline{IP} \right| = \left| 3\overline{EI} \right| = 3EI$$

$\Rightarrow T$  nhỏ nhất khi  $E$  là hình chiếu của  $I$  trên trục  $Ox \Rightarrow E(2;0)$

**Câu 106. Đáp án A**



Gọi  $M(0; y) \in yOy'$

Ta có  $x_A \cdot x_B = 15 > 0 \Rightarrow A, B$  nằm cùng phía trên trục  $yOy'$

$|MA - MB| \leq AB$ , dấu "=" xảy ra khi  $A, M, B$  thẳng hàng

$$\overline{MA} = (-3; 1-y), \overline{MB} = (-5; 5-y) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1-y}{5-y} \Rightarrow y = -5 \Rightarrow M(0; -5)$$

**Câu 107. Đáp án D**

Dễ thấy  $A, B$  nằm ở hai phía với trục hoành.

Ta có  $MA+MB \geq AB$ . Dấu "=" xảy ra khi  $A, M, B$  thẳng hàng và  $\overline{MA}, \overline{AB}$  cùng phương

$$\Rightarrow \frac{x_M-1}{2-1} = \frac{0-1}{-4-1} \Rightarrow x_M = \frac{6}{5} \Rightarrow M\left(\frac{6}{5}; 0\right)$$

**Câu 108.** \* Cách 1: Ta có ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng (do hai vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{BC}$  không cùng phương). Gọi  $M(m; 0) \in Ox$  và  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  suy ra  $G(1; -2)$ . Khi đó

$$\vec{u} = \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG} = 3(1-m; -2)$$

Do đó  $|\vec{u}| = 3|\overline{MG}| = 3\sqrt{(1-m)^2 + 4} \geq 3.2 = 6$ . Suy ra  $|\vec{u}|$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi  $m=1$ .

Vậy  $M(1; 0)$ .

\* Cách 2: Gọi  $M(m; 0) \in Ox$ , ta có  $\overline{MA} = (1-m; -3)$ ,  $\overline{MB} = (-2-m; 6)$ ,  $\overline{MC} = (4-m; -9)$ .

$\vec{u} = \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = (3-3m; -6) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(3-3m)^2 + 36} \geq 6$ . Suy ra  $|\vec{u}|$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi  $m=1$ .

**Câu 109. Chọn B**

Ta có  $A, B$  nằm cùng phía so với  $Ox$ .

Điểm  $A'(1; -2)$  đối xứng với điểm  $A$  qua  $Ox$ .

Ta có:  $PA+PB = PA'+PB$ ,  $\overline{PA'} = \left(\frac{b-a}{b}; -2\right)$ ,  $\overline{PB} = \left(\frac{3b-a}{b}; 4\right)$ .

Do đó, để  $PA+PB$  nhỏ nhất thì ba điểm  $P, A, B$  thẳng hàng.

$\Rightarrow \overline{PA'}, \overline{PB}$  cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{b-a}{3b-a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2b-2a = -3b+a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow a=5, b=3.$$

**Câu 110. Chọn A**

$A(4; 2), B(-2; 1)$

Điểm  $A, B$  nằm phía trên trục hoành vì có tung độ dương.

Gọi  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục hoành  $\Rightarrow A'(4; -2)$ .

Tổng  $NA+NB = NA'+NB \geq A'B$ .

Đẳng thức xảy ra khi 3 điểm  $A', B, N$  thẳng hàng

Giả sử  $N(x; 0)$  ta có:  $\overline{BA'} = (6; -3), \overline{BN} = (x+2; -1)$

**Câu 111. Chọn B**

Gọi  $K(k; 0) \in Ox$ .

Ta có  $A, B$  nằm về hai phía đối với  $Ox$  nên  $KA+KB$  nhỏ nhất khi 3 điểm  $A, K, B$  thẳng hàng.

$\overline{AB} = (-1; -8), \overline{AK} = (x+3; -5)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{x+3}{-1} = \frac{-5}{-8} \Leftrightarrow x = -\frac{29}{8}$$

Vậy  $K\left(-\frac{29}{8}; 0\right)$ .

**Câu 112. Chọn B**

Gọi  $I(x; y)$  sao cho  $\overline{IA} + 2\overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0}$ , ta có

$$\vec{IA} + 2\vec{IB} + 3\vec{IC} = (-9 - 6x; 12 - 6y) \Leftrightarrow \begin{cases} -9 - 6x = 0 \\ 12 - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy  $I\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ .

$$\text{Ta có } \left| \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} \right| = \left| \vec{MI} + \vec{IA} + 2(\vec{MI} + \vec{IB}) + 3(\vec{MI} + \vec{IC}) \right| = 6\left| \vec{MI} \right|$$

Với  $M(a; b)$  thuộc trục tung nên  $M(0; b)$

$\left| \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} \right|$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $\left| \vec{MI} \right|$  nhỏ nhất, suy ra  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên trục  $Oy$ . Hay  $M(0; 2)$ .

Vậy  $a + b = 2$ .

**Cách 2.**

Ta có  $\vec{MA} = (1 - a; 3 - b)$ ,  $\vec{MB} = (-2 - a; 3 - b)$ ,  $\vec{MC} = (-2 - a; 1 - b)$ .

Suy ra  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = (-9 - 6a; 12 - 6b)$  nên ta có

$$\left| \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} \right| = \sqrt{(9)^2 + (12 - 6b)^2} \geq 9.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $b = 2$ .

Vậy  $a + b = 2$ .

**Câu 113.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử điểm  $M(0; y)$  ( $y \in \mathbb{R}$ ) (vì  $M$  thuộc trục tung)

Ta có:

$$MA^2 + MB^2 = 1^2 + (y + 1)^2 + 3^2 + (y - 2)^2 = 2y^2 - 2y + 15 = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}, \forall y \in \mathbb{R}$$

Vậy  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất bằng  $\frac{29}{2}$  khi  $y = \frac{1}{2}$ . Từ đó ta có tọa độ điểm  $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 114. Chọn D**

$\vec{AB} = (4; 4)$ ,  $\vec{AE} = (a + 1; b + 2)$  mà  $E$  di động trên đường thẳng  $AB$  nên  $A, B, E$  thẳng hàng tương đương với  $\frac{a + 1}{4} = \frac{b + 2}{4} \Leftrightarrow a = b + 1$ . Vậy  $E(b + 1; b)$

$$\vec{EA} = (-2 - b; -2 - b), \vec{EB} = (2 - b; 2 - b), \vec{EC} = (3 - b; -1 - b)$$

$$\text{Đặt } \vec{u} = 2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC} \Rightarrow \vec{u} = (-1 - 4b; 3 - 4b).$$

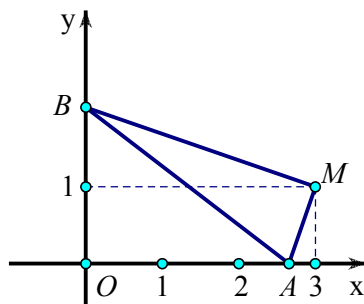
$$\text{Có } \left| 2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC} \right| = \left| \vec{u} \right| = \sqrt{(-1 - 4b)^2 + (3 - 4b)^2}$$

$$\text{Đặt } 1 - 4b = t \Rightarrow \begin{cases} -1 - 4b = t - 2 \\ 3 - 4b = t + 2 \end{cases} \text{ khi đó } \left| \vec{u} \right| = \sqrt{(t - 2)^2 + (t + 2)^2} = \sqrt{2t^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$$

$\left| 2\vec{EA} + 3\vec{EB} - \vec{EC} \right|$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $t = 0 \Leftrightarrow b = \frac{1}{4}$ , tính được  $a = \frac{5}{4}$

$$\text{Vậy } a^2 - b^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

**Câu 115. Chọn A**



Ta có:  $\overrightarrow{MA} = (a-3; -1)$ ,  $\overrightarrow{MB} = (-3; b-1)$

Theo giả thiết tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  nên  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow -3(a-3) - 1(b-1) = 0 \Leftrightarrow b = 10 - 3a$ .

Diện tích tam giác  $MAB$  là

$$S = \frac{1}{2} MA \cdot MB = \frac{1}{2} \sqrt{(a-3)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + (b-1)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(a-3)^2 + 1} \cdot \sqrt{3^2 + (9-3a)^2} = \frac{3}{2} [(a-3)^2 + 1] \geq \frac{3}{2}$$

min  $S = \frac{3}{2}$  khi  $a = 3$ , ta được  $b = 1$ . Do vậy  $T = 3^2 + 1^2 = 10$ .

**Câu 116. Chọn D**

Gọi  $I(x_0; y_0)$  là điểm thỏa mãn  $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ .

$$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = (-2 - 2x_0 + 9 - 3x_0 - 4 + x_0; -4 - 2y_0 + 6 - 3y_0 + 1 + y_0)$$

$$= (3 - 4x_0; 3 - 4y_0).$$

$$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4x_0 = 0 \\ 3 - 4y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{4} \\ y_0 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right).$$

Ta có:  $|2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC}| = |2(\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IB}) - (\overrightarrow{EI} - \overrightarrow{IC})| = 4|\overrightarrow{EI}| = 4EI$ .

Do đó  $|2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $E$  là hình chiếu của  $I$  trên đường thẳng  $AB$ .

$\overrightarrow{AB} = (4; 4)$  nên phương trình của đường thẳng  $AB$ :  $x - y - 1 = 0$ .

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

Phương trình của đường thẳng  $d$ :  $x + y - \frac{3}{2} = 0$ .

Để thấy  $E = d \cap AB \Rightarrow E\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$ .

Vậy  $a^2 - b^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2}$ .

**Câu 117. Chọn A**

$M$  thuộc đường phân giác góc phần tư thứ nhất  $M(x; x)$ .

$$P = MA^2 + MB^2 + MC^2 = [(2-x)^2 + (3-x)^2] + [(3-x)^2 + (4-x)^2] + [(3-x)^2 + (-1-x)^2]$$

$$= 6x^2 - 28x + 48 = 6\left(x^2 - \frac{14}{3}x + 8\right) = 6\left[\left(x^2 - 2\frac{7}{3}x + \frac{49}{9}\right) + \frac{23}{9}\right]$$

$$= 6\left[\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \frac{79}{16}\right] \geq \frac{46}{3}$$

Dấu "=" khi  $\left(x - \frac{7}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \Rightarrow M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{4}\right)$ .