

Chương 1. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

I. Trắc nghiệm khách quan

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **sai**:

- A. $A \in A$ B. $\emptyset \subset A$ C. $A \subset A$ D. $A \in \{A\}$

Câu 2. Cách viết nào sau đây là đúng:

- A. $a \subset [a; b]$ B. $\{a\} \subset [a; b]$ C. $\{a\} \in [a; b]$ D. $a \in (a; b]$

Câu 3. Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 / k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

Câu 4. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng:

- A. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$ B. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$
C. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

Câu 5. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào có đúng một tập hợp con:

- A. $\emptyset$ B. $\{1\}$ C. $\{\emptyset\}$ D. $\{\emptyset; 1\}$

Câu 6. Chọn kết quả **sai** trong các kết quả sau:

- A. $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$ B. $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$
C. $A \setminus B = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ D. $B \setminus A = A \Leftrightarrow B = \emptyset$

Câu 7. Lớp 10B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hoá) của lớp 10B₁ là:

- A. 9 B. 10 C. 18 D. 28

Câu 8. Hãy điền dấu “>”, “<”, “≥”, “≤” vào ô vuông cho đúng :

Cho 2 khoảng $A = (-\infty; m)$ và $B = (3; +\infty)$. Ta có :

- A. $A \cap B = (3; m)$ khi $m \square 3$ B. $A \cap B = \emptyset$ khi $m \square 3$
C. $A \cup B \neq \mathbb{R}$ khi $m \square 3$ D. $A \cup B = \mathbb{R}$ khi $m \square 3$

Câu 9. Cho tập hợp $C_R A = [-3; \sqrt{8})$; $C_R B = (-5; -2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{11})$. Tập $C_R (A \cap B)$:

- A. $(-3; \sqrt{3})$ B. $\emptyset$ C. $(-5; \sqrt{11})$ D. $(-3; -2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{8})$

Câu 10. Sử dụng các kí hiệu khoảng, đoạn để viết tập hợp $A = [-4; 4] \cup [7; 9] \cup [1; 7)$

- A. $[-4; 9]$ B. $[-4; 7)$ C. $\emptyset$ D. $[-4; 9] \setminus \{7\}$

Câu 11. Cho $A = [1; 4]$, $B = (2; 6)$, $C = (1; 2)$. Tìm $A \cap B \cap C$:

- A. $[0; 4]$ B. $[5; +\infty)$ C. $(-\infty; 1)$ D. $\emptyset$

Câu 12. Cho số thực $a < 0$. Điều kiện cần và đủ để $(-\infty; 9a) \cap \left(\frac{4}{a}; +\infty\right) \neq \emptyset$ là:

A. $-\frac{2}{3} < a < 0$ B. $-\frac{2}{3} \leq a < 0$ C. $-\frac{3}{4} < a < 0$ D. $-\frac{3}{4} \leq a < 0$

Câu 13. Cho $A = [-4; 7]$ và $B = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. Khi đó $A \cap B$ là tập nào sau đây:

A. $[-4; -2] \cup (3; 7]$ B. $[-4; -2) \cup (3; 7]$
C. $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$ D. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$

Câu 14. Cho tập hợp $A = (-\infty; 3]$, $B = (2; +\infty)$. Khi đó, tập $A \cup B$ là

A. $[2; +\infty)$ B. $(-3; 2]$ C. $\mathbb{R}$ D. $(3; +\infty)$

Câu 15. Cho tập hợp $A = [-2; 3]$, $B = (1; 5]$. Khi đó, tập $A \cup B$ là

A. $[-2; 5]$ B. $(1; 3]$ C. $[-2; 1]$ D. $(3; 5]$

Câu 16. Cho tập hợp $A = (-\infty; 3]$, $B = (3; +\infty)$. Khi đó, tập $A \cap B$ là

A. $\square$ B. $\{3\}$ C. $\emptyset$ D. $[3; +\infty)$

Câu 17. Cho tập hợp $A = [-2; 3]$, $B = (1; 5]$. Khi đó, tập $A \setminus B$ là

A. $(-2; 1]$ B. $(-2; -1)$ C. $[-2; 1)$ D. $[-2; 1]$

Câu 18. Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó, tập $C_R A$ là

A. $[2; +\infty)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $(-\infty; -2]$

Câu 19. Cho tập hợp $A = [m; m+2]$, $B = [-1; 2]$. Điều kiện của m để $A \subset B$ là

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$ B. $-1 \leq m \leq 0$ C. $1 \leq m \leq 2$ D. $m < -1$ hoặc $m > 2$

Câu 20. Cho tập hợp $A = (-\infty; m-1]$, $B = [1; +\infty)$. Điều kiện của m để $A \cap B = \emptyset$ là

A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m \leq 2$ D. $m < 2$

II. Tự luận

Bài 1. Xác định các tập: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ biết:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 4\}$
b) $A = [1; 5]$; $B = (-3; 2) \cup (3; 7)$
c) $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{|x-1|} \geq 2\right\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 1\}$
d) $A = [0; 2] \cup (4; 6)$; $B = (-5; 0] \cup (3; 5)$

Bài 2. Tìm phần bù của các tập hợp sau trong $\mathbb{R}$:

a) $A = [-12; 10)$ b) $B = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
c) $C = [3; +\infty) \setminus \{5\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x+2 \leq 5\}$

Bài 3. Xác định điều kiện của a, b để:

a) $A \cap B \neq \emptyset$ với $A = (a-1; a+2)$; $B = (b; b+4]$.
b) $E \subset (C \cup D)$ với $C = [-1; 4]$; $D = \mathbb{R} \setminus (-3; 3)$; $E = [a; b]$.

Bài 4. Tìm m sao cho:

- a) $A \cup B = R$ biết $A = (-\infty; 3]$; $B = [m; +\infty)$.
 b) $C \cup D$ là một khoảng (tùy theo m xác định khoảng đó), biết $C = (m; m+2)$; $D = (-3; 1)$.

Bài 5. Cho $A = (-4; 5]$; $B = (2m-1; m+3)$, tìm m sao cho:

- a) $A \subset B$ b) $B \subset A$ c) $A \cap B = \emptyset$ d) $A \cup B$ là một khoảng

Chương 2. HÀM SỐ

I. Trắc nghiệm khách quan

Câu 1. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1, & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$, ta được kết quả :

- A. $\frac{2}{3}$ B. 15 C. $\sqrt{5}$; D. Kết quả khác.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$ là:

- A. $R \setminus \{-2, 2\}$ B. $(1; +\infty) \setminus \{-2; 2\}$ C. $[1; +\infty) \setminus \{2\}$ D. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x+9}}$ là:

- A. $R \setminus \{3\}$. B. R . C. 1. D. $R \setminus \{-3\}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

- A. $(1; +\infty)$ B. $[1; +\infty)$ C. $[1; 3) \cup (3; +\infty)$ D. $(1; +\infty) \setminus \{3\}$

Câu 5. Hàm số $y = \sqrt{x^2-2x-15} + \sqrt{6-x}$ có tập xác định là :

- A. $(-\infty; -3) \cup (5; 6]$ B. $(-\infty; -3) \cup (5; 6)$ C. $(-\infty; -3] \cup [5; 6]$ D. $(-\infty; -3) \cup [5; 6)$

Câu 6. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{|x|-2}}$ có tập xác định là :

- A. $(-2; 0] \cup (2; +\infty)$ B. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ C. $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$ D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{|x|-1}$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ B. $[-1; 1]$ C. $[1; +\infty)$ D. $(-\infty; -1]$.

Câu 8. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{|2x-3|}$.

- A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$ D. R .

Câu 9. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3x^2 + \sqrt{x}$ B. $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x}}$ C. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = \frac{x-1}{x+2}$

Câu 10. Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là:

- A. $[-2, +\infty)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ C. $\mathbb{R}$ D. $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}$

Câu 11. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$

- A. $m \leq -4$ B. $m < -4$ C. $m < 4$ D. $m > 0$

Câu 12. Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}} + \sqrt{x-m}$ có tập xác định khác rỗng là:

- A. $(-\infty; 3)$ B. $(-3; +\infty)$ C. $(-\infty; 1)$ D. $(-\infty; 1]$

Câu 13. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{x^2-3mx+4}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

- A. $|m| < \frac{4}{3}$ B. $|m| \leq \frac{4}{3}$ C. $|m| > \frac{4}{3}$ D. $|m| \geq \frac{4}{3}$

Câu 14. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$

- A. $-1 \leq m \leq 2$ B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $-1 < m < 2$

Câu 15. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$ xác định với mọi $x > 0$

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 0$ C. $m > 0$ D. $m < 1$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = (-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)x + (\sqrt{3} + \sqrt{2007})$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A. $f(2010) > f(2010\sqrt{2})$ B. $f(2010) = f(2010\sqrt{2})$
C. $f(2010) < f(2010\sqrt{2})$ D. Cả ba khẳng định đều sai.

Câu 17. Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (\sqrt{3}-2)x + (2-\sqrt{3})$ B. $y = (m^2+1)x + m-1$
C. $y = (\sqrt{117}-11)x + 3m+2$ D. $y = \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}\right)x + 3m+2$

Câu 18. Trong các hàm số sau đây: $y = |x|$; $y = x^2 + 4x$; $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu hàm số chẵn?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 19. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không phải** là hàm số lẻ?

- A. $y = x^3 + 1$ B. $y = x^3 - x$ C. $y = x^3 + x$ D. $y = \frac{1}{x}$

Câu 20. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không phải** là hàm số chẵn?

- A. $y = |x+1| + |1-x|$ B. $y = |x+1| - |x-1|$
C. $y = |x^2-1| + |x^2+1|$ D. $y = |x^2+1| - |1-x^2|$

Câu 21. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = |x+1| + |x-1|$ B. $y = |x+3| + |x-2|$ C. $y = 2x^3 - 3x$ D. $y = 2x^4 - 3x^2 + x$

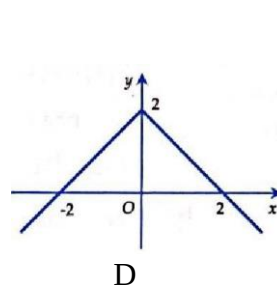
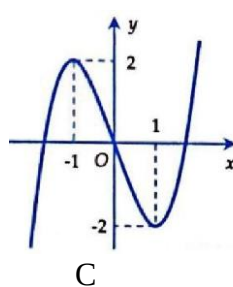
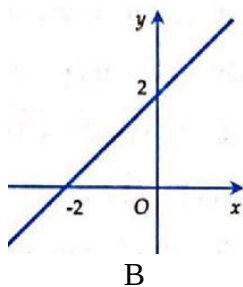
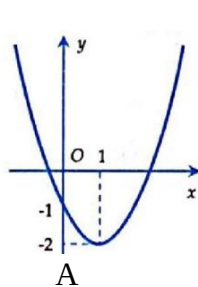
Câu 22. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A. $y = 2x^3 - 3x + 1$ B. $y = 2x^4 - 3x + 2$ C. $y = \sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}$ D. $y = |x+3| + |x-3|$

Câu 23. Tìm giá trị m để hàm số $y = x^3 + 3m^2 - 1x^2 + 3x + m - 1$ là hàm số lẻ

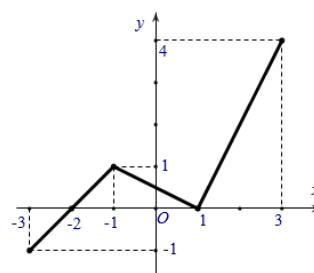
- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = 2$

Câu 24. Các hình dưới đây là đồ thị của các hàm số cùng có tập xác định là $\mathbb{R}$. Trong các đồ thị đó, đâu là đồ thị của một hàm số chẵn?

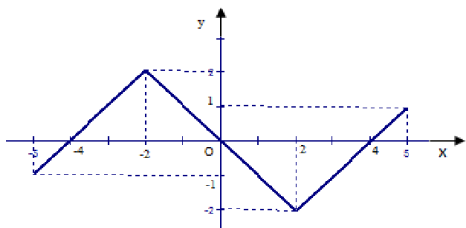


Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ và $(1; 4)$
 C. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$



Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-5; 5]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình dưới



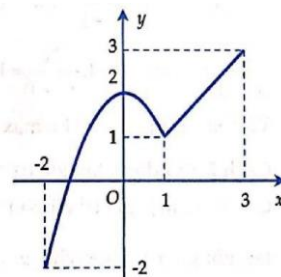
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$ B. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; -2)$ và $(2; 5)$. D. Hàm số chẵn.

Câu 27. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tính $M + m$.

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3



Câu 28. Tìm m để hàm số $y = mx + 1 - x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $m \geq 0$ B. $m > 0$ C. $m < 1$ D. $m > 1$

Câu 29. Tìm m để hàm số $y = (m-1)x - \sqrt{2-m}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $1 < m \leq 2$ B. $m \leq 2$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

Câu 30. Tìm m để hàm số $y = \frac{5-3x}{5-3m}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $m \geq 5/3$ B. $m > 5/3$ C. $m \leq 5/3$ D. $m < 5/3$

Câu 31. Cho các đường thẳng $3y - 6x + 1 = 0, y = -0.5x - 4, y = 3 + \frac{x}{2}, 2y + x = 6, 2x - y = 1, y = 0.5x + 1$

Trong các đường thẳng trên có bao nhiêu cặp đường song song với nhau?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 32. Các đường thẳng $y = -5(x+1)$, $y = 3x+a$, $y = ax+3$ đồng qui với giá trị của a là:

- A. -10 B. -11 C. -12 D. -13

Câu 33. Cho đường thẳng $d: y = ax+b$. Tìm $4a+b$ biết (d) cắt đường thẳng $y = 2x+5$ tại điểm có hoành độ -2 và cắt đường thẳng $y = -3x+4$ tại điểm có tung độ bằng -2.

- A. $4a+b = -\frac{7}{2}$ B. $4a+b = \frac{7}{2}$ C. $4a+b = -\frac{5}{2}$ D. $4a+b = \frac{5}{2}$

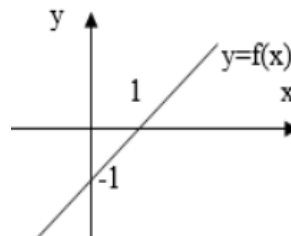
Câu 34. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?

A. $f(x) = -x-1$

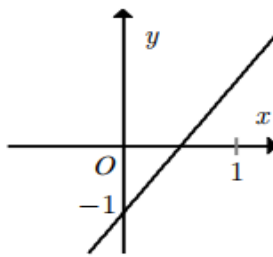
B. $f(x) = -x+1$

C. $f(x) = x+1$

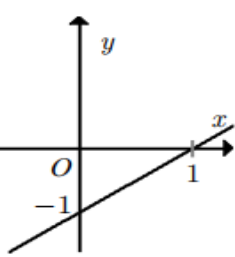
D. $f(x) = x-1$



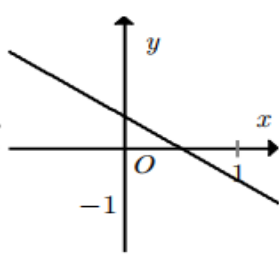
Câu 35. Hàm số $y = 2x-1$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?



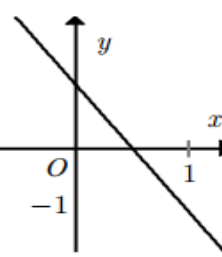
A.



B.



C.



D.

Câu 36. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x-2| - 3|x-1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -3

Câu 37. Tìm m để phương trình: $3|x-1| - |2x+2| = m$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $m > 6$ B. $m > -4$ C. $m > -1$ D. $m > -1/2$

Câu 38. Cho 2 đường thẳng $(d): y = 2x$ và $(d'): y = 2x - 3$. Ta có thể coi (d') có được là do tịnh tiến (d) :

A. Lên trên 3 đơn vị.

B. Xuống dưới 3 đơn vị.

C. Sang trái $3/2$ đơn vị.

D. Sang phải 3 đơn vị.

Câu 39. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$ lên trên 1 đơn vị rồi sang trái 3 đơn vị được đồ thị hàm số nào?

- A. $y = -\frac{2}{x+1} - 3$ B. $y = -\frac{2}{x+1} + 3$ C. $y = -\frac{2}{x+3} + 1$ D. $y = -\frac{2}{x-3} + 1$

Câu 40. Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$. Khi đó:

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên $(-2; \infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên $(-2; \infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x+2) = x^2 - 3x + 2$ thì $f(x)$ bằng:

A. $y = f(x) = x^2 + 7x - 12$

B. $y = f(x) = x^2 - 7x - 12$

C. $y = f(x) = x^2 + 7x + 12$

D. $y = f(x) = x^2 - 7x + 12$

Câu 42. Xác định (P) : $y = -2x^2 + bx + c$, biết (P) có đỉnh là $I(1;3)$

A. (P) : $y = -2x^2 + 4x + 1$

B. (P) : $y = -2x^2 + 3x + 1$

C. (P) : $y = -2x^2 - 4x + 1$

D. (P) : $y = -2x^2 + 4x - 1$

Câu 43. Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của (P) : $y = 2x - x^2$ và Δ : $y = 3x - 6$. Giá trị của $b+d$ bằng:

A. 7

B. -7

C. 15

D. -15

Câu 44. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

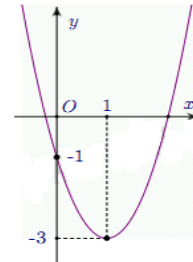
Phương trình của parabol này là:

A. $y = 2x^2 - 4x - 1$

B. $y = 2x^2 + 3x - 1$

C. $y = 2x^2 + 8x - 1$

D. $y = 2x^2 - x - 1$



Câu 45. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây ?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Câu 46. Khi tịnh tiến parabol $y = 2x^2$ sang trái 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số:

A. $y = 2(x + 3)^2$

B. $y = 2x^2 + 3$

C. $y = 2(x - 3)^2$

D. $y = 2x^2 - 3$

Câu 47. Cho hàm số $y = -3x^2 - 2x + 5$. Đồ thị hàm số này có thể được suy ra từ đồ thị hàm số $y = -3x^2$ bằng cách:

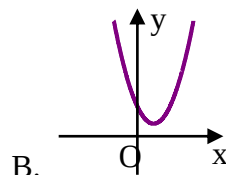
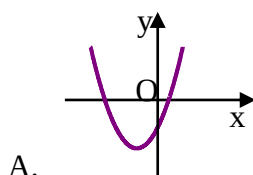
A. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang trái $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi lên trên $\frac{16}{3}$ đơn

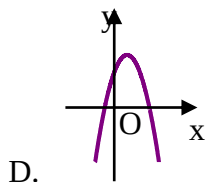
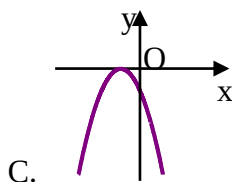
B. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang phải $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi lên trên $\frac{16}{3}$ đơn vị

C. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang trái $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi xuống dưới $\frac{16}{3}$ đơn vị

D. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang phải $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi xuống dưới $\frac{16}{3}$ đơn vị.

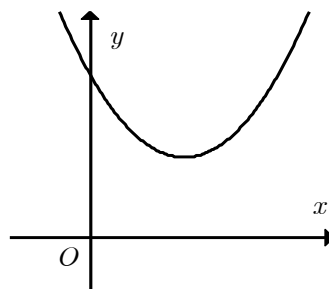
Câu 48. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0$, $c > 0$ thì đồ thị của nó có dạng:





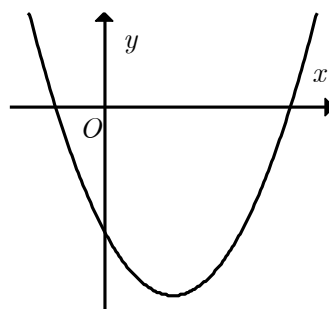
Câu 49. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



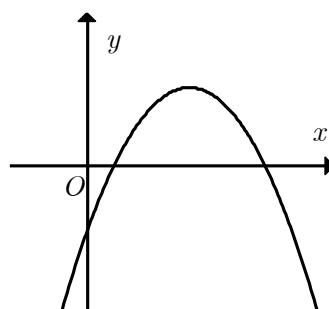
Câu 50. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



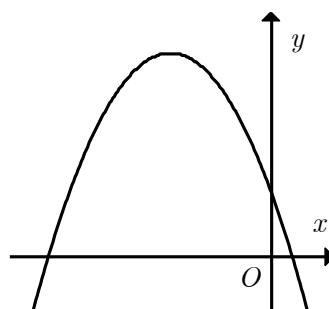
Câu 51. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c < 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Câu 52. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



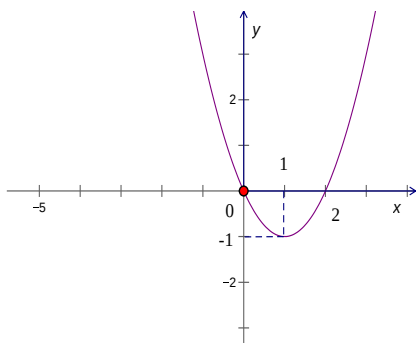
Câu 53. Hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{2}$?

- A. $y = 4x^2 - 3x + 1$.
- B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$.
- C. $y = -2x^2 + 3x + 1$.
- D. $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Câu 54. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$

- A. -4.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 55. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 2x$. B. $y = -x^2 + 2x + 1$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^2 - 2x + 1$.

Câu 56. Gọi (P) là đồ thị hàm số $y = a(x - m)^2$. Để parabol (P) có tọa độ đỉnh là (1; 0) và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1 thì:

- A. $a = -1; m = 1$. B. $a = 1; m = 1$. C. $a = -1; m = -1$. D. $a = 1; m = -1$.

Câu 57. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- A. $m < -\frac{9}{4}$ B. $m > -\frac{9}{4}$ C. $m > \frac{9}{4}$ D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 58. Tìm giá trị m để phương trình $-2x^2 - 4x + 3 = m$ có nghiệm.

- A. $1 \leq m \leq 5$ B. $-4 \leq m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 4$ D. $m \leq 5$

Câu 59. Tìm giá trị m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm

- A. $m \geq 3$ B. $m \geq -3$ C. $m \geq 2$ D. $m \geq -2$

Câu 60. Với giá trị nào của m thì phương trình $|x^2 - 2|x| - 3| = m$ có 6 nghiệm?

- A. $0 < m < 3$. B. $3 < m < 4$. C. $m > 4$. D. $m < 0$.

II. Tự luận

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2009x - 2010}$

b. $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 + x + 1}$

c. $y = \frac{1}{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}$

d. $y = \sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+2}$

e. $y = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{2x+5}{3x^2 + 7x + 4}$

f. $y = \frac{x^2 + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

g. $y = \sqrt{-(x-1)^2(3-2x)^2(4x-3)^4}$

h. $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$

Bài 2. Xác định m để hàm số xác định trên tập hợp:

a. $y = \frac{3x+1}{x^2 - 2mx + 4}$ xác định trên R

b. $y = \frac{x-2m}{x^2 - (2m+1)x + m^2 + m}$ xác định với mọi $x \in (-2; 5]$

c. $y = \sqrt{2m-x} + \sqrt{x+3m-5}$ xác định với mọi $x \in [0; 1]$

d. $y = \sqrt{2x-5m+7} + \frac{x^2-x-2}{x+4-m}$ xác định với mọi $x \in [4; +\infty)$

Bài 3. Xác định tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a. $y = |2x-1| + |2x+1|$

b. $y = |x|^3 \cdot x$

c. $y = \sqrt{x^2 - 4x}$

d. $y = x^2 + 2x$

e. $y = \frac{-3x}{(x-1)(x+1)}$

f. $y = \sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}$

g. $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } x \leq -1 \\ 0 & \text{khi } -1 < x < 1 \\ x^3 - 1 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

Bài 4. Cho hàm số $y = (3m - 2)x + 6m - 9$. Xác định m để :

- Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng : $x + 4y + 20 = 0$.
- Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $x - 2y - 4 = 0$ tại điểm có tung độ bằng -1 .
- Đồ thị hàm số cắt trục Ox ; Oy tại M, N sao cho tam giác OMN cân.
- $y > 0$ với mọi $x \in [-2; 3]$
- $(3m - 2)x + 6m - 9 \leq 0$ đúng với mọi $x \in (2; +\infty)$
- Khoảng cách từ $O(0; 0)$ đến đồ thị hàm số là lớn nhất.

Bài 5. Cho đường thẳng $(d) : (2m+3)x + (m-1)y = 5$. Xác định m để:

- (d) cùng phương với trục Ox .
- (d) vuông góc với trục Ox .
- (d) song song với đường thẳng $23x - y - 2018 = 0$
- (d) có hướng đi lên từ trái sang phải.
- (d) cắt trục Ox tại M , cắt trục Oy tại N sao cho $ON = 2OM$

Bài 6. Cho hàm số $y = |3x - 2| - |x + 2|$

- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của x để $y > 0$.
- Dựa vào đồ thị biện luận theo m số nghiệm phương trình $|3x - 2| - |x + 2| = m$.

Bài 7. Cho hàm số $y = (m - 1)x^2 - 2x - m + 3$. Xác định m để :

- Đồ thị hàm số là một đường thẳng.
- Đồ thị hàm số là parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{-3}{2}$.
- Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh nằm trên trục hoành.
- Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại M, N sao cho $\overline{OM} = 2\overline{ON}$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- $y \leq 0$ đúng với mọi $x \in [1; 3]$

Bài 8. a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 6x + 5$, (P)

b. Từ đồ thị (P) suy ra đồ thị (P_1) và (P_2)

$$b1. y = |x^2 - 6x + 5| \text{ (P}_1\text{)} \quad b2. y = x^2 - 6|x| + 5 \text{ (P}_2\text{)}$$

c. Biện luận theo m số nghiệm phương trình sau:

$$c1. |x^2 - 6x + 5| = 2m - 1 \quad c2. x^2 - 6|x| + 5 = m$$

d. Tìm m để phương trình $x^2 - 6x + 5 = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $1 < x_1 < x_2 < 5$

Bài 9. Tìm m để:

- GTNN của hàm số $y = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 2$ trên $[0; 2]$ bằng 3.
- GTLN của hàm số $y = -2x^2 - 2mx + m + 5$ trên $[1; 3]$ bằng 5.

CHƯƠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

I. Trắc nghiệm khách quan

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{2x - x^2}$ là:

- $T = \{0\}$
- $T = \emptyset$
- $T = \{0; 2\}$
- $T = \{2\}$

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{x}}{x} = \sqrt{-x}$ là:

- $S = \{0\}$
- $S = \emptyset$
- $S = \{1\}$
- $S = \{-1\}$

Câu 3. Hãy chỉ ra khẳng định sai:

- $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0$
- $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x=1$
- $|x|=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$
- $\sqrt{x-3} = 2 \Rightarrow x-3=4$

Câu 4. Tìm m để phương trình $(m^2 - 9)x = 3m(m - 3)$ có nghiệm duy nhất:

- $m = 3$
- $m = -3$
- $m = 0$
- $m \neq -3$ và $m \neq 3$

Câu 5. Với giá trị nào của p thì phương trình $p^2x - p = 9x - 3$ có vô số nghiệm

- A. $p = 3$ hoặc $p = -3$ B. $p = 3$ C. $p = -3$ D. $p = 9$ hoặc $p = -9$

Câu 6. Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $mx - m = 0$ vô nghiệm.

- A. $\emptyset$ B. $\{0\}$ C. $(0; +\infty)$ D. $\square$

Câu 7. Phương trình $(m^2 - 2m)x = m^2 - 3m + 2$ có nghiệm khi:

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m \neq 0$ và $m \neq 2$ D. $m \neq 0$

Câu 8. Với giá trị nào của a thì phương trình: $3|x| + 2ax = -1$ có nghiệm duy nhất:

- A. $a > \frac{3}{2}$ B. $a < -\frac{3}{2}$ C. $a \neq \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$ D. $a < -\frac{3}{2}$ hoặc $a > \frac{3}{2}$

Câu 9. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có một nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $a = 0$ B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ C. $a = b = 0$ D. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$

Câu 10. Phương trình $x^2 + m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m \leq 0$ D. $m \geq 0$

Câu 11. Nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 5 = 0$ có thể xem là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

- A. $y = x^2$ và $y = -3x + 5$ B. $y = x^2$ và $y = -3x - 5$
C. $y = x^2$ và $y = 3x - 5$ D. $y = x^2$ và $y = 3x + 5$

Câu 12. Điều kiện cần và đủ để phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu là

- A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Câu 13. $\sqrt{2}$ và $\sqrt{3}$ là hai nghiệm của phương trình :

- A. $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$ B. $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$
C. $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$ D. $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$

Câu 14. Phương trình $(m - 1)x^2 + 3x - 1 = 0$. Phương trình có nghiệm khi:

- A. $m \geq -\frac{5}{4}$ B. $m \leq -\frac{5}{4}$ C. $m = -\frac{5}{4}$ D. $m \geq -\frac{5}{4}$ và $m \neq 1$

Câu 15. Tìm số nguyên k nhỏ nhất sao cho phương trình: $2(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ vô nghiệm:

- A. $k = -1$ B. $k = 0$ C. $k = 1$ D. $k = 2$

Câu 16. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 1 = 0$. Ta có tổng $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Câu 17. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $2x^2 - 4x - 1 = 0$. Khi đó, giá trị của $T = |x_1 - x_2|$ là:

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. 4

Câu 18. Cho phương trình $(x - 1)(x^2 - 4mx - 4) = 0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi:

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m \neq 0$ C. $m \neq \frac{3}{4}$ D. $m \neq -\frac{3}{4}$

Câu 19. Để hai đồ thị $y = -x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - m$ có hai điểm chung thì:

- A. $m = -3,5$ B. $m < -3,5$ C. $m > -3,5$ D. $m \geq -3,5$

Câu 20. Nếu a, b, c, d là các số khác 0, biết c và d là nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$ và a, b

là nghiệm của phương trình $x^2 + cx + d = 0$. Thế thì: $\frac{b+d}{a+c}$ bằng:

- A. -2 B. 1 C. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ D. -1

Câu 21. Nếu m, n là nghiệm của phương trình $x^2 + mx + n = 0, m \neq 0, n \neq 0$. Thế thì tổng các nghiệm là:

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. -2

Câu 22. Phương trình $|5x+2| = -|5x-2|$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. vô số

Câu 23. Với giá trị nào của tham số a thì phương trình: $(x^2 - 5x + 4)\sqrt{x-a} = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $a < 1$ B. $1 \leq a < 4$ C. $a \geq 4$ D. Không có a

Câu 24. Cho phương trình: $(x^2 - 2x + 3)^2 + 2(3-m)(x^2 - 2x + 3) + m^2 - 6m = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm :

- A. $m \in R$ B. $m \geq 8$ C. $m \leq -2$ D. $m \geq 2$

Câu 25. Phương trình $(1-\sqrt{3})x^4 + 2x^2 + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 0$ có:

- A. 1 nghiệm B. 2 nghiệm C. 3 nghiệm D. 4 nghiệm

Câu 26. Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. Hãy điền vào chỗ có dấu(...) để được khẳng định đúng:

$$0 < x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$x_1 \leq x_2 < 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Câu 27. Hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x - y = 2 \\ -2x + my = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi:

- A. $m=1$ hoặc $m=2$ B. $m=-1$ hoặc $m=2$
C. $m \neq -1$ và $m \neq 2$ D. $m=-1$ hoặc $m=-2$

Câu 28. Tìm số nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y + x^2 = 4x \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 29. Tìm số nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 30. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x = y^2 - y + m \\ y = x^2 - x + m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m=-1$ B. $m=-2$ C. $m=1$ D. $m=2$

Câu 31. Tìm số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 6y^2 - 5xy = 0 \\ 4x^2 + 2xy + 6x = 27 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 32. Cho $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2m - 1 \\ x^2 + y^2 = 2m^2 + 2m - 3 \end{cases}$. Tìm m để xy nhỏ nhất.

- A. $m=-1$ B. $m=\frac{3}{2}$ C. $m=-\frac{3}{2}$ D. $m=1$

II. Tự luận

Bài 1. Giải và biện luận các phương trình sau:

a. $m^2(x+1) - 4x = 2m^2 + m - 6$ b. $(m+2)x^2 + 2mx + 1 = 0$

$$c. \frac{(2m-1)x+2}{x-2} = m+1$$

$$d. |4x-3m| = 2x+m$$

$$e. \frac{x+2}{x-m} = \frac{x+1}{x-1}$$

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0 (*)$

- Tìm m để phương trình có nghiệm kép.
- Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
- Tìm m để PT (*) có hai nghiệm thỏa mãn:
 - $x_1 = 2x_2$
 - Hiệu hai nghiệm bằng 1.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = \frac{1}{3}$ và tính nghiệm còn lại.

Bài 3. Cho phương trình $(m^2 - 9)x^2 + 2(m+3)x + 1 = 0$

- Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Bài 4. Biết x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $5x^2 - 7x + 1 = 0$. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm là: $\frac{x_1}{x_2+1}, \frac{x_2}{x_1+1}$.

Bài 5. Cho phương trình $mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0$

- Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm các giá trị của m để phương trình có một nghiệm nhỏ hơn 1, còn nghiệm kia lớn hơn 1.
- Tìm m sao cho phương trình có hai nghiệm và tổng các bình phương của các nghiệm cộng với tổng các nghiệm bằng 11.

Bài 6. Tìm m để:

- Phương trình $(x^2 + 2x + 2)^2 + 2(x^2 + 2x + 2) - 3 = m$ có nghiệm.
- Phương trình $(x^2 - 1)(x+3)(x+5) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

Bài 7. Giải các phương trình sau:

- $|3x^2 - 7x + 10| = |2x^2 + 3x - 14|$
- $|x^2 - 6x - 2| = 3 - 2x$
- $|3x - 5| = 2x^2 + x - 3$
- $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$
- $\sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2x - 1$
- $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$

Bài 8. Giải và biện luận các phương trình sau theo tham số m :

- $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 3m-1 \\ (m+2)x - y = 1-m \end{cases}$
- $\begin{cases} (m+4)x - (m+2)y = 4 \\ (2m-1)x + (m-4)y = m \end{cases}$

Bài 9. Tìm m nguyên để hệ $\begin{cases} 2mx + 3y = m \\ x + y = m + 1 \end{cases}$ có nghiệm nguyên. Tìm các nghiệm nguyên đó.

Bài 10. a) Tìm một số nguyên dương có hai chữ số, biết rằng số đó chia cho tích hai chữ số của nó thì được thương là 2 và dư là 18. Còn lấy tổng bình phương các chữ số của số đó cộng với 9 thì được số đã cho.

b) Tìm một số nguyên dương có hai chữ số, biết hiệu của hai chữ số đó bằng 3. Nếu viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì được một số bằng $\frac{4}{5}$ số ban đầu trừ đi 10.

Bài 11. Tùy theo giá trị của m hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = (x - 2y + 1)^2 + (2x + my + 5)^2$.

Bài 12. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \begin{cases} 6x^2 + 13xy + 6y^2 = 0 \\ 2x^2 - x - y^2 - y + 2 = 0 \end{cases} & \text{b. } \begin{cases} x^2 - 3x = y^2 + 1 \\ y^2 - 3y = x^2 + 1 \end{cases} & \text{c. } \begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases} \\ \text{d. } \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 17 \end{cases} & \text{e. } \begin{cases} 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases} & \text{f. } \begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases} \end{array}$$

Bài 13. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m \end{cases}$$

PHẦN 2. HÌNH HỌC.

I. Trắc nghiệm khách quan

TỔNG CỦA HAI VÉC TƠ

Câu 1. Điều kiện nào sau đây không phải là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC , với M là trung điểm của BC .

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GC}$ B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ C. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu 2. Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB

A. $OA = OB$ B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Câu 3. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 4. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 6. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$

Câu 8. Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

A. $2a$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $4a$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a; CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó :

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2a$ D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$.

Câu 10. Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}|$ là:

A. M nằm trên đường trung trực của BC .
B. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
C. M nằm trên đường trung trực của IJ với I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- D. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R=2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA=2IB$.

HIỆU CỦA HAI VECTO

Câu 11. Chọn khẳng định sai?

- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.
 B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB}$.
 C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.
 D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{BI}=\vec{0}$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó $|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{BO}|$

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Câu 13. Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đều khác vector – không. Trong đó hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng, hai vector $\vec{a}$, $\vec{c}$ đối nhau. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng hướng. B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
 C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau. D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Độ dài của vector $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}$ là:

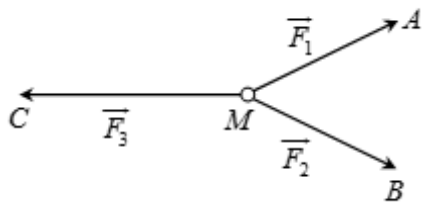
- A. $a\sqrt{3}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $3a$.

Câu 15. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}|$ là:

- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16. Cho ba lực $\vec{F}_1=\overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2=\overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3=\overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và $\angle AMB=60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



- A. $50\sqrt{2} N$. B. $50\sqrt{3} N$. C. $25\sqrt{3} N$. D. $100\sqrt{3} N$.

TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vector $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ là

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $2\overrightarrow{AC}$. C. $3\overrightarrow{AC}$. D. $5\overrightarrow{AC}$.

Câu 18. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là

- A. $\forall M: \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. B. $\forall M: \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}$.
 C. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$. D. $\exists k \in R: \overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Câu 19. Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến AM .

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 20. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Câu 21. Cho tam giác ABC . Để điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M phải thỏa mãn mệnh đề nào?

A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.

B. M là trọng tâm tam giác ABC .

C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

D. M thuộc trung trực của AB .

Câu 22. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?

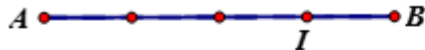
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

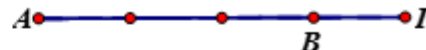
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}|$.

Câu 23. Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



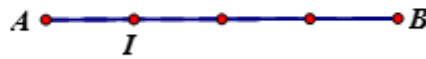
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 24. Xét các phát biểu sau:

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$

(2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

Trong các câu trên, thì:

A. Câu (1) và câu (3) là đúng.

B. Câu (1) là sai.

C. Chỉ có câu (3) sai.

D. Không có câu nào sai.

Câu 25. Cho vector $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.

C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng phương.

D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Câu 26. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$.

C. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$.

Câu 27. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}|$?

A. $A = 2a$.

B. $A = a$.

C. $A = a\sqrt{3}$.

D. $A = a\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho tam giác ABC và I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$.

D. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Câu 29. Phát biểu nào là sai?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.

C. Nếu $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

Câu 30. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sai?

A. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

B. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$.

C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$.

D. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Câu 31. Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

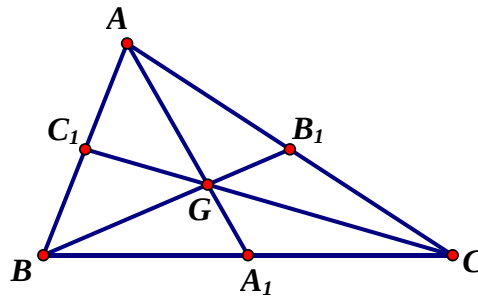
Câu 32. Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định sai?

A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$.



Câu 33. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$.

Câu 34. Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$. Vector cùng hướng với $\vec{x}$ là:

A. $2\vec{a} - \vec{b}$.

B. $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

C. $4\vec{a} + 2\vec{b}$.

D. $-\vec{a} + \vec{b}$. Cho hình

biểu hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó M là trung điểm của:

A. AB .

B. BC .

C. AD .

D. CD .

Câu 35. Cho tam giác ABC , điểm I thỏa mãn: $5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Nếu $\overrightarrow{IA} = m\overrightarrow{IM} + n\overrightarrow{IB}$ thì cặp số $(m; n)$ bằng:

A. $\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

C. $\left(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Câu 36. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 3MC$. Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 37. Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thỏa: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là:

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Câu 38. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vectơ $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $\sqrt{17}$.

B. $2\sqrt{15}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{17}$.

Câu 39. Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{NI} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{NI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

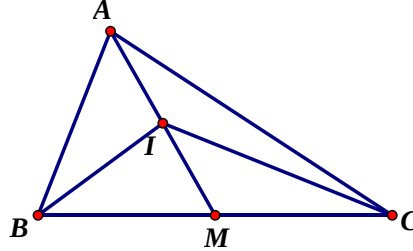
Câu 40. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA}$.



Câu 41. Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5$?

A. 1.

B. 2.

C. vô số.

D. Không có điểm nào.

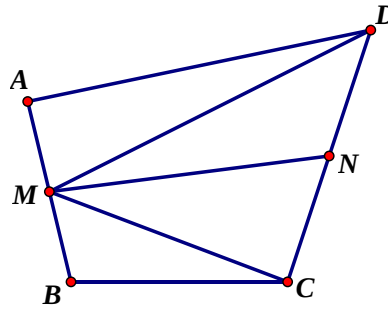
Câu 42. Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.



Câu 43. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$.

TRỤC TỌA ĐỘ & HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 44. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Vec tơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(-1;2)$.

B. $(-1;-2)$.

C. $(1;2)$.

D. $(1;-2)$.

Câu 45. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1;-1)$.

Câu 46. Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2;2); B(3;5)$. Tọa độ của đỉnh C là:

A. $(1;7)$.

B. $(-1;-7)$.

C. $(-3;-5)$.

D. $(2;-2)$.

Câu 47. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(4;-6)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;4)$.

D. $(4;6)$.

Câu 48. Cho $\vec{a} = (-5;0), \vec{b} = (4;x)$. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là:

- A. -5. B. 4. C. -1. D. 0.

Câu 49. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

- A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.
 B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.
 C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.
 D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Câu 50. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

- A. $x = 3$. B. $x = -15$. C. $x = 15$. D. $x = 5$.

Câu 51. Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

- A. $(10; -15)$. B. $(15; 10)$. C. $(10; 15)$. D. $(-10; 15)$.

Câu 52. Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

- A. $(-3; 3)$. B. $(8; -2)$. C. $(-8; 2)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 53. Cho $A(1; -2)$, $B(2; 6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

- A. $(0; 10)$. B. $(0; -10)$. C. $(10; 0)$. D. $(-10; 0)$.

Câu 54. Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5; -4)$, $C(3; 7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1; 18)$. B. $E(7; 15)$. C. $E(7; -1)$. D. $E(7; -15)$.

Câu 55. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3; 3)$, $B(1; 4)$, $C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

- A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Câu 56. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0)$, $B(5; -4)$, $C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; -5)$. B. $D(8; 5)$. C. $D(-8; 5)$. D. $D(8; -5)$.

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

- A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$. C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. D. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Câu 58. Cho $K(1; -3)$. Điểm $A \in Ox$, $B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A. $(0; 3)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. C. $(0; 2)$. D. $(4; 2)$.

Câu 59. Cho $M(2; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Tọa độ B là:

- A. $(1; 1)$. B. $(-1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; -1)$.

Câu 60. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
 C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 61. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

- A. $|\vec{a}| = 5$. B. $|\vec{b}| = 0$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$. D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 62. Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2; 7)$ qua trục Ox, Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:

A. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

B. $B'(-7;2)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

C. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(-7;-2)$.

D. $B'(-2;-7)$, $B''(7;2)$ và $B'''(2;-7)$.

Câu 63. Tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tọa độ A và B là:

A. $A(4;12)$, $B(4;6)$.

B. $A(-4;-12)$, $B(6;4)$.

C. $A(-4;12)$, $B(6;4)$.

D. $A(4;-12)$, $B(-6;4)$.

Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

A. $(0;4)$.

B. $(2;0)$.

C. $(2;4)$.

D. $(0;2)$.

CHƯƠNG II: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO VÀ ỨNG DỤNG

I. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ ($0^\circ - 180^\circ$)

Câu 1: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào sai?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$

D. $\cot \alpha = \cot \beta$

Câu 2: Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin \alpha < 0$

B. $\cos \alpha > 0$

C. $\tan \alpha > 0$

D. $\cot \alpha < 0$

Câu 3: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$

B. $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$

C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$

D. $\sin 60^\circ = -\cos 150^\circ$

Câu 4: Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos \alpha < \cos \beta$

B. $\sin \alpha < \sin \beta$

C. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$

D. $\cot \alpha > \cot \beta$

Câu 5: Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin \alpha = -\sin(180^\circ - \alpha)$

B. $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

C. $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$

D. $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$

Câu 6: Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\sin \alpha = \cos \beta$

B. $\tan \alpha = \cot \beta$

C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$

D. $\cos \alpha = -\sin \beta$

II. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

Câu 7: Cho tam giác ABC có $A(-4, 0)$, $B(4, 6)$, $C(-1, -4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là :

A. $(4, 0)$

B. $(-4, 0)$

C. $(0, -2)$

D. $(0, 2)$

Câu 8: Cho tam giác ABC có: $A(4;3)$; $B(2;7)$; $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

A. $(1;-4)$

B. $(-1;4)$

C. $(1;4)$

D. $(4;1)$

Câu 9: Cho tam giác ABC có $A(-3, 6)$, $B(9, -10)$, $C(-5, 4)$. Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tọa độ là

A. $(\frac{1}{3}, 0)$

B. $(-4, \frac{1}{3})$

C. $(3, 2)$

D. $(3, -2)$

Câu 10: Cho ΔABC có $A(6, 0)$, $B(3, 1)$, $C(-1, -1)$. Số đo góc B trong ΔABC là :

A. 15°

B. 135°

C. 120°

D. 60°

Câu 11: Cho $A(1, -1)$, $B(3, 2)$. Tìm M trên trục Oy sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0; 1)$

B. $M(0; -1)$

C. $M(0; \frac{1}{2})$

D. $M(0; -\frac{1}{2})$

Câu 12: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-2; -1)$. Giá trị $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là :

- A. $-\frac{4}{5}$ B. 0 C. $\frac{3}{5}$ D. -1

Câu 13: Tìm điểm M trên Ox để khoảng cách từ đó đến N(2, 3) bằng 5 là :

- A. M(6; 0) B. M(-2; 0) C. M(6; 0) hay M(-2; 0) D. M(3; 1)

Câu 14: Cho hai điểm A(2; 2), B(5; -2). Tìm M trên Ox sao cho : $\angle AMB = 90^\circ$.

- A. M(0, 1) B. M(6, 0) hay M(1; 0) C. M(1, 6) D. M(6, 1)

Câu 15: Cho tam giác ABC có AB = 2cm, BC = 3cm, CA = 5cm. Tích $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là :

- A. 13 B. 15 C. 17 D. Kết quả khác.

Câu 16: Cho $\vec{u} = (3; 4)$; $\vec{v} = (-8; 6)$. Câu nào sau đây đúng ?

- A. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ B. $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương
C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$ D. $\vec{u} = -\vec{v}$.

Câu 17: Trong hệ toạ độ (O; $\vec{i}; \vec{j}$), cho $\vec{a} = -\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của $\vec{a}$ là :

- A. $\frac{6}{5}$ B. 1 C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 18: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với $\vec{a}$:

- A. 6 B. 3 C. -6 D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 19: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Góc $\alpha = (\vec{a}; \vec{b})$

- A. 45° B. 30° C. 60° D. 120° .

Câu 20: Cho 4 điểm A(1; 2); B(-1; 3); C(-2; -1); D(0; -2). Câu nào sau đây đúng

- A. ABCD là hình vuông B. ABCD là hình chữ nhật
C. ABCD là hình thoi D. ABCD là hình bình hành.

Câu 21: Cho A(-1; 2); B(3; 0); C(5; 4). Giá trị của $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ là:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

Câu 22: Cho $\vec{a} = (-3; 4)$; $\vec{b} = (4; 3)$. Kết luận nào sau đây sai.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ B. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$

Câu 23: Cho $\vec{a} = (4; -8)$. Vectơ nào sau đây không vuông góc với $\vec{a}$.

- A. $\vec{b} = (2; 1)$ B. $\vec{b} = (-2; -1)$ C. $\vec{b} = (-1; 2)$ D. $\vec{b} = (4; 2)$

Câu 24: Cho $\vec{a} = (1; 2)$; $\vec{b} = (4; 3)$; $\vec{c} = (2; 3)$. Kết quả của biểu thức : $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$ là

- A. 18 B. 28 C. 20 D. 0

Câu 25: Cho ΔABC vuông tại A. AB = a, BC = 2a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. a^2 B. $-a^2$ C. $\frac{1}{2}a^2$ D. $a^2\sqrt{3}$

Câu 26: Cho ΔABC vuông tại A, AB = a, BC = 2a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$:

- A. $3a^2$ B. a^2 C. $-a^2$ D. $-3a^2$

Câu 27: Cho các điểm A(1, 1); B(2, 4); C(10, -2). Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$:

- A. 24 B. -24 C. 0 D. -30

Câu 28: Cho 3 điểm A(1, 4); B(3, 2); C(5, 4). Chu vi tam giác ABC bằng bao nhiêu ?

- A. $4 + 2\sqrt{2}$ B. $4 + 4\sqrt{2}$ C. $8 + 8\sqrt{2}$ D. $2 + 2\sqrt{2}$

Câu 29: Cho tam giác ABC đều cạnh a và M là điểm thuộc tia đối của tia BC sao cho $BC = 2MB$. Khi đó giá trị của $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CM}$ là:

- A. $\frac{-3a^2}{2}$ B. $\frac{-3a^2}{4}$ C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$

Câu 30: Cho tam giác ABC đều cạnh a , điểm M thuộc đường tròn tâm O và thỏa mãn

$$\overrightarrow{MAMB} + \overrightarrow{MBMC} + \overrightarrow{MCMA} = \frac{a^2}{4}. \text{ Bán kính đường tròn đó là:}$$

- A. $R = a$ B. $R = \frac{a}{4}$ C. $R = \frac{a}{2}$ D. $R = \frac{3a}{2}$

Câu 31: Cho tam giác ABC , gọi H là trực tâm của tam giác và M là trung điểm của BC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}BC^2$ B. $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}BC^2$ C. $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{1}{4}BC^2$ D. $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{1}{5}BC^2$

Câu 32: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$ và $5(\vec{a} - \vec{b}) + 4\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó giá trị của

$$M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} \text{ là:}$$

- A. 19,25 B. $-\frac{77}{2}$ C. 18,25 D. -18,25

Câu 33: Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai ?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$ B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$
C. $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{a^2}{6}$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$

Câu 34: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- A. $\cos B + \cos C = 2\cos A$ B. $\sin B + \sin C = 2\sin A$
C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2}\sin A$ D. $\sin B + \cos C = 2\sin A$

Câu 35: Gọi $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

- A. $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ B. $S = a^2 + b^2 + c^2$
C. $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ D. $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$

Câu 36: Cho ΔABC với $a = 17,4$; $B = 44^\circ 33'$; $C = 64^\circ$. Cạnh b bằng bao nhiêu ?

- A. 16,5 B. 12,9 C. 15,6 D. 22,1

Câu 37: Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó :

- A. $A = 30^\circ$ B. $A = 45^\circ$ C. $A = 60^\circ$ D. $A = 75^\circ$

Câu 38: Một tam giác có ba cạnh là 13, 14, 15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu ?

- A. 84 B. $\sqrt{84}$ C. 42 D. $\sqrt{168}$.

Câu 39: Một tam giác có ba cạnh là 26, 28, 30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

- A. 16 B. 8 C. 4 D. $4\sqrt{2}$

Câu 40: Một tam giác có ba cạnh là 52, 56, 60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

- A. $\frac{65}{8}$ B. 40 C. 32,5 D. $\frac{65}{4}$.

Câu 41: Cho tam giác ABC có $A(1; -1)$; $B(3; -3)$; $C(6; 0)$. Diện tích ΔABC là

- A. 12 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. 9.

Câu 42: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40km/h. Hỏi sau 1 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

- A. 13 B. $15\sqrt{13}$ C. $10\sqrt{13}$ D. 15

TỰ LUẬN.

Bài 1. Cho tam giác ABC, hãy xác định các điểm I, J, K, L biết rằng:

a. $\vec{IA} - 2\vec{IB} = \vec{0}$ b. $\vec{JA} - \vec{JB} - 2\vec{JC} = \vec{0}$ c. $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{BC}$ d. $\vec{LA} + \vec{LB} + 2\vec{LC} = \vec{0}$

Bài 2. Cho tam giác ABC, tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn:

a. $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2}|\vec{MB} + \vec{MC}|$ b. $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MB} + \vec{MC}|$ c. $(\vec{MA} + \vec{MB}).(\vec{MA} + \vec{MC}) = 0$

Bài 3. Cho tam giác ABC, M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$

a. Hãy phân tích vecto $\vec{AM}$ theo hai vecto $\vec{AB}, \vec{AC}$.

b. CMR vecto $\vec{v} = \vec{NB} + \vec{NC} - 2\vec{NA}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm N. Hãy dựng vecto $\vec{v}$.

c. Gọi N là trung điểm của cạnh AC, I nằm trên đoạn AM sao cho $AI = \frac{3}{5}AM$. Chứng minh rằng ba điểm B, I, N thẳng hàng.

d. Gọi J là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC. CMR $a.\vec{JA} + b.\vec{JB} + c.\vec{JC} = \vec{0}$ (với $a=BC, b=AC, c=AB$)

e. CMR nếu tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $a.\vec{GA} + b.\vec{GB} + c.\vec{GC} = \vec{0}$ với G là trọng tâm tam giác ABC thì tam giác ABC đều.

Bài 4. Cho tứ giác ABCD. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

a. Chứng minh hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.

b. Chứng minh tứ giác ABCD và MNPQ có cùng trọng tâm.

c. Tìm quỹ tích các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = k$ ($k \in \mathbb{R}$).

d. Giả thiết $A(-8;0), B(0;4), C(2;0), D(-3;-5)$. CMR tứ giác ABCD nội tiếp được trong đường tròn.

e. Xét đường thẳng Δ bất kỳ, hãy tìm vị trí của điểm M trên Δ sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}|$ đạt GTLN, GTNN.

Bài 5. Cho tam giác ABC.

a. CMR $\vec{AB}.\vec{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$. Từ đó hãy viết các hệ thức khác tương tự.

b. Áp dụng tính p-dông tÝnh $\vec{AB}.\vec{AC}$ với $AB=5; BC=7; CA=8$.

c. Tính góc A.

d. Tìm quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\vec{MA}.\vec{MB} = k$ ($k \in \mathbb{R}$).

Bài 6. Tính góc của hai vecto trong các trường hợp sau:

a. $\vec{a}(1;-2), \vec{b}(-1;-3)$ b. $\vec{a}(3;-4), \vec{b}(4;3)$ c. $\vec{a}(2;5), \vec{b}(3;-7)$

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2;4), B(1;2), C(6;2)$

a. Tính độ dài các cạnh của tam giác.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác.
- Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.
- Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác.
- Tính diện tích tam giác ABC.
- Tìm điểm M trên trục Ox, N trên trục Oy sao cho 4 điểm A, B, M, N thẳng hàng.
- Tìm điểm J trên Ox sao cho cách đều A và B.
- Tìm tọa độ điểm K trên trục Ox sao cho $|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tọa độ trục tâm H của tam giác ABC.
- Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC, với G là trọng tâm.

- CMR: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2, \forall M$
- Tìm vị trí điểm M để tổng $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất.
- Tìm quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = k^2$.

Bài 9. Cho tam giác đều ABC cạnh a và hai điểm M, N trên các cạnh AB, AC : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$.
Hãy tìm giá trị của a để:

- $BN \perp CM$
- Góc hợp bởi $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CM}$ bằng 120° .

Bài 10. Cho tam giác ABC có $AB = 6, AC = 8, A = 60^\circ$. Kẻ đường phân giác AD của tam giác ABC.

- Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Tính độ dài đường phân giác AD.

Bài 11. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 6, BC = 5$. Kẻ đường phân giác trong AE và phân giác ngoài AF của tam giác ABC.

- Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Hãy tính độ dài 2 đường phân giác AE, AF.

Bài 12. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Gọi I, J là hai điểm sao cho $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

- Hãy xác định các điểm I và J.
- Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{IJ}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ}; \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- Tính độ dài IJ.

Bài 13. Cho tam giác ABC.

- Xác định điểm I sao cho $3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$
- Chứng minh hai đường thẳng nối hai điểm M, N xác định bởi hệ thức: $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ luôn đi qua một điểm cố định.
- Tìm tập hợp các điểm H sao cho $|3\overrightarrow{HA} - 2\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}|$.
- Tìm tập hợp các điểm K sao cho $2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| = 3|\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KB}|$.
- M là điểm tùy ý. Tìm vị trí điểm M để $MA^2 + MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 14. Cho hình bình hành ABCD tâm O. Gọi M, N là hai điểm trên hai cạnh AB, CD sao cho: $3AM = AB, 2CN = CD$.

- a. Biểu thị $\overrightarrow{AN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
- b. Gọi G là trọng tâm tam giác BMN. Biểu thị $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
- c. Gọi I thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = \frac{6}{11} \overrightarrow{BC}$. Chứng minh A, I, G thẳng hàng.
- d. Tìm tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 4AB$.

– Hết –