

TOÁN 10	GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC
0D6-1	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI..... 1

DẠNG 1. MỐI LIÊN HỆ GIỮA RADIAN VÀ ĐỘ 1

DẠNG 2. ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN..... 2

PHẦN B. LỜI GIẢI 4

DẠNG 1. MỐI LIÊN HỆ GIỮA RADIAN VÀ ĐỘ 4

DẠNG 2. ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN..... 5

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. MỐI LIÊN HỆ GIỮA RADIAN VÀ ĐỘ

- Câu 1.** Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là
A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** $\frac{7\pi}{4}$. **C.** $\frac{2\pi}{7}$. **D.** $\frac{4\pi}{7}$.
- Câu 2.** Cung tròn có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.
A. 5° . **B.** 15° . **C.** 172° . **D.** 225° .
- Câu 3.** Cung tròn có số đo là π . Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 180° .
- Câu 4.** Góc $63^\circ 48'$ bằng (với $\pi = 3,1416$)
A. $1,113rad$. **B.** $1,108rad$. **C.** $1,107rad$. **D.** $1,114rad$.
- Câu 5.** Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là:
A. 135° . **B.** 72° . **C.** 270° . **D.** 240° .
- Câu 6.** Góc có số đo 108° đổi ra radian là:
A. $\frac{3\pi}{5}$. **B.** $\frac{\pi}{10}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.
- Câu 7.** Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là:
A. 25° . **B.** 15° . **C.** 18° . **D.** 20° .
- Câu 8.** Cho $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm k để $10\pi < a < 11\pi$
A. $k = 7$. **B.** $k = 5$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 6$.
- Câu 9.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

- A. 60° . B. 30° . C. 40° . D. 50° .
- Câu 10.** Đổi số đo góc 105° sang radian.
A. $\frac{7\pi}{12}$. B. $\frac{9\pi}{12}$. C. $\frac{5\pi}{8}$. D. $\frac{5\pi}{12}$.
- Câu 11.** Số đo góc $22^{\circ}30'$ đổi sang radian là:
A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{8}$. C. $\frac{7\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{6}$.
- Câu 12.** Một cung tròn có số đo là 45° . Hãy chọn số đo radian của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.
A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$
- Câu 13.** Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ là:
A. 7° . B. $7^{\circ}30'$. C. 8° . D. $8^{\circ}30'$.
- Câu 14.** Góc có số đo 120° đổi sang radian là:
A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{10}$.

DẠNG 2. ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

- Câu 15.** Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57cm$ và kim phút dài $13,34cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là
A. $2,78cm$. B. $2,77cm$. C. $2,76cm$. D. $2,8cm$.
- Câu 16.** Cung tròn bán kính bằng $8,43cm$ có số đo $3,85rad$ có độ dài là
A. $32,46cm$. B. $32,47cm$. C. $32,5cm$. D. $32,45cm$.
- Câu 17.** Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là
A. -120° hoặc 240° . B. $120^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$.
C. 120° . D. -240° .
- Câu 18.** Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5cm$ (lấy $\pi = 3,1416$)
A. $22043cm$. B. $22055cm$. C. $22042cm$. D. $22054cm$.
- Câu 19.** Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo 50° là:
A. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$. B. $l = \frac{15\pi}{180}$. C. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 50$. D. $l = 750$.
- Câu 20.** Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{19\pi}{6}$, Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:
A. β và γ ; α và δ . B. α, β, γ . C. β, γ, δ . D. α và β ; γ và δ .

Câu 21. Cho L, M, N, P lần lượt là điểm chính giữa các cung AB, BC, CD, DA . Cung α có mút đầu trùng với A và số đo $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$. Mút cuối của α ở đâu?

- A. L hoặc N . B. M hoặc P . C. M hoặc N . D. L hoặc P .

Câu 22. Trên đường tròn bán kính $r=5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là:

- A. $l = \frac{\pi}{8}$. B. $l = \frac{r\pi}{8}$. C. $l = \frac{5\pi}{8}$. D. kết quả khác.

Câu 23. Một đường tròn có bán kính $R=10\text{cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng

- A. 11cm. B. 13cm. C. 7cm. D. 9cm.

Câu 24. Biết một số đo của góc $\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Giá trị tổng quát của góc $\angle(Ox, Oy)$ là:

- A. $\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + k\pi$. B. $\angle(Ox, Oy) = \pi + k2\pi$.
 C. $\angle(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $\angle(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

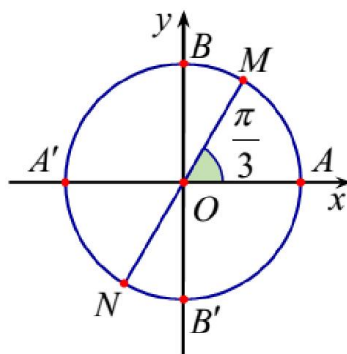
Câu 25. Cung nào sau đây có mút trung với B hoặc B'?

- A. $a = 90^\circ + k360^\circ$. B. $a = -90^\circ + k180^\circ$.
 C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 26. Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M thì số đo của α là:

- A. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$. B. $-\frac{3\pi}{4} + k2\pi$. C. $\frac{3\pi}{4} + k\pi$. D. $-\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

Câu 27. (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Trên hình vẽ hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là:



- A. $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 28. Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho điểm M xác định bởi số $AM = \frac{\pi}{3}$. Gọi M_1 là điểm đối xứng của M qua trục Ox . Tìm số đo của cung lượng giác AM_1 .

- A. số $AM_1 = \frac{-5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. số $AM_1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{C. sđ } \overset{b}{AM}_1 = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{D. sđ } \overset{b}{AM}_1 = \frac{-\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 29. Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc $\frac{7\pi}{4}$?

$$\text{A. } -\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{C. } \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{D. } -\frac{3\pi}{4}.$$

Câu 30. Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn $\widehat{AM} = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 8.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. MỐI LIÊN HỆ GIỮA RADIAN VÀ ĐỘ

Câu 1. Chọn B

$$\text{Ta có } 315^\circ = \frac{315}{180} \cdot \pi = \frac{7\pi}{4} \text{ (radian).}$$

Câu 2. Chọn D

$$\text{Ta có: } a^\circ = \frac{\alpha}{\pi} \cdot 180^\circ = \frac{\frac{5\pi}{4}}{\pi} \cdot 180^\circ = 225^\circ.$$

Câu 3. Chọn D

$$\text{Ta có: } a^\circ = \frac{\alpha}{\pi} \cdot 180^\circ = 180^\circ.$$

Câu 4. Chọn D

$$\text{Ta có } 63^\circ 48' = 63,8^\circ = \frac{63,8^\circ \times 3,1416}{180^\circ} \approx 1,114 \text{ rad}$$

Câu 5. Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{2\pi}{5} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Câu 6. Chọn A

$$\text{Ta có: } 108^\circ = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5}.$$

Câu 7. Chọn D

$$\text{Ta có: } \frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ.$$

Câu 8. Chọn B

$$+ \text{Đề } 10\pi < a < 11\pi \text{ thì } \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \Rightarrow k = 5$$

Câu 9. Chọn D

$$+ 1 \text{ bánh răng tương ứng với } \frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10 \text{ bánh răng là } 50^\circ.$$

Câu 10. Chọn A

$$105^\circ = \frac{105^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 11. Chọn B

$$22^{\circ}30' = \frac{22^{\circ}30' \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{8}.$$

Câu 12. Chọn C

$$\text{Ta có: } \alpha = \frac{a^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 13. Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{\pi}{24} = \frac{180^{\circ}}{24} = 7^{\circ}30'.$$

Câu 14. Chọn A

$$\text{Ta có: } 120^{\circ} = \frac{120^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{3}.$$

DẠNG 2. ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 15. Chọn B

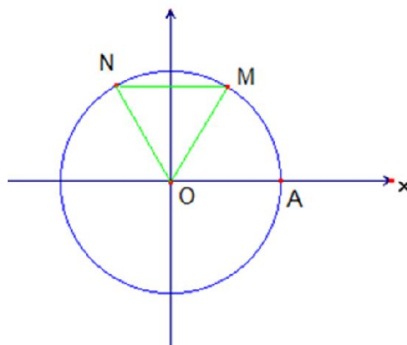
6 giờ thì kim giờ vạch lên 1 cung có số đo π nên 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là

$$\frac{1}{12}\pi, \text{ suy ra độ dài cung tròn mà nó vạch lên là } l = R\alpha = 10,57 \times \frac{3,14}{12} \approx 2,77$$

Câu 16. Chọn A

$$\text{Độ dài cung tròn là } l = R\alpha = 8,43 \times 3,85 = 32,4555$$

Câu 17. Chọn C



Ta có: $\widehat{AON} = 60^{\circ}, \widehat{MON} = 60^{\circ}$ nên $\widehat{AOM} = 120^{\circ}$. Khi đó số đo cung AN bằng 120° .

Câu 18. Chọn D

3 phút xe đi được $\frac{3 \times 60}{20} \times 60 = 540$ vòng. Độ dài 1 vòng bằng chu vi bánh xe là

$$2\pi R = 2 \times 3,1416 \times 6,5 = 40,8408. \text{ Vậy quãng đường xe đi được là } 540 \times 40,8408 = 22054,032 \text{ cm}$$

Câu 19. Chọn C

$$l = \frac{\pi \cdot r \cdot n^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi 15.50}{180}.$$

Câu 20. Chọn A

C1: Ta có: $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow 2$ cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

$\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

C2: Gọi là điểm cuối của các cung $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có $B \equiv C, A \equiv D$.

Câu 21. Chọn A

Nhìn vào đường tròn lượng giác để đánh giá.

Câu 22. Chọn C

Độ dài cung AB có số đo cung AB bằng n độ: $l = r.n = 5 \cdot \frac{\pi}{8}$.

Câu 23. Chọn C

Đổi đơn vị $40^\circ \rightarrow \frac{40 \cdot \pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow$ độ dài cung $l = \frac{2\pi}{9} \cdot 10 = \frac{20\pi}{9} = 6,9813(cm) \approx 7(cm)$.

Câu 24. Chọn D

$$\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi = \frac{\pi}{2} + 2002\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 25. Chọn B

Nhìn vào đường tròn lượng giác để đánh giá.

Câu 26. Chọn B

Ta có OM là phân giác góc $\widehat{A'OB'}$ $\Rightarrow \widehat{MOB'} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{AOM} = 135^\circ$

\Rightarrow góc lượng giác $(OA, OM) = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ (theo chiều âm).

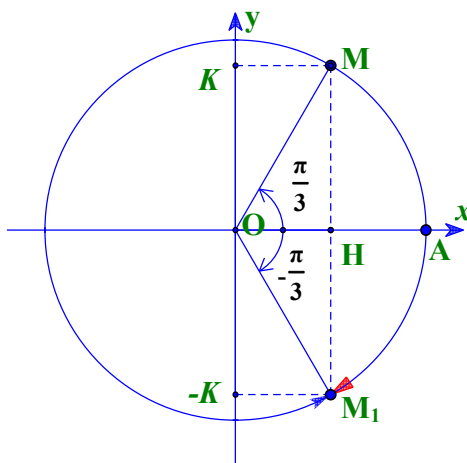
hoặc $(OA, OM) = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$ (theo chiều dương).

Câu 27.

Lời giải

Chọn C

Câu 28. Chọn C



Vì M_1 là điểm đối xứng của M qua trục Ox nên có 1 góc lượng giác $(OA, OM_1) = -\frac{\pi}{3}$

\Rightarrow số đo $AM_1 = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 29. Chọn A

Ta có $\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$.

Góc lượng giác có cùng điểm cuối với góc $\frac{7\pi}{4}$ là $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 30. Chọn C

Có 3 điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn $\widehat{AM} = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$, ứng với các giá trị là số dư của phép chia k cho 3.

TOÁN 10	GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG
0D6-2	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	1
DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT.....	2
DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	3
DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	6
PHẦN B. LỜI GIẢI.....	9
DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	9
DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT.....	10
DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	11
DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	15

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Câu 1.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là
A. $\sin a > 0, \cos a > 0$. **B.** $\sin a < 0, \cos a < 0$. **C.** $\sin a > 0, \cos a < 0$. **D.** $\sin a < 0, \cos a > 0$.
- Câu 2.** Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?
A. $-0,7$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 3.** Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.
A. $\tan a > 0, \cot a < 0$. **B.** $\tan a < 0, \cot a < 0$.
C. $\tan a > 0, \cot a > 0$. **D.** $\tan a < 0, \cot a > 0$.
- Câu 4.** Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.
A. $\cot \alpha < 0$. **B.** $\sin \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0$.
- Câu 5.** Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.
A. $\cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha > 0$. **C.** $\sin \alpha > 0$. **D.** $\cos \alpha > 0$.
- Câu 6.** Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?
A. $\tan \alpha > 0$. **B.** $\cot \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha > 0$. **D.** $\sin \alpha > 0$.
- Câu 7.** Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos^2 45^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right)$.

B. Hai câu A và

C. Nếu a âm thì ít nhất một trong hai số $\cos a, \sin a$ phải âm.

D. Nếu a dương thì $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$.

Câu 8. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

A. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$. B. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$.

C. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$. D. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$.

Câu 9. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào sai?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ II và III.

D. Cả I, II và III.

Câu 10. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ II và III.

B. Cả I, II và III.

C. Chỉ I.

D. Chỉ I và II.

Câu 11. Cho góc lượng giác α ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$). Xét dấu $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 12. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\cot \alpha = \tan \beta$.

B. $\cos \alpha = \sin \beta$.

C. $\cos \beta = \sin \alpha$.

D. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

Câu 13. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$.

B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.

C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$.

D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Câu 14. Chọn đẳng thức sai trong các đẳng thức sau

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos(-x) = -\cos x$.

B. $\sin(x - \pi) = \sin x$.

C. $\cos(\pi - x) = -\cos x$.

D. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. C. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

B. $\cos(-x) = -\cos x$.

C. $\cot(-x) = \cot x$.

D. $\tan(-x) = \tan x$.

Câu 18. Chọn hệ thức **sai** trong các hệ thức sau.

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

B. $\sin(3\pi - x) = \sin x$.

C. $\cos(3\pi - x) = \cos x$.

D. $\cos(-x) = \cos x$.

Câu 19. $\cos(x + 2017\pi)$ bằng kết quả nào sau đây?

A. $-\cos x$.

B. $-\sin x$.

C. $\sin x$.

D. $\cos x$.

DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 20. Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Câu 21. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Không xác định.

Câu 23. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = 2$.

B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.

C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 24. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{4}{5}$.

C. $\pm \frac{4}{5}$.

D. $\frac{16}{25}$.

Câu 25. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$.

C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Câu 26. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

A. $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $\alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $\alpha = -\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 27. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó:

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

Câu 28. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng:

A. $\sqrt{3} - 2$

B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Câu 29. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$). Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 30. Cho $\tan \alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng:

A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

B. $\cot \alpha = \frac{4}{3}$.

C. $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

D. $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$.

Câu 32. Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{-2}{5}$.

D. 1.

Câu 33. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là.

A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{8}{9}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng:

A. $2\sqrt{19}$.

B. $-2\sqrt{19}$.

C. $-\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{19}$.

Câu 35. Nếu $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$. B. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$. C. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$. D. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$.

Câu 37. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của $\cos^2 x$.

A. $\cos^2 x = \frac{3}{4}$ B. $\cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ D. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

Câu 38. Cho $P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}$ với $\tan x = 2$. Giá trị của P bằng

A. $\frac{8}{9}$. B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{8}}{9}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 39. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $-2 + \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

Câu 40. Cho $\tan x = 2$. Giá trị biểu thức $P = \frac{4\sin x + 5\cos x}{2\sin x - 3\cos x}$ là

A. 2. B. 13. C. -9. D. -2.

Câu 41. Cho tam giác ABC đều. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(\overline{AB}, \overline{BC}) + \cos(\overline{BC}, \overline{CA}) + \cos(\overline{CA}, \overline{AB})$

A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = -\frac{3}{2}$. C. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42. Cho $\tan a = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{2\sin a - \cos a}{\sin a + \cos a}$.

A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{5}{3}$. D. $P = -1$.

Câu 43. Cho cung lượng giác có số đo x thỏa mãn $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin x - 3\cos^3 x}{5\sin^3 x - 2\cos x}$ bằng

A. $\frac{7}{30}$. B. $\frac{7}{32}$. C. $\frac{7}{33}$. D. $\frac{7}{31}$.

Câu 44. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

A. $-2 - \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $-2 + \sqrt{3}$. D. $2 - \sqrt{3}$.

Câu 45. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng

A. $-3-\sqrt{3}$. B. $2-3\sqrt{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. D. $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Câu 46. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là:

A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Câu 47. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là:

A. 5. B. $\frac{5}{3}$. C. 7. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 48. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 49. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 50. Biểu thức $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ có kết quả rút gọn bằng

A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 51. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1-\sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 52. Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 53. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$.
 C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$. D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 54. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

A. $\tan^6 a$. B. $\cos^6 a$. C. $\tan^4 a$. D. $\sin^6 a$.

Câu 55. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\frac{C}{2}$.

C. $\cot(A+B) = -\cot C$.

D. $\tan(A+B) = \tan C$.

Câu 67. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$.

A. $A = -1$.

B. $A = 1$.

C. $A = 4$.

D. $A = -4$.

Câu 68. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 69. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Câu 70. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Câu 71. Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$.

B. $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin a}{1 - \sin a}} - \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}}\right)^2 = 4 \tan^2 a$.

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$.

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$.

Câu 72. Nếu biết $3\sin^4 x + 2\cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2\sin^4 x + 3\cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$.

B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$.

C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$.

D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Câu 73. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$.

Câu 74. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

A. $-a$.

B. a .

C. $-b$.

D. b .

Câu 75. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng

A. $\frac{1}{(a+b)^2}$.

B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$.

C. $\frac{1}{(a+b)^3}$.

D. $\frac{1}{a^3 + b^3}$.

- Câu 76.** Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng:
- A. -10. B. 10. C. 0. D. 5.
- Câu 77.** Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng
- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.
- Câu 78.** Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng:
- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.
- Câu 79.** Cho tam giác ABC và các mệnh đề:
- (I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$ (III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$
- Mệnh đề đúng là:
- A. Chỉ (I). B. (II) và (III). C. (I) và (II). D. Chỉ (III).
- Câu 80.** Rút gọn biểu thức $A = \cos(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$ ta được
- A. $A = \cos \alpha$. B. $A = -\cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha$. D. $A = 3 \cos \alpha$.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0, \cos a < 0$.

Câu 2. Chọn A.

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Nên ta chọn **A**.

Câu 3. Chọn C

Đặt $a = b + 2\pi$

$$2\pi < a < \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 2\pi < b + 2\pi < \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < b < \frac{\pi}{2}$$

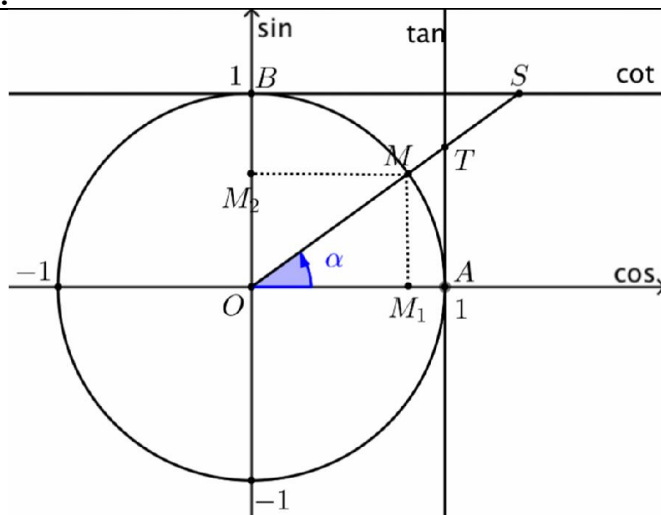
Có $\tan a = \tan(b + 2\pi) = \tan b > 0$

$$\cot a = \frac{1}{\tan a} > 0.$$

Vậy $\tan a > 0, \cot a > 0$.

Câu 4. Chọn B

Nhìn vào đường tròn lượng giác:



-Ta thấy ở góc phần tư thứ nhất thì: $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$
 \Rightarrow chỉ có câu A thỏa mãn.

Câu 5. Chọn D

- Ở góc phần tư thứ tư thì: $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.
 \Rightarrow chỉ có C thỏa mãn.

Câu 6. Chọn C

$\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV vì vậy đáp án đúng là A

Câu 7. Chọn A

A sai vì $\alpha = \frac{-7\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

B sai vì $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$.

C đúng vì $\cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Câu 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$

Câu 9. Chọn C

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV nên chỉ II, II sai.

Câu 10. Chọn B

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < \left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < \frac{3\pi}{2}$ nên đáp án là D

Câu 11. Chọn C

Ta có $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \pi < \alpha + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2} \\ -\pi < -\alpha < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$.

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 12. Chọn D

Thường nhớ: các góc phụ nhau có các giá trị lượng giác bằng chéo nhau
Nghĩa là $\cos \alpha = \sin \beta$; $\cot \alpha = \tan \beta$ và ngược lại.

Câu 13. Chọn C.

Theo công thức.

Câu 14. Chọn D.

Câu 15. Chọn C

Ta có $\cos(\pi - x) = -\cos x$.

Câu 16. Chọn C

Để thấy C sai vì $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.

Câu 17. Chọn A

Ta có: $\sin(-x) = -\sin x$.

Câu 18. Chọn C

$\cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$.

Câu 19. Chọn A

Ta có $\cos(x + 2017\pi) = -\cos x$.

DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 20. Chọn D

$\cot 1458^\circ = \cot(4.360^\circ + 18^\circ) = \cot 18^\circ = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$.

Câu 21. Chọn B

Biến đổi $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(-\frac{\pi}{6} + 15\pi\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Câu 22. Chọn B

Biến đổi $\tan 180^\circ = \tan(0^\circ + 180^\circ) = \tan 0^\circ = 0$.

Câu 23. Chọn A

Ta có: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

Câu 24. Chọn B.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 25. Chọn C

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 26. Chọn C

Ta có: $\cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 27.**Chọn C**

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{41}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{41} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{41} = \frac{16}{41} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$$

Câu 28.**Chọn C**

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} - 1 = (2 - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$

Câu 29. Chọn D

$$\text{Với } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha < 0.$$

$$\text{Ta có } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Câu 30. Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + (\sqrt{5})^2 = 6.$$

$$\text{Mặt khác } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 31. Chọn C

$$\text{Ta có: } 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{16}{9} \Rightarrow \cot \alpha = \pm \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{ nên } \cot \alpha = -\frac{4}{3}.$$

Câu 32. Chọn A

$$\text{Có } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \text{ mà } \sin \alpha = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}, \text{ có } \cos \alpha < 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 33. Chọn D

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha < 0.$$

$$\text{Ta có } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (l) \\ \cos \alpha = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} (tm) \end{cases}$$

Câu 34.

Chọn A

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}.$$

Câu 35. Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 + \sin 2\alpha = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{5}{4}.$$

Câu 36. Chọn C

$$\text{Từ } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} - \sin x \quad (1).$$

Mặt khác: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2)$. Thế (1) vào (2) ta được:

$$\sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 37. Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Câu 38. Chọn D

$$\text{Ta có } P = \frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = \frac{3 \tan x - 1}{\tan x + 2} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 39. Chọn A

Vì $\cos x$ nhận giá trị âm.

$$\text{Ta có: } \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}$$

Câu 40. Chọn C

Ta có: $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$. Chia tử và mẫu cho $\cos x$

$$\text{Suy ra: } P = \frac{4 \sin x + 5 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = \frac{4 \tan x + 5}{2 \tan x - 3} = \frac{4 \cdot 2 + 5}{2 \cdot 2 - 3} = 13.$$

Câu 41. Chọn B

$$\text{Ta có: } P = \cos(\overline{AB}, \overline{BC}) + \cos(\overline{BC}, \overline{CA}) + \cos(\overline{CA}, \overline{AB}) = 3 \cos 120^\circ = -\frac{3}{2}$$

Câu 42. Chọn B

$$\text{Ta có: } P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin a + \cos a} = \frac{2 \tan a - 1}{\tan a + 1} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 1} = 1.$$

Câu 43. Chọn A

Do $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$.

$$\text{Ta có } M = \frac{\sin x - 3 \cos^3 x}{5 \sin^3 x - 2 \cos x} = \frac{\tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 3}{5 \tan^3 x - \frac{2}{\cos^2 x}} = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x) - 3}{5 \tan^3 x - 2(1 + \tan^2 x)} = \frac{7}{30}.$$

Câu 44. Chọn A

$$\text{Vì } \cos x \text{ nhận giá trị âm nên ta có } \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}.$$

Câu 45. Chọn A.

$$A = \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -3 - \sqrt{3}.$$

Câu 46. Chọn B.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}. \text{ Vậy } \tan \alpha = -\frac{3}{4} \text{ và } \cot \alpha = -\frac{4}{3}.$$

$$E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}.$$

Câu 47. Chọn C.

$$A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7.$$

Câu 48. Chọn C.

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Câu 49. Chọn C.

$$A = \frac{-\sin 234^\circ + \sin 126^\circ}{\cos 54^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ \Leftrightarrow A = \frac{-2 \cos 180^\circ \cdot \sin 54^\circ}{-2 \sin 90^\circ \sin(-36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-1 \cdot \sin 54^\circ}{1 \sin(-36^\circ)} \cdot \frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ} \Leftrightarrow A = 1.$$

Câu 50. Chọn B.

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \Leftrightarrow B = \frac{2 \cot 44^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 \Leftrightarrow B = 2 - 1 = 1.$$

Câu 51. Chọn A

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. Từ đó

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Như vậy, } \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 52. Chọn C

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 10.$$

DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 53. Chọn D

$$\text{D sai vì: } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right).$$

Câu 54. Chọn A

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$

Câu 55. Chọn A

$$D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 2 + \cot^2 x (\cos^2 x - 1)$$

$$= \cos^2 x + 2 - \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x + 2 - \cos^2 x = 2.$$

Câu 56. Chọn A

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} \Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ}$$

$$A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.$$

Câu 57. Chọn C.

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 58. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x \end{aligned}$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 59. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 60. Chọn B

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos\left(\alpha + 2003\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2\sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 61. Chọn A

$$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x = \sin^2 x.$$

Câu 62. Chọn A.

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha \Leftrightarrow A = 2\sin \alpha.$$

Câu 63. Chọn B

$$P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x - \sin x - \cot x + \cot x = -2\sin x.$$

Câu 64. Chọn B

Xét tam giác ABC ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \pi \Leftrightarrow \widehat{A} + \widehat{B} = \pi - \widehat{C}.$$

$$\Rightarrow \cos(A+B) = \cos(\pi - C) = -\cos C.$$

Câu 65. Chọn D.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) \quad A = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Câu 66. Chọn D

Do A, B, C là ba góc của một tam giác nên $A + B + C = \pi \Leftrightarrow A + B = \pi - C$

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}.$$

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \tan\frac{C}{2}.$$

$$\cot(A+B) = \cot(\pi - C) = -\cot C.$$

$\tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C \neq \tan C$. **Chọn D**

Trong tam giác ABC ta có $A+B+C = \pi \Leftrightarrow A+B = \pi - C$

Do đó $\tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C$.

Câu 67. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3\sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 68. Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 \\ &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 69. Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) \sin^2 y} = -1. \end{aligned}$$

Câu 70. Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2\left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x\right] \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[1 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Câu 71. Chọn D

$$\text{A đúng vì } VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$$

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2\sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

$$\text{C đúng vì } VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP.$$

Câu 72. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81}\right)^2 = \frac{2}{5}\left(A + \frac{98}{81}\right) = \frac{2}{5}\left(A - \frac{98}{81}\right) + \frac{392}{405}$$

$$\text{Đặt } A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\text{+) } t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$$

$$\text{+) } t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}.$$

Câu 73. Chọn A

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8}$$

$$\text{Khi đó } \sin x, \cos x \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$$

$$\text{+) Với } \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5+\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{+) Với } \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 74. Chọn B

$$A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b \tan x + c \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b \tan x + c \tan^2 x \Leftrightarrow A\left(1 + \left(\frac{2b}{a-c}\right)^2\right) = a + 2b \frac{2b}{a-c} + c \left(\frac{2b}{a-c}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A \frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2 a}{(a-c)^2} = \frac{a \cdot ((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a.$$

Câu 75. Chọn C

$$\text{Đặt } \cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{Vậy: } \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}.$$

Câu 76. Chọn C

$$A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$$

$$A = \left[\cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \right] + \dots + \left[\cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{5} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{5\pi}{5} \right) \right]$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{\pi}{10}$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right)$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cdot 0 = 0.$$

Câu 77. Chọn A

$$A = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} = 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right)$$

$$= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2.$$

Câu 78. Chọn D

$$A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ}$$

$$\Leftrightarrow A = \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0.$$

Câu 79. Chọn C

$$\text{+) Ta có: } A + B + C = \pi \Leftrightarrow B + C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$$

$$\text{(I) } \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2} \text{ nên (I) đúng}$$

$$\text{+) Tương tự ta có: } \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$$

nên (II) đúng.

+) Ta có

$$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$$

nên (III) sai.

Câu 80. Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \end{cases} \Rightarrow A = -\cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\cos \alpha$$

TOÁN 10	CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC
0D6-3	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG	1
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC.....	4
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH	5
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC	7
DẠNG 5. MIN-MAX.....	9
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	9
PHẦN B. LỜI GIẢI	12
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG	12
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC.....	15
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH	17
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC	18
DẠNG 5. MIN-MAX.....	22
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	23

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. **B.** $\tan(a-b) = \tan a - \tan b$.
C. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. **D.** $\tan(a+b) = \tan a + \tan b$.

Câu 3. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

- A.** $\cos(x-y)$. **B.** $\cos(x+y)$. **C.** $\sin(x-y)$. **D.** $\sin(y-x)$.

Câu 4. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A.** $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 5. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$. B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Câu 6. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

- A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$. B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.
 C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$. D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$, ta được:

- A. $\sin 2a$. B. $\cos 2a$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Câu 9. Đẳng thức nào sau đây là đúng.

- A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$. B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.
 C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$. D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Câu 10. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11. Kết quả nào sau đây sai?

- A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 12. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $-\frac{1}{7}$.
 C. $-\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 13. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{6}-3$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{6}-\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 15. (THPT Cộng Hiền - Lần 1 - 2018-2019) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Câu 16. Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:

A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Câu 18. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 19. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 20. Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng:

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 21. Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$ không phụ thuộc vào α và bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 22. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$. C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Câu 23. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. B. $-\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. C. $\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$. D. $-\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$.

Câu 24. Biết $\cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $\sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0$; $\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5}$ và $\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0$. Giá trị $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{24\sqrt{3}-7}{50}$. B. $\frac{7-24\sqrt{3}}{50}$. C. $\frac{22\sqrt{3}-7}{50}$. D. $\frac{7-22\sqrt{3}}{50}$.

Câu 25. Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

- A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 26. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. B. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$. C. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. D. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$.

Câu 27. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

- A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. B. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.
C. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Câu 29. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2\cot x}$. B. $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$.
C. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$. D. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

Câu 30. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$. D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Câu 32. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$. D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 33. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Khẳng định nào dưới đây

SAI?

- A. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.
- B. $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
- C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.
- D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Câu 34. Chọn đáp án đúng.

- A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.
- B. $\sin 2x = \sin x \cos x$.
- C. $\sin 2x = 2 \cos x$.
- D. $\sin 2x = 2 \sin x$.

Câu 35. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

- A. $\frac{24}{25}$.
- B. $-\frac{24}{25}$.
- C. $-\frac{1}{5}$.
- D. $\frac{1}{5}$.

Câu 36. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$.
- B. $\frac{3}{8}$.
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 37. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

- A. $T = -7$.
- B. $T = 1$.
- C. $T = 0$.
- D. $T = 7$.

Câu 38. Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

- A. $A = \frac{4}{3}$.
- B. $A = \frac{2}{3}$.
- C. $A = \frac{8}{3}$.
- D. $A = \frac{16}{3}$.

Câu 39. Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{119}{144}$.
- B. $-\frac{115}{144}$.
- C. $-\frac{113}{144}$.
- D. $-\frac{117}{144}$.

Câu 40. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5) Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính

$(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

- A. $\frac{25}{128}$.
- B. $\frac{1}{16}$.
- C. $\frac{255}{128}$.
- D. $\frac{225}{128}$.

Câu 41. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A. $\frac{11}{113}$.
- B. $\frac{13}{113}$.
- C. $\frac{15}{113}$.
- D. $\frac{17}{113}$.

DẠNG 3. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.
- B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$. D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Câu 43. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$. B. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$. D. $\cos a + \cos b = 2\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$.

Câu 44. Công thức nào sau đây là sai?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.
 C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

Câu 45. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0$) ta được:

A. $A = \cot 6x$. B. $A = \cot 3x$.
 C. $A = \cot 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$. B. $\frac{1}{2} \cos 2a$.
 C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$. D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 47. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.
 C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 48. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. C. $P = \cot 3a$. D. $P = \tan 3a$.

Câu 49. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Tính giá trị biểu thức

$P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.
 A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 50. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 51. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Câu 52. Biểu thức $A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

Câu 62. (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} \text{ bằng bao nhiêu?}$$

A. $P = \frac{19}{13}$. B. $P = \frac{25}{13}$. C. $P = -\frac{25}{13}$. D. $P = -\frac{19}{13}$.

Câu 63. Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, ($k, l \in \mathbb{Z}$). Ta có

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Câu 64. Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức

$$P = a + b.$$

A. $P = 4$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Câu 65. Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $P = \frac{7}{18}$. B. $P = \frac{7}{9}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 66. Cho $\tan x = 2$ ($\pi < x < \frac{3\pi}{2}$). Giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

Câu 67. Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng:

A. 4. B. -4. C. 8. D. -8.

Câu 68. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a + b)$ là:

A. $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$.

Câu 69. Biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:

A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$.

Câu 70. Kết quả nào sau đây SAI?

A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
C. $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2} \sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 71. Nếu $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ thì:

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$.

Câu 72. Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:

- A. $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$. B. $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.
 C. $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$. D. $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

Câu 73. Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau:

- A. $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.
 B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
 C. $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.
 D. $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

DẠNG 5. MIN-MAX

Câu 74. Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 75. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 76. Cho $M = 3 \sin x + 4 \cos x$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $-5 \leq M \leq 5$. B. $M > 5$. C. $M \geq 5$. D. $M \leq 5$.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 78. Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3}$, $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

- A. $M \leq 1$. B. $M \geq \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$. D. $M < 1$.

Câu 79. Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

- A. 11. B. 1. C. 5. D. 6.

Câu 80. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là

- A. -2. B. 5. C. 7. D. 16.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

- A. $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$.
 C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$. D. $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$.

Câu 82. Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

- A. Tam giác đó vuông. B. Tam giác đó đều.
C. Tam giác đó cân. D. Không có gì đặc biệt.

Câu 83. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng :

- A. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$. B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.
C. 1. D. -1.

Câu 84. Cho A, B, C là ba là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 85. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$. B. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$.
C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$. D. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$.

Câu 86. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

- A. $\sin A = -\sin(2A+B+C)$. B. $\sin A = -\cos\frac{3A+B+C}{2}$.
C. $\cos C = \sin\frac{A+B+3C}{2}$. D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$.

Câu 87. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

- A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. B. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$.
C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. D. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$.

Câu 88. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$. B. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$.
C. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\frac{C}{2}$. D. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin\frac{C}{2}$.

Câu 89. Nếu $a = 2b$ và $a+b+c = \pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

- A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$. B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$.
C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$. D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$.

Câu 90. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

- A. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$. D.
 $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

Câu 91. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

- A. $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan\frac{3A}{2}$. B. $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$.

C. $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C$. D. $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot\frac{5C}{2}$.

Câu 92. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

A. $\cos C = \cos(A+B)$. B. $\tan C = \tan(A+B)$.

C. $\cot C = -\cot(A+B)$. D. $\sin C = -\sin(A+B)$.

Câu 93. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng

A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. B. 1.

C. -1 . D. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$.

Câu 94. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\cot\frac{A}{2} + \cot\frac{B}{2} + \cot\frac{C}{2} = \cot\frac{A}{2} \cdot \cot\frac{B}{2} \cdot \cot\frac{C}{2}$. B. $\cot\frac{A}{2} + \cot\frac{B}{2} + \cot\frac{C}{2} = -\cot\frac{A}{2} \cdot \cot\frac{B}{2} \cdot \cot\frac{C}{2}$.

C. $\cot\frac{A}{2} + \cot\frac{B}{2} + \cot\frac{C}{2} = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$. D. $\cot\frac{A}{2} + \cot\frac{B}{2} + \cot\frac{C}{2} = -\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

Câu 95. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Câu 96. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

A. $\cos\frac{B}{2} \cos\frac{C}{2} - \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} = \sin\frac{A}{2}$. B. $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.

C. $\sin\frac{B}{2} \cos\frac{C}{2} + \sin\frac{C}{2} \cos\frac{C}{2} = \cos\frac{A}{2}$.

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$.

Câu 97. Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC cân tại A .

C. Tam giác ABC đều. D. Tam giác ABC là tam giác tù.

Câu 98. Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

A. $B+C=120^\circ$. B. $B+C=130^\circ$. C. $A+B=120^\circ$. D. $A+C=140^\circ$.

Câu 99. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{5}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 100. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A. $\sin\frac{A+B+3C}{2} = \cos C$.

B. $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$.

C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$.

D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$.

Câu 101. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI**.

A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$. B. $\cos(A+B+2C) = -\cos C$.

C. $\sin(A+C) = -\sin B$. D. $\cos(A+B) = -\cos C$.

Câu 102. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây **SAI**?

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.

B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.

C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. **Chọn D**

Công thức cộng: $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

Câu 2. **Chọn B.**

Ta có $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

Câu 3. **Chọn C**

Áp dụng công thức cộng lượng giác ta có đáp án.

C.

Câu 4. **Chọn A.**

Ta có công thức đúng là: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 5. **Chọn B**

Câu A, D là công thức biến đổi đúng

Câu C là công thức cộng đúng

Câu B sai vì $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 6. **Chọn C.**

Ta có: $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$ (Chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$)

$$= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$$

Câu 7. **Chọn C.**

Ta có: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ) = \sin[(a-17^\circ) - (a+13^\circ)]$

$$= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

Câu 8. **Chọn C.**

$$\begin{aligned}\cos \frac{37\pi}{12} &= \cos \left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.\end{aligned}$$

Câu 9. Chọn D

$$\text{Ta có } \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha.$$

Câu 10. Chọn D

$$\text{Ta có } \tan \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2-1}{1+2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 11. Chọn C

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \sin 2x + \cos 2x &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \neq \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

Câu 12. Chọn D

$$\text{Từ } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \cos x = -\frac{4}{5} \text{ do đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}.$$

Câu 13. Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ (vì } 0 < \alpha < \frac{1}{2} \text{ nên } \cos \alpha > 0).$$

$$\text{Ta có: } \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}.$$

Câu 14. Chọn D

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right) \text{ nên } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13} \right)^2} = -\frac{12}{13}.$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right) \text{ nên } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}.$$

Câu 15. Chọn A

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Vậy: $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{21\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{21\pi}{4} = \frac{-4}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{3}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$.

Câu 16. Chọn A.

$$\begin{aligned} M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 17. Chọn D.

Ta có: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ$.

Câu 18. Chọn B.

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a+b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 19. Chọn C.

Ta có:

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 20. Chọn C.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right)^2 \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Câu 21. Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}, \text{ thay vào biểu thức } A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Câu 22. Chọn A.

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 23. Chọn A.

Ta có:

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

Câu 24. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{a}{2} - b\right)} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) + \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2 \cos^2 \frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}.$$

Câu 25. Chọn C.

$$\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x = -\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \cos x = -2 \cos x$$

Câu 26. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right).$$

Câu 27. Chọn C.

Ta có :

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma = 3.$$

DẠNG 2. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}.$$

Câu 29. Chọn B.

Công thức đúng là $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.

Câu 30. Chọn B.

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 31. Chọn A

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 33. Chọn B

Có $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ nên đáp án **B** sai.

Câu 34. Chọn A

Câu 35. Chọn B

Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0$.

Vậy $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$.

Câu 36. Chọn D

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$

Câu 37. Chọn C

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$

$= 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

Vậy $a = 1, b = -\frac{3}{4}$. Do đó $T = 3a + 4b = 0$.

Câu 38. Chọn C

$A = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$.

Câu 39. Chọn A

Từ $\cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{9}$

$\cos b = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2b = 2 \cos^2 b - 1 = -\frac{7}{8}$

Ta có $\cos(a+b) \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \frac{1}{2} \left(-\frac{7}{9} - \frac{7}{8}\right) = -\frac{119}{144}$.

Câu 40. Ta có $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = 2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1) \cos \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + 1) \cos \alpha$

$= 4 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) (2 - 2 \sin^2 \alpha) = 8 (1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8 \left(1 - \frac{1}{16}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}$.

Câu 41. Chọn C.

$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}$.

DẠNG 3. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Chọn B

$$\text{Ta có } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$

Câu 43. Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}.$$

Câu 44. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}.$$

Câu 45. Chọn C

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{2 \cos 2x \sin x + \cos 2x}{2 \sin 2x \sin x + \sin 2x} = \frac{\cos 2x(1 + 2 \sin x)}{\sin 2x(1 + 2 \sin x)} = \cot 2x.$$

Câu 46. Chọn D

$$\text{Ta có: } \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 2a \right] = -\frac{1}{2} \cos 2a.$$

Câu 47. Chọn B

$$\sin \alpha - 1 = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = 2 \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right).$$

Câu 48. Chọn C

$$P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a} = \frac{2 \cos 3a \cos a + 2 \cos 3a}{2 \sin 3a \cos a + 2 \sin 3a} \\ = \frac{2 \cos 3a (\cos a + 1)}{2 \sin 3a (\cos a + 1)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a.$$

Câu 49. Chọn A

$$\text{Ta có } P = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$$

Câu 50. Chọn B.

$$\text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ = \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 51. Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

Câu 52. Chọn A.

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ = \frac{1 - 4 \sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1.$$

Câu 53. Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}. \end{aligned}$$

Câu 54. Chọn A.

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Câu 55. Chọn D.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Câu 56. Chọn D.

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 57. Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 58. Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 59. Chọn A

Vì góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

$$\text{Do } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Biểu thức $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\alpha}{2} - 1}{\tan\frac{\alpha}{2} + 1}$.

Do đó $\tan\frac{\alpha}{2} = 2$.

Vậy biểu thức $A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

Câu 60. Chọn B

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (vì $-\frac{\pi}{2} < x < 0$).

$\Rightarrow \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-4\sqrt{2}}{-7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 61. Chọn A

Ta có $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = -1$. Sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tổng thành tích ta được:

$$A = \frac{1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} = 1 - \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 62.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{\tan \alpha} + 3 \tan \alpha}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{19}{13}$$

Câu 63. Chọn D

Ta có $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$

$\Leftrightarrow \sin[(\alpha + \beta) + \alpha] = 3 \sin \beta \Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$

$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3 \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)}$ (vì $\cos(\alpha + \beta) \neq 0$)

$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{3 \sin \beta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (*) (vì $\cos \alpha \neq 0$)

Mà $\frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha$ (từ giả thiết), suy ra (*) $\Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$

Vậy $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Câu 64. Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} \\ & = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{\cos^2 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{1 - \sin^2 2x} \\ & = \frac{\cos 2x}{1 - \sin^2 2x}. \text{ Vậy } a = 2, b = 1. \text{ Suy ra } P = a + b = 3. \end{aligned}$$

Câu 65. Chọn D

$$\text{Ta có } P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) = \frac{1}{2}(2 \cos^2 2\alpha + \cos 2\alpha - 1) = \frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{2}{3} - 1 \right] = \frac{5}{18}$$

Câu 66. Chọn B

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ suy ra } \sin x < 0, \cos x < 0.$$

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Do } \cos x < 0 \text{ nên nhận } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

Câu 67. Chọn C.

$$\begin{aligned} A &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ \\ &= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ &= \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ} \\ &= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \\ &= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4. \end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Vậy $A = 8$.

Câu 68. Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{aligned} \sin 2(a+b) &= 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b) \\ &= \frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}. \end{aligned}$$

Câu 69. Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha}{\sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}.$$

Câu 70. Chọn A.

$$\text{Ta có : } \frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0 \text{ (đúng vì } \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} \text{)}. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 71. Chọn C.

Ta có :

$$5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta.$$

Câu 72. Chọn D.

Ta có :

$$A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2(a+b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2}$$

$$= \sin^2(a+b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2(a+b) + \cos(a+b) \cos(a-b)$$

$$= \cos(a+b) [\cos(a-b) - \cos(a+b)] = 2 \sin a \sin b \cos(a+b).$$

Câu 73. Chọn D.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}. \quad A$$

đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad B \text{ đúng.}$$

$$\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \cos^2 x + \cos(a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos(a+x)]$$

$$= \cos^2 x - \cos(a+x) \cos(a-x)$$

$$= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \quad C \text{ đúng.}$$

$$\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \sin^2 x + \sin(a-x) (2 \sin x \cos a + \sin(a-x))$$

$$= \sin^2 x + \sin(a-x) \sin(a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a)$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ D sai.}$$

DẠNG 5. MIN-MAX

Câu 74. Chọn C

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 75.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } M = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 76.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$M = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x+a) \text{ với } \cos a = \frac{3}{5}; \sin a = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin(x+a) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin(x+a) \leq 5.$$

Câu 77.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có.

$$M = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)$$

$$= -\cos 2x (1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= -\cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right)$$

$$= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ (do } \cos 2x \leq 1).$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 78.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \tan x, t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Ta có: } M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1} \Rightarrow (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0. (*)$$

Với $M = 1$ thì (*) có nghiệm $t = 0$.

Với $M \neq 1$ đề (*) có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M+1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M - 3 \geq 0 \Leftrightarrow M \geq \frac{1}{4}.$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq 4.$$

Câu 79.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$M = 6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin^2 x = 6 - \sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \forall x \in R.$$

Giá trị lớn nhất là 6.

Câu 80.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x = 7 - 9 \sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -9 \sin^2 x \geq -9, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7 - 2 \sin^2 x \geq -2.$$

Giá trị lớn nhất là 7.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin 2A + \sin 2B &= 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) = 2 \sin(\pi - C) \cdot \cos(A-B) \\ &= 2 \sin C \cdot \cos(A-B) \leq 2 \sin C. \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi } \cos(A-B) = 1 \Leftrightarrow A = B. \end{aligned}$$

Câu 82. Chọn C

$$\text{Ta có } \sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos^3 \frac{B}{2}}.$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{A}{2}\right) = \tan \frac{B}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{B}{2}\right) \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow A = B.$$

Câu 83. Chọn C

Ta có $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = -\tan(C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \cdot \tan A \cdot \tan B.$$

Nên $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$

Câu 84. Chọn B

$$\text{Ta có } \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \tan(A+B+C) = \tan[(A+B)+C] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 85.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 86. Chọn D

$$\sin(A+B+2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C.$$

Câu 87. Chọn A

$$\text{Ta có: } \tan A + \tan B + \tan C = (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C}.$$

$$= \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cdot \cos B}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} \right) = \frac{\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$$

Câu 88.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 89. Chọn B

$$a+b+c = \pi, a = 2b \Rightarrow b = \frac{a}{2}; c = \pi - \frac{3a}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin b(\sin b + \sin c) &= \sin^2 b + \sin b \cdot \sin c = \frac{1 - \cos 2b}{2} + \frac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2} \\ &= \frac{1 - \cos a - \cos(\pi - a) + \cos(2a - \pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a. \end{aligned}$$

Câu 90. Chọn D

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C$

$$= 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C = 2 \sin C \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C$$

$$= 2 \sin C \cdot (\cos(A-B) + \cos C) = 4 \sin C \cdot \cos(A-B-C) \cdot \cos(A-B+C)$$

$$= 4 \sin C \cdot \cos \frac{A-B-C}{2} \cdot \cos \frac{A-B+C}{2} = 4 \sin C \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - A \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - B \right) = 4 \sin C \cdot \sin A \cdot \sin B.$$

Câu 91. Chọn B

$$\cos \frac{A-2B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - B - 2B}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{3B}{2} \right) = \sin \frac{3B}{2}.$$

Câu 92. Chọn C

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C=180^\circ \Rightarrow C=180^\circ-(A+B)$.

Do đó $(A+B)$ và C là 2 góc bù nhau.

$$\sin C = \sin(A+B); \cos C = -\cos(A+B).$$

$$\tan C = -\tan(A+B); \cot C = \cot(A+B)$$

Câu 93. Chọn B.

Ta có : $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$.

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác : $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$.

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C.$$

$$= -\tan C(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \tan A \cdot \tan B.$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$

Câu 94. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} \right) + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}}.$$

$$= \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\sin \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\cos \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right) + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}$$

$$= \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}.$$

Câu 95. Chọn C.

Ta có :

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C$$

$$= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B)$$

$$= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C.$$

Câu 96.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\cos(A+B) = -\cos C \Rightarrow \cos A \cdot \cos B + \cos C = \sin A \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow \cos^2 A \cdot \cos^2 B + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C + \cos^2 C = \sin^2 A \cdot \sin^2 B = (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B)$$

$$= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B + \cos^2 A \cdot \cos^2 B$$

$$\Rightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C = 1$$

Câu 97. Chọn A

$$\text{Ta có } \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 \quad (\cos \frac{A}{2} \neq 0 \text{ vì } 0^\circ < A < 180^\circ)$$

$\Leftrightarrow \cos A = 0 \Rightarrow A = 90^\circ$ suy ra tam giác ABC vuông tại A.

Câu 98. Chọn A

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } 2 \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 - 4 \sin^2 B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} + 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 \leq \frac{3}{4} \quad (*)$$

$$\text{AD BĐT Cauchy thì } \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} \geq \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 = (2 \sin B - 1)^2 \geq 0 \quad (2)$$

Từ (*), (1) và (2) suy ra bất thỏa mãn khi và chỉ khi dấu bằng ở (1) và (2) xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \frac{1}{64 \cos^4 A} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 60^\circ \\ \widehat{B} = 30^\circ \\ \widehat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

Nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$ **Chọn A.**

Câu 99. Chọn C.

$$\tan(A+B+C) = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A+B+C = \frac{\pi}{4}$$

Câu 100. Chọn D.

Ta có:

$$A+B+C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A+B-C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

Câu 101. Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A+B+2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A+C = \pi - B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A + B = \pi - C \Rightarrow \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

Câu 102. Chọn C.

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B + C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B + C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$