

I. Nội dung ôn tập:

Đại số	Hình học
Chương II: Hàm số	Chương I: Vecto-các phép toán vecto
Chương III: Phương trình - Hệ phương trình	Chương II: Tích vô hướng của hai vecto và ứng dụng

II. ÔN TẬP THEO CHUYÊN ĐỀ

A. ĐẠI SỐ:

I. HÀM SỐ. HÀM SỐ BẬC NHẤT. HÀM SỐ BẬC HAI

Vấn đề 1: Tìm tập xác định của hàm số**Bài 1:** Tìm TXĐ của các hàm số sau:

$$1) y = \frac{x+2}{x^2-4x+3} \quad 2) y = \frac{\sqrt{x+1}}{x} + \frac{x}{\sqrt{2-x}}$$

$$3) y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} \quad 4) y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x^2-4}$$

$$5) y = \frac{5}{x-1} + \sqrt{3-x}; \quad 6) y = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{3+x}$$

$$7) y = \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{3x+6}}{x^2-5x+4} \quad 8) y = \frac{x - \sqrt{3x+2}}{x^2-3x-4}$$

$$9) y = \frac{x+4}{(|x|-3)\sqrt{2-x}} \quad 10) y = \frac{|x-2|+5}{\sqrt{1-3x-2}} + \sqrt{x+2}$$

Vấn đề 2: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.**Bài 2:** Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

$$1) y = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

$$2) y = \sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}$$

$$3) y = \frac{x}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$$

$$4) y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x^2-x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}$$

Vấn đề 3: Hàm số bậc hai và các bài toán có liên quan**Bài 3:** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

$$1) y = 2x + 1; \quad 2) y = -x + 3$$

$$3) y = x^2 + 5x + 6; \quad 4) y = -x^2 + 4x + 5;$$

$$5) y = x^2 + 2x + 3; \quad 6) y = -2x^2 + 4x - 3.$$

Bài 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

$$1) y = |2x+1|; \quad 2) y = |-x+3|;$$

$$3) y = |x-2|+x+1; \quad 4) y = 2|x+2|-|x|+1$$

Bài 5: Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

Bài 8: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

2) Chứng tỏ rằng đường thẳng $d: y = mx$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ của 2 điểm A, B. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2$.3) Từ đồ thị (P) của hàm số đã cho, hãy vẽ đồ thị các hàm số sau: $y = |-x^2 + 4x + 1|$ và $y = -x^2 + 4|x| + 1$.

Từ đồ thị:

+) Tìm k để phương trình: $|-x^2 + 4x + 1| = k$ có 4 nghiệm phân biệt.

2) Bằng đồ thị, hãy biện luận theo m số nghiệm của mỗi phương trình:

a) $x^2 + 2x - 3 = m$; b) $-x^2 - 2x = m$;

c) $|x^2 + 2x - 3| = m$; d) $x^2 + 2|x| = m + 3$;

Bài 6: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hsố (1).

2) Tìm các giá trị x để $y \leq 0$.

3) Tìm GTLN, GTNN của hàm số (1) trên $[0; 3]$.

Bài 7: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ (P).

1) Khảo sát chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

2) Tìm các giá trị x để $y \geq 0$.

3) Tìm GTLN, GTNN của hsố đã cho trên $[-2; 2]$.

+) Tìm a để phương trình: $x^2 - 4|x| = a$ có 4 nghiệm, phân biệt.

Bài 9: Cho hsố $y = (m + 1)x^2 + 2mx + m - 2$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (1) khi $m = -2$

2) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

3) Tìm m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$

4) Tìm m để hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$

5) Tìm m để hàm số đạt GTNN tại $x = 1$. Tính GTNN đó.

Vấn đề 4: Viết pt đường thẳng $y = ax + b$.

Bài 10: Viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B trong các trường hợp sau:

1) $A(1; 3)$; $B(-2; 4)$; 2) $A(\sqrt{2011}; -2)$; $B(5; -2)$;

Bài 11: Viết phương trình đt d biết d cắt đg thẳng $d_1: y = -x + 1$ tại điểm có tung độ bằng -2 và cắt đường thẳng $d_2: y = 3x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 12: Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

1) d đi qua điểm $A(-2; 1)$ và có hệ số góc $k = 3$;

2) d đi qua điểm $B(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x + 1$;

3) d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = x + 1$; $d_2: y = 2x - 3$ và song song với đt $d_3: y = -3x + 2$.

4) d song song với đường thẳng $d_1: y = \frac{1}{2}x$ và cắt

đường thẳng $d_2: y = 2x - 3$ tại 1 điểm trên trục hoành.

5) d đi qua điểm $C(1; -3)$ và vuông góc với đường

thẳng $y = \frac{1}{2}x + 3$;

6) d cắt $d_1: y = -x + 1$ tại điểm M có tung độ bằng 2 và vuông góc với đường thẳng $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 5$.

7) d vuông góc với đường thẳng $d_1: y = 3x + 2$ và cắt đt $d_2: y = 2x - 3$ tại 1 điểm trên trục Ox.

8) d đi qua điểm $I(3; 2)$ và cắt hai tia Ox; Oy lần lượt tại A; B sao cho ΔAOB có diện tích bằng 16.

*9) d đi qua điểm $I(1; 2)$ và cắt hai tia Ox; Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{OAB} = 60^\circ$.

***Bài 13:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD tâm O, có đỉnh $A(4; 0)$ và có chu vi bằng 20. Tìm tọa độ các đỉnh B, C; D và viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của thoi.

***Bài 14:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$), có các đỉnh $A(1; 0)$, $D(0; -2)$; điểm C thuộc Ox; đỉnh B thuộc Oy. Tìm tọa độ 2 đỉnh B, C và viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của hình thang.

Vấn đề 5: Xác định hàm bậc hai $y = ax^2 + bx + c$.

Bài 15: Cho hàm số $y = a(x - b)^2$ có đồ thị là (P). Tìm a, b trong mỗi trường hợp sau:

- 1) (P) đi qua hai điểm A(1; 0); B(2; 2);
- 2) (P) đi qua A(1; 4) và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

Bài 16: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là (P). Viết phương trình của (P) biết:

- 1) (P) đi qua ba điểm A(-1; 3); B(0; -1); C(4; 3);
- 2) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x = 2$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ $y = 3$.
- 3) (P) đi qua hai điểm C(-1; 0); D(2; -3) và hàm số đã cho là hàm số chẵn.
- 4) (P) đi qua gốc tọa độ và có đỉnh là I(-1; 2).
- 5) Đường thẳng $d: y = 3$ cắt (P) tại hai điểm có hoành

độ là -1; 3 và hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Bài 17: Cho hàm số $y = ax^2 + 4x + c$ có đồ thị là (P). Viết phương trình của (P) biết:

- 1) (P) đi qua hai điểm A(-1; 2); B(2; -1);
- 2) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = -1$.
- 3) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Bài 18: Viết phương trình của parabol (P) trong các trường hợp sau:

- 1) (P) đi qua gốc tọa độ và có đỉnh là I(1; -2).
- 2) (P) đi qua hai điểm A(1; 5); B(-2; 8) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
- 3) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ bằng 1 và 2.

II. PHƯƠNG TRÌNH. HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Vấn đề 1: Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

Bài 1: Giải các phương trình sau:

- 1) $\frac{2x-1}{x+1} + \frac{3x-1}{x+2} = \frac{x+7}{x-1} + 4$
- 2) $\frac{6x+3}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$
- 3) $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+3}{x-4} = \frac{2}{(x-2)(4-x)}$

4) $-\frac{4}{x+1} = \frac{3}{2-x}$

5) $\frac{x-3}{x+1} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2+4x+15}{x^2-1}$

Bài 2: Tìm m để pt sau có nghiệm duy nhất:

1) $\frac{x+2}{x-m} = \frac{x+1}{x-1}$ 2) $\frac{m}{mx+3} = 2$

Vấn đề 2: Giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối.

Bài 3: Giải các phương trình sau:

- 1) $|x - 3| = |2x - 1|$
- 2) $|3x + 2| = x + 1$
- 3) $|3x - 5| = 2x^2 + x - 3$
- 4) $|x^2 - 2x - 3| = x - 3$
- 5) $|2x^2 - |x - 1|| = 3x + 1$

6) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+1} + \frac{|2x-4|}{|x-1|} = 3$

7) $x^2 + 4x - 3|x + 2| + 4 = 0$

8) $\left| \frac{2x-1}{x+2} \right| - 2 \left| \frac{x+2}{2x-1} \right| = 1$

9) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 6 = 0$

Bài 4: Tìm m để pt sau có nghiệm duy nhất:

1) $|mx - 2| = |x + 4|$

2) $|mx + x - 1| = |2x - 2|$

3) $|x^2 + 2mx + 1| = x + 1$

Vấn đề 3: Giải phương trình chứa ẩn trong dấu căn.

Bài 5: Giải các phương trình sau:

3) $\sqrt{2x^2 - 1} = x + 1$	6) $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 2$	
1) $\sqrt{3x - 4} = x - 3$	4) $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$	7) $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$
2) $\sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2x - 1$	5) $\sqrt{2x^2 - 5x} = \sqrt{x^2 - 4}$	8) $\sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$

Bài 6: Tìm m để các pt sau có hai nghiệm phân biệt:

1/ $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$ 2/ $\sqrt{x^2 - x + m} = \sqrt{x - 3}$

Vấn đề 4: Giải hệ phương trình.

Bài 7: Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$	3) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6} \\ x + y = 5 \end{cases}$	5) $\begin{cases} 2x^2 + 2x - \sqrt{y - 1} = 3 \\ x^2 + x + 2\sqrt{y - 1} = 4 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + y + xy = 2 \end{cases}$	4) $\begin{cases} (x + 2y)^2 + \frac{1}{(2x - y)^2} = 10 \\ \frac{x + 2y}{2x - y} = 3 \end{cases}$	6) $\begin{cases} 3(x + y) + 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 6 \\ 3(x - y) + 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}$

B.HÌNH HỌC:

I. Hệ trục tọa độ. Tọa độ của véc tơ, của điểm.

Bài 1: Trong mp Oxy cho ba điểm A(3; 2), B(-11; 0), C(5; 4).

- 1) Chứng minh ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
- 2) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
- 3) Tìm tọa độ điểm E sao cho A là trọng tâm tam giác BCE.
- 4) Tìm tọa độ điểm N trên đường thẳng d: $y = x + 2$ sao cho $AB \parallel CN$.
- 5) Tìm tập hợp điểm K thỏa mãn: $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$
- 6) Gọi (T) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm, trực tâm của tam giác; M là trung điểm BC.
 - a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AH} = -2\overrightarrow{MO}$.
 - b) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$.
 - c) Suy ra 3 điểm O, G, H thẳng hàng.

Bài 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có: A(9; -2), B(2; -3), C(7; 2).

- a) Tìm tọa độ điểm D để ABDC là hình bình hành.
- b) Tính $\overrightarrow{CA \cdot CB}$. Suy ra $\cos C$ và cho biết góc C nhọn hay tù.
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Tìm tọa độ H.
- d) Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho tam giác BCM vuông tại B.

Bài 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có: A(1; -1), B(5; -3), C(2; 0).

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông. Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC.
- b) Xác định tọa độ chân đường cao H kẻ từ C của tam giác ABC.

- c) Tìm điểm M thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 1 = 0$ sao cho $AM = \sqrt{5}$.
- d) Tìm tọa độ điểm D để $ABDC$ là hình thang với đáy lớn $BD = 3AC$.

Bài 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có: $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$.

- a) Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.
- b) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .
- c) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- d) Tìm điểm M trên trục tung để tam giác AMC vuông tại M .

Bài 5 Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có: $A(2;3)$, $B(-1;-1)$, $C(6;6)$.

- a) Hãy tính độ dài ba cạnh của tam giác ABC . Suy ra chu vi và tính diện tích.
- b) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc A' của điểm A lên cạnh BC .
- c) Tìm tọa độ trọng tâm G , trực tâm H , tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC . Từ đó chứng minh ba điểm I, H, G thẳng hàng.
- d) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng AH sao cho M cách đều A và C .

Bài 6 Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với: $A(-6;4)$, $B(0;7)$, $C(3;1)$.

- a) Chứng minh ABC là một tam giác vuông cân. Tính diện tích tam giác ABC .
- b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông đáy $AD = 3BC$.
- c) Tìm tọa độ điểm E trên trục hoành sao cho $CE \parallel AB$.
- d) Tìm tọa độ điểm F là chân đường phân giác trong của góc A .

Bài 7 Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với: $A(-2;4)$, $B(2;-6)$, $C(3;6)$.

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông. Tính diện tích tam giác ABC .
- b) Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên BC .
- c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 8 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-4;3)$, $B(1;4)$, $C(1;-2)$.

- a) Tìm tọa độ trực tâm H và tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- b) Tìm M thuộc đường thẳng AC sao cho $T = |\overline{MA} + 2\overline{MB} - 4\overline{MC}|$ nhỏ nhất.

Bài 9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(3;-4)$. Tìm tọa độ điểm:

- a) P thuộc Ox sao cho $PA + PB$ nhỏ nhất.

b) Q thuộc Ox sao cho $|QA - QB|$ lớn nhất.

c) Cho $C(1; -1)$ Tìm tập hợp những điểm M thỏa:

i) $|\overline{MA} + \overline{MB}| = |\overline{MA} - \overline{MB}|$

ii) $|2\overline{MA} + \overline{MC}| = |\overline{MA} + 2\overline{MC}|$

iii) $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3|\overline{MB} - \overline{MC}|$

iv) $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = \frac{3}{2}|\overline{MB} + \overline{MC}|$

II. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VÉC TƠ VÀ ỨNG DỤNG.

Vấn đề 1: Giá trị lượng giác của góc α .

Bài 10: Xác định góc α trên nửa đường tròn đơn vị, biết: a) $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ b) $\sin\alpha = \frac{2}{3}$

Bài 11: a) Tính các giá trị lượng giác của góc $\alpha = 135^\circ$; $\alpha = 120^\circ$.

b) Cho tam giác cân có $\hat{A} = \hat{B} = 15^\circ$. Hãy tính các giá trị lượng giác của góc C .

Bài 12: a) Cho $\cos\alpha = -\frac{2}{3}$. Hãy tính các giá trị lượng giác của α .

b) Cho $\tan\alpha = 2$. Hãy tính các giá trị lượng giác còn lại của α .

c) Cho $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Hãy tính các giá trị lượng giác còn lại của α .

Bài 13: Chứng minh rằng các biểu thức sau đây không phụ thuộc vào x ; y :

a) $A = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$

b) $B = \sin^4 x - \cos^4 x - \sin^2 x + 1$

c) $C = \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 x$

d) $E = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$

Vấn đề 2: Tích tích vô hướng của hai vec tơ. Ứng dụng.

Bài 14: a) Cho hình vuông ABCD cạnh a . Tính:

$\overline{AB} \cdot \overline{AB}$; $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

b) Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AC = 5$; $BC = 9$.

Tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

c) Cho tam giác ABC có: $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 60^\circ$; $AB = a$.

Tính: $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$; $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$; $\overline{AC} \cdot \overline{CB}$

Bài 15: Cho tam giác ABC có ba trung tuyến là AD, BE, CF; M là điểm tùy ý. Chứng minh rằng:

a) $\overline{MA} \cdot \overline{BC} + \overline{MB} \cdot \overline{CA} + \overline{MC} \cdot \overline{AB} = 0$

b) $\overline{BC} \cdot \overline{AD} + \overline{CA} \cdot \overline{BE} + \overline{AB} \cdot \overline{CF} = 0$

c) $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = FM^2 - FA^2$

Bài 16: Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Bên ngoài tam giác ABC vẽ các tam giác vuông cân đỉnh A là

ABD; ACE. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh rằng: AM vuông góc với DE.

Bài 17: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$; $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của AD.

Chứng minh rằng: BK vuông góc với AC.

Bài 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(4; 6)$; $B(1; 4)$; $C(7; 3/2)$

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b) Tính chu vi của tam giác ABC.

c) Tìm tọa độ điểm D: ΔABD vuông cân tại B.

d) Tính góc giữa hai vec tơ: \overline{AB} và \overline{BC}

Bài 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho

$A(5; 4)$; $B(3; -2)$. Điểm M di động trên trục Ox.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $|\overline{MA} + \overline{MB}|$