

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI ĐỀ CƯƠNG HỌC KÌ II NĂM HỌC 2017-2018**  
**Trường THCS - THPT Nguyễn Tất Thành MÔN TOÁN LỚP 10**

**Chương trình Đại số :**

+) Giới hạn : Từ bài dấu của tam thức bậc hai đến bài công thức lượng giác trong sách giáo khoa Đại số 10 cơ bản.

+) Nắm vững : Cách giải phương trình bậc hai; giải các phương trình và bất phương trình vô tỉ dạng :  $\sqrt{A} = B$ ;  $\sqrt{A} > B$ ;  $\sqrt{A} \leq B$ ; một số khái niệm trong thống kê : kích thước mẫu, tần số, tần suất, số trung bình và môđ; các công thức lượng giác.

**Chương trình Hình học :**

+) Giới hạn : Từ bài phương trình đường thẳng đến hết bài đường elip trong sách giáo khoa Hình học 10 cơ bản.

+) Nắm vững : Phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng; khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; góc giữa hai đường thẳng; phương trình đường tròn và phương trình đường elip.

**PHẦN I. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT, THÔNG HIỂU**

**ĐẠI SỐ**

**Bài 1.** Giải các bất phương trình sau :

a)  $3x^2 - 2x - 1 > 0$ .    b)  $3x^2 + 5x - 8 < 0$ .    c)  $-x^2 + 7x + 8 > 0$ .    d)  $-x^2 + 4x - 3 < 0$ .

**Bài 2.** Trong bài thi giữa học kì 2 môn Toán, điểm của lớp 10A được thống kê trong bảng sau :

Điểm	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	2	2	10	11	9	3

Tìm kích thước mẫu, số trung bình và môđ của bảng số liệu trên ?

**Bài 3.**

a) Cho  $0 < \alpha < \pi$  và  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$ . Tính các giá trị lượng giác sau :  $\sin \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$ .

b) Cho  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Tính các giá trị lượng giác sau :  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$ .

**Bài 4.** Cho  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Tính các giá trị lượng giác sau :  $\sin \alpha$ ,  $\sin \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right)$ ,  $\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right)$ ,  $\sin \left( \alpha - \frac{\pi}{3} \right)$ ,  $\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{6} \right)$ .

**Bài 5.** Cho  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  và  $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ . Tính các giá trị lượng giác sau :  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ .

**Bài 6.** Cho góc  $\alpha$  bất kì. Chứng minh các đẳng thức sau :

a)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$ ,    b)  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$ .    c)  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1$ .  
 d)  $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha = 2 \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{3} \right)$ .    e)  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha$ .

## HÌNH HỌC

**Bài 7.** Cho đường tròn (C) :  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$ .

- a) Xác định tâm I và bán kính R của (C).  
 b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M(1; -3).  
 c) Tìm m để đường thẳng  $\Delta : 3x + 4y + m = 0$  là tiếp tuyến của (C).

**Bài 8.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau :

- a) (C) có tâm I(2; 3) và bán kính R = 5.  
 b) (C) có tâm K(-4; 1) và đi qua điểm M(-1; 5).  
 c) (C) có đường kính là AB, trong đó A(0; 4), B(2; 2).  
 d) (C) có tâm P(-2; 3) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta : 3x + 4y - 1 = 0$ .

**Bài 9.** Cho elip (E) có phương trình :  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

- a) Xác định độ dài trục lớn, độ dài trục bé và tiêu cự của (E).  
 b) Xác định tọa độ các tiêu điểm và tọa độ bốn đỉnh của (E).

**Bài 10.** Tìm hai số a, b ( $a > b > 0$ ) để đường elip (E) :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  đi qua hai điểm A(2; 0) và B  $\left( 1; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ .

## PHẦN II. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

### ĐẠI SỐ

**Bài 11.** Giải các phương trình sau : a)  $\sqrt{x+25} = x-5$ .    b)  $\sqrt{x^2+x+2} = x^2+x$ .

**Bài 12.** Giải các bất phương trình sau : a)  $\sqrt{x+3} < x+1$ .    b)  $\sqrt{x+9} > x+3$ .

**Bài 13.** Cho góc  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  và  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ . Tính các giá trị lượng giác sau :  
 $\sin(\alpha + \pi)$ ,  $\cos(\pi - \alpha)$ ,  $\cot \left( \frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$ ,  $\tan \left( -\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$ .

**Bài 14.** Cho hai góc  $0 < a, b < \pi$ ;  $\sin a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\cos b = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . Tính các giá trị lượng giác sau :  
 $\sin(a+b)$ ,  $\cos(a+b)$ ,  $\sin(a-b)$ ,  $\cos(a-b)$ ,  $\tan(a+b)$ ,  $\tan(a-b)$ ,  $\sin 2a$ ,  $\sin 2b$ ,  $\tan 2a$ ,  $\tan 2b$ .

**Bài 15.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = 3$ . Tính giá trị của các biểu thức sau :

$$A = \frac{\sin \alpha + 5 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 6 \cos \alpha} \quad B = \frac{\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 6 \cos^2 \alpha}$$

**Bài 16.** Rút gọn các biểu thức sau :

$$A = \frac{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha} \quad B = \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$$

**Bài 17.** Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào  $x$

$$A = 2(\cos^6 x + \sin^6 x) - 3(\cos^4 x + \sin^4 x). \quad B = 4(\cos^4 x + \sin^4 x) - \cos 4x.$$

**Bài 18.** Chứng minh rằng :

$$a) \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} + \alpha \right) + \sin^2 \left( \frac{9\pi}{4} - \alpha \right) + \sin^2 \left( \frac{17\pi}{4} + \alpha \right) + \sin^2 \left( \frac{25\pi}{4} - \alpha \right) = 2.$$

$$b) \sqrt{\frac{1 + \cot(\alpha + \pi)}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1 + \tan(\alpha + \pi)}{1 + \tan^2 \alpha}} + \sin \alpha + \cos \alpha = 0, \text{ với mọi } \alpha \in \left( \pi; \frac{3\pi}{2} \right).$$

**Bài 19.** Cho ba góc  $a, b, c$  bất kì. Chứng minh rằng :

$$a) \sin(a+b) \sin(a-b) + \sin(b+c) \sin(b-c) + \sin(c+a) \sin(c-a) = 0.$$

$$b) \sin a + \sin b + \sin c - \sin(a+b+c) = 4 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{b+c}{2} \sin \frac{c+a}{2}.$$

**Bài 20.** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng :

$$a) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \text{ (Nếu tam giác ABC không vuông).}$$

$$b) \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1.$$

$$c) \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$d) \cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

$$e) \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C.$$

## HÌNH HỌC

**Bài 21.** Viết phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm  $M(1;2), N(-1;0), P(1;-2)$ .

**Bài 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm  $I(1;-1)$  và đường thẳng  $\Delta : 4x + 3y + 14 = 0$ .

a) Tính khoảng cách từ I đến  $\Delta$ .

b) Viết phương trình đường tròn (C) tâm I, biết rằng (C) cắt  $\Delta$  tại hai điểm A, B thỏa mãn  $AB = 10$ .

c) Viết phương trình đường tròn (C) tâm I, biết rằng (C) cắt  $\Delta$  tại hai điểm C, D thỏa mãn  $S_{\triangle ICD} = 20$ .

d) Viết phương trình đường tròn (C) tâm I, biết rằng (C) cắt  $\Delta$  tại hai điểm E, F thỏa mãn tam giác IEF vuông.

e) Viết phương trình đường tròn (C) tâm I, biết rằng (C) cắt  $\Delta$  tại hai điểm G, H thỏa mãn tam giác IGH đều.

**Bài 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) :  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$  và điểm M(2; 2). Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua M và cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{2}$ .

**Bài 24.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $\Delta : 3x + 4y = 0$  và điểm A(2; -1). Viết phương trình đường tròn đi qua A và tiếp xúc với  $\Delta$  tại gốc tọa độ O.

**Bài 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) :  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua A(2; 4) và tiếp xúc với đường tròn (C).

### PHẦN III. MỘT SỐ BÀI TẬP Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG NÂNG CAO

**Bài 26.** (Đề thi Đại học khối A năm 2009)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) :  $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$  và đường thẳng  $\Delta : x + my - 2m + 3 = 0$ , với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để đường thẳng  $\Delta$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

**Bài 27.** (Đề thi Đại học khối D năm 2012)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d :  $2x - y + 3 = 0$ . Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d, cắt trục Ox tại A và B; cắt trục Oy tại C và D sao cho  $AB = CD = 2$ .

**Bài 28.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Đường tròn nội tiếp của tam giác tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D(0; 6), E(-1; 0), F(2; 0). Xác định tọa độ của ba đỉnh A, B, C.

**Bài 29.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I(6; 6) và ngoại tiếp đường tròn tâm K(4; 5). Biết tọa độ đỉnh A(2; 3). Tìm tọa độ của hai đỉnh B và C.

**Bài 30.** Cho tam giác ABC, có  $AB = c, BC = a, CA = b$ . Chứng minh rằng :

a) Nếu  $\sin \frac{A}{2} = \frac{a}{2\sqrt{bc}}$  thì tam giác ABC cân.    b) Nếu  $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{a-c}{2a}}$  thì tam giác ABC vuông.

**Bài 31.** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng :  $\sin A + \sin B + \sin C \leq \cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2}$ .