

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Câu 3. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 4. Giá trị hàm số $y = \cos x$ tại $x = -\pi$ bằng

A. -1 .

B. 0 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1 .

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin 2x$ bằng

A. 2 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -1 .

Câu 6. Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m > 1$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $m < -1$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 8. Có 3 cuốn sách Toán khác nhau và 4 cuốn sách Vật lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách trong số các cuốn sách đó?

A. 12 .

B. 7 .

C. 3 .

D. 4 .

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vector \vec{u} biến điểm $A(4; -3)$ thành điểm $B(2; -1)$, khi đó

A. $\vec{u}(6; -4)$.

B. $\vec{u}(2; -2)$.

C. $\vec{u}(-2; 2)$.

D. $\vec{u}(2; 2)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay $Q_{(O, 180^\circ)}$ biến điểm $A(2; -5)$ thành điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(-5; 2)$.

B. $N(5; -2)$.

C. $P(-2; 5)$.

D. $Q(2; -5)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$ biến đường thẳng $d : 2x + y - 3 = 0$ thành đường thẳng có phương trình

- A. $x - 2y - 3 = 0$. B. $x - 2y + 3 = 0$. C. $2x + y + 6 = 0$. D. $2x + y - 6 = 0$.

Câu 12. Phép vị tự $V_{(I,-3)}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ có diện tích bằng 10. Khi đó, diện tích tam giác ABC bằng

- A. 30. B. 90. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{10}{9}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (2,5 điểm)

Giải các phương trình sau

- a) $2 \cos x = \sqrt{3}$. b) $\tan x + 1 = 0$. c) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2 \cos 2x$.

Câu 14. (1,0 điểm)

Từ các chữ số 1, 2, 4, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn, có 4 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 15. (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(3; -2)$ và đường tròn $(C) : (x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$.

a) Tìm tọa độ điểm M' là ảnh của điểm M qua phép vị tự $V_{(O,-2)}$.

b) Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OM'}$. Tìm điểm A thuộc đường thẳng $x = -4$, điểm B thuộc (C) sao cho $ABOM'$ là hình bình hành.

Câu 16. (1,0 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + 2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x$.

b) Cho phương trình $(1-m) \tan^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3m = 0$. Tìm m để phương trình có nhiều

hơn một nghiệm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	B	A	C	B	D	B	C	C	B	D

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
13. (2,5 điểm)		
a)	$2 \cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$	0,5
	$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,5
b)	$\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 = \tan \left(-\frac{\pi}{4} \right)$	0,5
	$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,5
c)	$\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2 \cos 2x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \cos 2x \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos 2x$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = 2x + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
14. (1,0 điểm)		
	Gọi số cần lập có dạng $n = \overline{abcd}$, với a, b, c, d lấy từ các chữ số 1, 2, 4, 5, 6, 8 và đôi một phân biệt. Do n chẵn, nên để tạo ra n , ta thực hiện các công đoạn sau: +) Chọn d : Có 4 cách chọn, từ các chữ số 2, 4, 6, 8.	0,5
	+) Chọn c : Có 5 cách chọn (trừ chữ số đã chọn cho d). +) Chọn b : Có 4 cách chọn (trừ 2 chữ số đã chọn cho d, c). +) Chọn a : Có 3 cách chọn (trừ 3 chữ số đã chọn cho d, c, b). Vậy theo quy tắc nhân, có tất cả $4.5.4.3 = 240$ cách tạo ra n , tức là có 240 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,5
15. (2,5 điểm)		
a)	Ta có $V_{(0,-2)} : M(3; -2) \mapsto M'(x; y) \Rightarrow \begin{cases} x = -2.3 = -6 \\ y = -2.(-2) = 4 \end{cases}$	0,5
	Vậy $M'(-6; 4)$.	0,5
b)	(C) có tâm $I(-1; 3)$ và bán kính $R = 3$, $\overrightarrow{OM'} = (-6; 4)$.	0,25
	$T_{\overrightarrow{OM'}} : I(-1; 3) \mapsto I'(x; y) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + (-6) = -7 \\ y = 3 + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow I'(-7; 7).$	0,25
	Do phép $T_{\overrightarrow{OM'}}$ biến (C) thành (C') nên (C') có tâm $I'(-7; 7)$ và bán kính $R' = R = 3$.	0,25

	Vậy $(C') : (x + 7)^2 + (y - 7)^2 = 9$.	0,25
	Do $ABOM'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow T_{\overrightarrow{OM'}} : B \mapsto A$ Mà $B \in (C) \Rightarrow A \in (C'); x = -4 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow A(-4; 7)$.	0,25
	Từ $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow B(2; 3)$. Vậy $A(-4; 7), B(2; 3)$	0,25
16. (1,0 điểm)		
	Ta có $y = 1 + 2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x = 1 + 2 \sin^2 x - 3(1 - \sin^2 x) = -2 + 5 \sin^2 x$.	0,25
	Có $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -2 \leq -2 + 5 \sin^2 x \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.	
a)	Do đó +) GTLN của hàm số bằng 3, đạt được khi $\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. +) GTNN của hàm số bằng -2, đạt được khi $\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	$(1 - m) \tan^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3m = 0$. Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Phương trình đã cho tương đương với $(1 - m) \sin^2 x - 2 \cos x + (1 + 3m) \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 4m \cos^2 x - 2 \cos x + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m(4 \cos^2 x - 1) - (2 \cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(2m \cos x + m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ 2m \cos x = 1 - m \end{cases}$	0,25
b)	Xét $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên ta có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$. Do đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình $2m \cos x = 1 - m$ phải có nghiệm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $m \neq 0$ và $\cos x = \frac{1 - m}{2m} \in (0; 1) \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 0 < \frac{1 - m}{2m} < 1 \\ \frac{1 - m}{2m} \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{3}; 1\right) \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ Vậy $m \in \left(\frac{1}{3}; 1\right) \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.