

Chương 1. VECTO

- ♦ *Khái niệm vectơ*
- ♦ *Tổng và hiệu của hai vectơ*
- ♦ *Tích của vectơ với một số*
- ♦ *Tọa độ vectơ và tọa độ điểm*

Bài 1. VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm vectơ

- ♦ Vectơ là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu vectơ có điểm đầu A , điểm cuối B là $\overrightarrow{AB}$.
- ♦ Giá của vectơ là đường thẳng chứa vectơ đó.
- ♦ Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$.

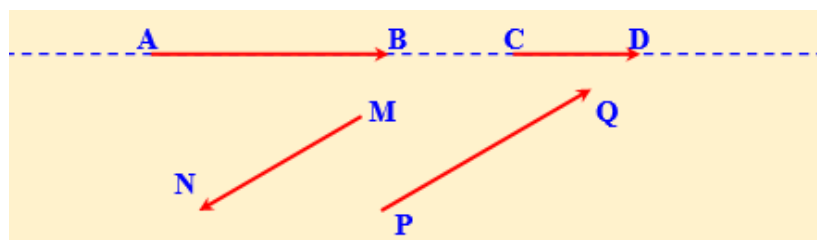
Các ví dụ vectơ $\overrightarrow{AB}$



- Điểm đầu A .
- ♦ Điểm cuối B
- Phương (giá) đường thẳng qua hai điểm A, B .
- Hướng từ A đến B .

2. Hai vectơ cùng phương Hai vectơ được gọi là **cùng phương** nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Các ví dụ

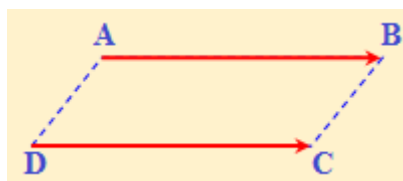


- $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{PQ}$.

Nhận xét

- Hai vectơ cùng phương có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.
- Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

3. Hai vectơ bằng nhau Hai vectơ được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.



▪ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng chiều $\overrightarrow{DC}$ và $AB = DC$

4. Vectơ – không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, kí hiệu $\vec{0}$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hai điểm phân biệt A, B . Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng và bao nhiêu vectơ khác nhau và khác $\vec{0}$.

Lời giải

.....

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, AC .

- a. Nêu các vectơ có điểm đầu và điểm cuối là A, B, C .
- b. Nêu các vectơ bằng $\overrightarrow{PQ}$.
- c. Nêu các vectơ đối của $\overrightarrow{PQ}$.

Lời giải

.....

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AB .

- a. Các vectơ nào cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$.

- b.** Các vectơ nào ngược hướng với $\overrightarrow{BC}$.
- c.** Nêu các vectơ bằng nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Tìm các vectơ khác $\vec{0}$ thỏa

- a.** Có điểm đầu và điểm cuối là A, B, C, D .
- b.** Các vectơ bằng nhau có điểm đầu hoặc điểm cuối là O .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5: Cho 4 điểm bất kì A, B, C, D . Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy chỉ ra các vectơ ($\neq \vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là một trong bốn điểm $ABCD$. Trong số các vectơ trên, hãy chỉ ra?
- a.** Các vectơ cùng phương.
 - b.** Các cặp vectơ cùng phương nhưng ngược hướng.
 - c.** Các cặp vectơ bằng nhau.
- Câu 2:** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O .
- a.** Tìm các vectơ khác các vectơ không ($\neq \vec{0}$) và cùng phương với $\overrightarrow{AO}$.
 - b.** Tìm các vectơ bằng với các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.
 - c.** Hãy vẽ các vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ và có điểm đầu là O, D, C .
- Câu 3:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo.

- a. Tìm các vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- b. Tìm các vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{OA}$.
- c. Vẽ các vectơ bằng với $\overrightarrow{OA}$ và có điểm ngọn là A, B, C, D .
- Câu 4:** Cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đó?
- Câu 5:** Cho 5 điểm A, B, C, D, E phân biệt. có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đó ?
- Câu 6:** Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .
- a. Chứng minh $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
- b. Tìm các vectơ bằng với $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{C'A'}$.
- Câu 7:** Cho vectơ $\overrightarrow{AB}$ và một điểm C . Hãy dựng điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- Câu 8:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC .
- Chứng minh $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{QN}, \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{PN}$.
- Câu 9:** Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh
- a. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}, |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$.
- b. Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$ thì $ABCD$ là hình chữ nhật.
- Câu 10:** Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh là a . Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
- Câu 11:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh là a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.
- Câu 12:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO}$.
- Câu 13:** Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trực tâm H . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$.
- Câu 14:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
- Câu 15:** Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$, B' là điểm đối xứng với B qua O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$.
- Câu 16:** Tứ giác $ABCD$ là hình gì nếu có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- Câu 17:** Cho $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$. So sánh về độ dài, phương và hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- Câu 18:** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ khác vectơ không. Khi nào có đẳng thức xảy ra?
- a. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$.
- b. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$.
- Câu 19:** Cho $\triangle ABC$. Vẽ D đối xứng với A qua B , E đối xứng với B qua C và F đối xứng với C qua A . Gọi G là giao điểm giữa trung tuyến AM của $\triangle ABC$ với

trung tuyến DN của $\triangle DEF$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và GD .

Chứng minh

a. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NM}$.

b. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$ và M là một điểm không thuộc các cạnh của tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vẽ điểm P đối xứng với M qua D , điểm Q đối xứng với P qua E , điểm N đối xứng với Q qua F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{NA}$.

Câu 21: Cho hai $\triangle ABC$ và $\triangle AEF$ có cùng trọng tâm G . Chứng minh $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FC}$.

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi E, F lần lượt là giao điểm của AM, AN với BD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FD}$.

Câu 23: Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ $AH \perp BD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DH và BC . Kẻ $BK \perp AM$ và cắt AH tại E . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EB}$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Vectơ là một đoạn thẳng

A. Có hướng.

B. Có hướng dương, hướng âm.

C. Có hai đầu mút.

D. Thỏa cả ba tính chất trên.

Câu 2: Hai vectơ có cùng độ dài và ngược hướng gọi là

A. Hai vectơ bằng nhau.

B. Hai vectơ đối nhau.

C. Hai vectơ cùng hướng.

D. Hai vectơ cùng phương.

Câu 3: Hai vectơ bằng nhau khi hai vectơ đó có

A. Cùng hướng và có độ dài bằng nhau.

B. Song song và có độ dài bằng nhau.

C. Cùng phương và có độ dài bằng nhau.

D. Thỏa mãn cả ba tính chất trên.

Câu 4: Nếu hai vectơ bằng nhau thì

A. Cùng hướng và cùng độ dài.

B. Cùng phương.

C. Cùng hướng.

D. Có độ dài bằng nhau.

Câu 5: Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Khi đó khẳng định nào sau đây **sai**?

A. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

B. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

C. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

D. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $AC = BC$

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.

B. Có ít nhất 2 vectơ cùng phương với mọi vectơ.

C. Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.

D. Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- B. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
- C. Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- D. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài.

Câu 8: Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.
- B. Hai vectơ không bằng nhau thì chúng không cùng phương.
- C. Hai vectơ bằng nhau thì có giá trùng nhau hoặc song song nhau.
- D. Hai vectơ có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.
- B. Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
- C. Vectơ-không là vectơ không có giá.
- D. Điều kiện đủ để 2 vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

Câu 10: Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là vectơ $\vec{0}$.
- D. Có hai vectơ cùng phương với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Câu 11: Cho vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có vô số vectơ $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.
- B. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = \vec{a}$.
- C. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u} = -\vec{a}$.
- D. Không có vectơ $\vec{u}$ nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.

Câu 12: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương.
- B. Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
- C. Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.
- D. Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.

Câu 13: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Hai vectơ cùng phương thì bằng nhau.
- B. Hai vectơ ngược hướng thì có độ dài không bằng nhau.
- C. Hai vectơ cùng phương và cùng độ dài thì bằng nhau.
- D. Hai vectơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.

Câu 14: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. B. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Câu 15: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Vectơ là một đường thẳng có hướng.
 B. Vectơ là một đoạn thẳng.
 C. Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.
 D. Vectơ là một đoạn thẳng không phân biệt điểm đầu và điểm cuối.

Câu 16: Cho vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. Được gọi là vectơ suy biến. B. Được gọi là vectơ có phương tùy ý.
 C. Được gọi là vectơ không, kí hiệu là $\vec{0}$. D. Là vectơ có độ dài không xác định.

Câu 17: Vectơ có điểm đầu D điểm cuối E được kí hiệu như thế nào là đúng?

- A. DE . B. ED . C. $|\overrightarrow{DE}|$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Câu 18: Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 19: Cho tam giác ABC có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác vectơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 20: Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Câu 21: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương thì cùng hướng.
 B. Hai vectơ cùng hướng thì cùng phương.
 C. Hai vectơ cùng phương thì có giá song song nhau.
 D. Hai vectơ cùng hướng thì có giá song song nhau.

Câu 22: Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
 C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$. D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Câu 23: Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là

- A. 2. B. 6. C. 13. D. 12.

Câu 24: Cho tam giác đều ABC , cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = a$. B. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = a$. D. $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BC}$.

- Câu 25:** Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
 C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.
- Câu 26:** Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
 B. Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 C. Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình vuông.
 D. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- Câu 27:** Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?
- A. 4. B. 8. C. 10. D. 12.
- Câu 28:** Chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau
- A. Vectơ là một đoạn thẳng có định hướng.
 B. Vectơ không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
 C. Hai vectơ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
 D. Cả A, B, C đều đúng.
- Câu 29:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó
- A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
 B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{CA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
 C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{CA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
 D. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 30:** Cho đoạn thẳng AB , I là trung điểm của AB . Khi đó
- A. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$.
 C. $|\overrightarrow{BI}| = 2|\overrightarrow{AI}|$. D. $|\overrightarrow{BI}| = |\overrightarrow{AI}|$.
- Câu 31:** Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A. $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.
- Câu 32:** Cho hình bình hành $ABCD$. Các vectơ là vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AD}$ là
- A. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.
- Câu 33:** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ là
- A. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$. B. $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. C. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$. D. $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.

Câu 34: Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Mỗi vectơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

B. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

C. $\left|\vec{0}\right|=0, \left|\overrightarrow{PQ}\right|=\overline{PQ}$.

D. $\left| \overrightarrow{AB} \right| = AB = BA.$

Câu 35: Cho khẳng định sau

(1). Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

(2). Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

(3). Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

(4). Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 36: Câu nào **sai** trong các câu sau đây

A. Vector đối của $\vec{a} \neq \vec{0}$ là vector ngược hướng với vector $\vec{a}$ và có cùng độ dài với vector $\vec{a}$.

B. Vector đối của vector $\vec{0}$ là vector $\vec{0}$.

C. Nếu $\overrightarrow{MN}$ là một vectơ đã cho thì với điểm O bất kì ta luôn có thể viết $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$.

D. Hiệu của hai vectơ là tổng của vectơ thứ nhất với vectơ đối của vectơ thứ hai.

Câu 37: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P .

Khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.

B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$.

C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$.

D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 38: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Các vector đối của vector $\overrightarrow{OD}$ là

A. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DA}.$

C. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BC}$.

Câu 39: Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EG}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BE}$.

D. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.

Câu 40: Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

A. 42.

B. 3.

C. 9.

D. 27 .

Câu 41: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định **sai**?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OP}$.

B. $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\left| \overrightarrow{PQ} \right| = \left| \overrightarrow{MN} \right|$.

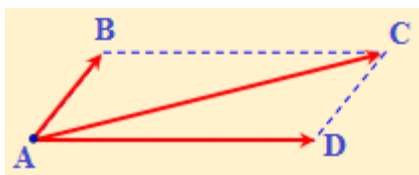
D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Bài 2. TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng của hai vectơ:

- o Quy tắc ba điểm : với ba điểm bất kỳ A, B, C ta có $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$.
- o Quy tắc 3 điểm còn được gọi là hệ thức Chasles dùng để cộng các vectơ liên tiếp, có thể mở rộng cho trường hợp nhiều vectơ như sau: $\overrightarrow{A_1A_n} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n}$.
- o Quy tắc hình bình hành: cho $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.



- o **Chú ý:** Quy tắc hình bình hành dùng để cộng các vectơ chung gốc.
- o Tính chất: • $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ • $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ • $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

2. Hiệu của hai vectơ

- o Vectơ đối: của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.
- o Tổng của hai vectơ đối là vectơ $\vec{0}$: $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$.
- o Với ba điểm A, B, C bất kì, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

VẤN ĐỀ 1: Chứng minh đẳng thức vectơ

- o Quy tắc 3 điểm: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$, chèn điểm C .
- o Quy tắc 3 điểm (phép trừ): $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$, hiệu hai vectơ cùng gốc.
- o Quy tắc hình bình hành : Với hình bình hành $ABCD$ là luôn có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Chú ý: Về mặt thực hành, ta có thể lựa chọn một trong các trường hợp biến đổi

sau:

Hướng 1: Biến đổi một vế thành vế còn lại ($VT \Rightarrow VP$ hoặc $VP \Rightarrow VT$).

Khi đó :

- + Nếu xuất phát từ vế phức tạp, ta cần thực hiện việc đơn giản biểu thức.
- + Nếu xuất phát từ vế đơn giản, ta cần thực hiện việc phân tích vectơ.

Hướng 2: Biến đổi đẳng thức cần chứng minh về 1 đẳng thức đã biết là luôn đúng.

Hướng 3: Biến đổi đẳng thức vectơ đã biết là luôn đúng thành đẳng thức cần CM.

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M bất kì. Chứng minh:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh:

a. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}.$

b. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Chứng minh: $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

VẤN ĐỀ 2: Tính độ dài vector tổng

- ◆ Biến đổi vector tổng, hiệu đã cho thành một vector duy nhất. Tìm độ dài vector đó.
- ◆ Dùng định nghĩa dựng vector tổng bằng hình vẽ. Tính độ dài.

VÍ DỤ

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC đều, cạnh bằng 10. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , có cạnh $AB = 5$ và $AC = 12$. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
- Câu 2:** Cho 4 điểm A, B, C, D tùy ý. Chứng minh rằng:
- a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

b. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

c. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Câu 3: Cho 5 điểm A, B, C, D, E tùy ý. Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

b. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{ED}$.

Câu 4: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

b. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.

c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

d. Nếu $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 5: Cho 7 điểm A, B, C, D, E, F, G . Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GF}$.

c. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC = 2(\text{cm})$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$?

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trọng tâm G . Tính các giá trị của các biểu thức sau

a. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

b. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

c. $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$.

Câu 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 5(\text{cm}), BC = 10(\text{cm})$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $B = 60^\circ, BC = 2(\text{cm})$. Tìm $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|, |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|, |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$?

Câu 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $A = 30^\circ, \overrightarrow{AB} = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính $|\overrightarrow{AC}|, |\overrightarrow{AI}|, |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|, |\overrightarrow{BC}|$?

Câu 11: Cho hình thang vuông tại A và D có $AB = AD = a, C = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{CD}|, |\overrightarrow{BD}|$?

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ACEF$.

a. Dựng các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{FN} = \overrightarrow{BD}$.

b. Chứng minh $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 13: Cho tam giác ABC .

a. Xác định các điểm D và E sao cho: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

b. Chứng minh C là trung điểm của đoạn thẳng ED .

Câu 14: Cho hình bình hành $ABCD$.

a. Hãy xác định các điểm M, P sao cho $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AB}$.

b. Chứng minh rằng P là trung điểm của đoạn thẳng DP .

- Câu 15:** Cho 4 điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow AB$ và CD có cùng trung điểm.
- Câu 16:** Cho tam giác ABC . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.
- Câu 17:** Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ đều là $100N$ và $\angle AMB = 60^\circ$. Tìm cường độ và hướng của $\overrightarrow{F_3}$.

D – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Chọn phát biểu **sai**?
- A. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$, $k \neq 0$.
 B. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}$, $k \neq 0$.
 C. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$, $k \neq 0$.
 D. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.
- Câu 2:** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .
- A. $OA = OB$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$. C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.
- Câu 3:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.
- Câu 4:** Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của 2 đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?
- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 5:** Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a . Độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ bằng
- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 6:** Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $|\overrightarrow{GA}| + |\overrightarrow{GB}| + |\overrightarrow{GC}| = 0$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$.
- Câu 7:** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .
- A. $OA = OB$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$. C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.
- Câu 8:** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; BC = 5$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$?
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.
- Câu 10:** Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a . Khi đó, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$ bằng

- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ bằng véctơ nào sau đây?

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{DC}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng véctơ nào?

- A. $\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{PB}$. C. $\overrightarrow{AP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 12: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Câu 13: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 3, AC = 4$. Véctơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ có độ dài bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 15: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $2a$. D. a .

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 17: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $7a$. B. $6a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $5a$.

Câu 18: Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
C. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$, giao điểm của hai đường chéo là O . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 22: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 23: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 24: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 25: Cho $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
B. $ABCD$ là hình bình hành. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 26: Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Câu 27: Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 28: Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- A. $IA = IB$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Câu 29: Cho $\triangle ABC$ cân ở A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC}$.

Câu 30: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Câu 31: Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

- A. $\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DA}$. C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{AB}$

Câu 32: Cho bốn điểm A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 33: Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$. B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 34: Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

- A. M là đỉnh của hình bình hành $ACBM$. B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
C. M trùng C . D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 35: Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$ bằng bao nhiêu?

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài 3. TÍCH CỦA VECTO SỐ VỚI SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tích của một số đối với một vectơ

o **Định nghĩa:** Cho một số thực $k \neq 0$ và một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$.

Tích $k.\vec{a}$ là một vectơ có cùng hướng $\vec{a}$ khi $k > 0$.

Tích $k.\vec{a}$ là một vectơ có ngược hướng $\vec{a}$ khi $k < 0$.

o **Tính chất**

$$\blacksquare k(\vec{a} + \vec{b}) = k.\vec{a} + k.\vec{b}.$$

$$\blacksquare (k + h).\vec{a} = k.\vec{a} + h.\vec{a}.$$

$$\blacksquare 1.\vec{a} = \vec{a}.$$

$$\blacksquare k.(h.\vec{a}) = (kh).\vec{a}.$$

$$\blacksquare (-1).\vec{a} = -\vec{a}.$$

$$\blacksquare 0.\vec{a} = \vec{0}.$$

o **Điều kiện để hai vectơ cùng phương:** điều kiện cần và đủ để 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là tồn tại một số k để $\vec{a} = k.\vec{b}$.

2. Trung điểm đoạn thẳng và trọng tâm tam giác

▪ I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ hay $\vec{IA} = -\vec{IB}$.

▪ I là trung điểm AB và M là điểm bất kì $2\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB}$.

▪ G là trọng tâm ΔABC và M bất kỳ $\Leftrightarrow 3\vec{MG} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$.

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

VẤN ĐỀ 1: Chứng minh đẳng thức vectơ

- Quy tắc 3 điểm: $\vec{AB} = \vec{AM} + \vec{MB}$, chọn điểm M .
- Quy tắc 3 điểm (phép trừ): $\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}$, hiệu hai vectơ cùng gốc.
- Quy tắc hình bình hành: Với hình bình hành $ABCD$ luôn có $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
- Cách thường dùng: biến đổi một vế cho đến khi ra vế còn lại.
- Cách bắc cầu: biến đổi hai vế cho ra cùng một kết quả

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có 3 trung tuyến là AM , BN , CP . Chứng minh:

a. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

b. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm AC , BD . CMR:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

VẤN ĐỀ 2: Xác định điểm thỏa điều kiện cho trước

- o Biến đổi đẳng thức vector đã cho về dạng $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$, trong đó A là điểm cố định, $\vec{v}$ là một vector cố định.
- o Lấy điểm A là gốc dựng vector bằng $\vec{v}$ thì điểm ngọn chính là điểm M cần tìm.

VÍ DỤ

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC . Hãy xác định vị trí điểm M thỏa điều kiện

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

VẤN ĐỀ 3: Chứng minh ba điểm thẳng hàng

o Để chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng, ta chứng minh: $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ (1).

Để nhận được (1), ta lựa chọn một trong hai hướng sau:

- Sử dụng các qui tắc biến đổi vectơ.
- Xác định (tính) vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ thông qua một tổ hợp trung gian.

Chú ý:

- Dựa vào lời bình 3, ta có thể suy luận được phát biểu sau: " Cho ba điểm A, B, C . Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là: $\overrightarrow{MC} = \alpha \cdot \overrightarrow{MA} + (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{MB}$ với điểm M tùy ý và số thực α bất kỳ". Đặc biệt khi: $0 \leq \alpha \leq 1$ thì $C \in AB$. Kết quả trên còn được sử dụng để tìm điều kiện của tham số k (hoặc m) cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng.
- Nếu không dễ nhận thấy k trong biểu thức $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$, ta nên quy đồng biểu thức phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ để tìm ra số k .

o Để chứng minh $AB \parallel CD$ ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{DC}$.

VÍ DỤ

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC . Lấy M trên cạnh BC sao cho $MB = 3MC$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC . Lấy M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Hãy tính các vectơ sau theo $\vec{a}$, $\vec{b}$.

- a. $\overrightarrow{DI}$ với I là trung điểm BC .
- b. $\overrightarrow{AG}$ với G là trọng tâm $\triangle CDI$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M , N theo thứ tự là trung điểm của AB , CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$. Chứng minh 3 điểm B , P , N thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Cho $\triangle ABC$ có M , D lần lượt là trung điểm của AB , BC và N là điểm thỏa $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Gọi K là trung điểm của MN . Hãy tính các vectơ $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{KD}$ theo $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 2:** Cho $\triangle ABC$. Trên hai cạnh AB và AC lấy hai điểm D và E sao cho $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{EA}$. Gọi M , I lần lượt là trung điểm của DE và BC . Hãy tính vectơ $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MI}$ theo $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 3:** Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D thỏa: $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AD}$. Chứng minh: B , C , D thẳng hàng.
- Câu 4:** Cho $\triangle ABC$, lấy điểm M , N , P sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

- a. Tính $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PN}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- b. Chứng minh ba điểm: M, N, P thẳng hàng.
- Câu 5:** Cho ΔABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Hãy biểu thị các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ theo các vectơ $\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{CP}$.
- Câu 6:** Cho ΔABC . Gọi I, J nằm trên cạnh BC và BC kéo dài sao cho $2CI = 3BI, 5JB = 2JC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác.
- a. Tính $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- b. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Câu 7:** Cho ΔABC có G là trọng tâm tam giác và I là điểm đối xứng của B qua G . M là trung điểm của BC . Hãy tính $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{CI}, \overrightarrow{MI}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Câu 8:** Cho ΔABC có trọng tâm là G và các đường trung tuyến AM, BP . Gọi G' là điểm đối xứng với điểm G qua P . Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AG'}, \overrightarrow{CG'}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và Chứng minh hệ thức: $5\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{AB} = 6\overrightarrow{MG'}$.
- Câu 9:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CD . Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$.
- Câu 10:** Cho tứ giác $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AD, BC . Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ và theo $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DB}$.
- Câu 11:** Cho ΔDEF . Dựng điểm H sao cho $\overrightarrow{EH} = 4\overrightarrow{ED} - 3\overrightarrow{EF}$ và chứng minh điểm H nằm trên DF .
- Câu 12:** Cho ΔABC có I là trung điểm của trung tuyến AM và D là điểm thỏa hệ thức: $3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BI}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và chứng minh ba điểm B, I, D thẳng hàng.
- Câu 13:** Cho hình bình hành $ABCD$.
- a. Dựng các điểm E, F sao cho: $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.
- b. Dựng điểm G sao cho tứ giác $AEGF$ là hình bình hành.
- c. Chứng minh 3 điểm A, C, G thẳng hàng.
- Câu 14:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm của AB và I là điểm thỏa hệ thức: $3\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{ID}$. Chứng minh ba điểm A, C, E thẳng hàng.
- Câu 15:** Cho ΔABC .
- a. Dựng các điểm K, L sao cho: $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}, 2\overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \vec{0}$.
- b. Chứng minh ba điểm A, K, L thẳng hàng.
- Câu 16:** Cho ΔABC . Gọi M là trung điểm của cạnh AB , N và P là hai điểm thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}, \overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PC} = \vec{0}$. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.
- Câu 17:** Cho ΔABC . Hai điểm M, N được xác định bởi: $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}, \overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Chứng minh MN đi qua trọng tâm ΔABC .
- Câu 18:** Cho ΔABC .

a. Dựng các điểm D, E thỏa các hệ thức: $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

b. Chứng minh ba điểm A, C, E thẳng hàng.

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC và E là điểm xác định bởi $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Chứng minh ba điểm D, E, I thẳng hàng.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AD và M là trung điểm AD . Điểm N được lấy trên AC sao cho $3\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$. Chứng minh ba điểm B, M, N thẳng hàng.

Câu 21: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm BC và O là trung điểm của AM . Trên BC lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Chứng minh ba điểm I, J, O thẳng hàng.

Câu 22: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm di động trên AB, CD sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC}$ và hai điểm I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC .

a. Tính $\overrightarrow{IJ}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$.

b. Chứng minh trung điểm P của MN nằm trên đường thẳng IJ .

Câu 23: Cho $\triangle ABC$. Lấy điểm I thỏa $3\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$, $4\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$ và M là giao điểm của đường thẳng IJ và BC . Đặt $\overrightarrow{BM} = m\overrightarrow{MC}$.

a. Chứng minh rằng: $12\overrightarrow{IJ} = 9\overrightarrow{BC} - 6\overrightarrow{BA}$.

b. Tính $\overrightarrow{IM}$ theo $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$.

c. Tìm giá trị của m ?

Câu 24: Cho $\triangle ABC$. Gọi P, Q, R lần lượt là các điểm thỏa các đẳng thức: $3\overrightarrow{PB} + 4\overrightarrow{PC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{QC}$, $k\overrightarrow{RA} = \overrightarrow{RB}$ với $k \neq 1$.

a. Chứng minh rằng: $21\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{BC} + 7\overrightarrow{BA}$.

b. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{RP} = \frac{k}{1-k}\overrightarrow{BA} + \frac{4}{7}\overrightarrow{BC}$.

c. Tìm k sao cho P, Q, R thẳng hàng.

Câu 25: Cho hình bình hành $ABCD$.

a. Gọi I, F, K lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = \alpha\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \beta\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AK} = \gamma\overrightarrow{AD}$. Chứng minh điều kiện cần và đủ để I, F, K thẳng hàng là $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}$ ($\alpha, \beta, \gamma \neq 0$).

b. Gọi M, N là hai điểm lần lượt trên đoạn AB và CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$,

$\frac{CN}{CD} = \frac{1}{2}$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle MNB$. Tính $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Gọi

H là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BH} = k\overrightarrow{BC}$. Tính $\overrightarrow{AH}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và k . Tìm k để đường thẳng AH qua điểm G .

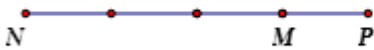
- Câu 26:** Cho tứ giác $ABCD$. Lấy các điểm M, N theo thứ tự thuộc AB và CD sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$.
- Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MN} = (1-k)\overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{BC}$.
 - Gọi E, F, I lần lượt theo thứ tự thuộc các cạnh AD, BC và MN sao cho $\overrightarrow{AE} = l\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BF} = l\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{MI} = l\overrightarrow{MN}$. Chứng minh rằng: E, F, I thẳng hàng.
- Câu 27:** Cho $\triangle ABC$. Gọi O, G, H lần lượt theo thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm, trực tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh rằng: O, G, H thẳng hàng.
- Câu 28:** Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB . Gọi M, N theo thứ tự là các trung điểm của AD và BC .
- Chứng minh: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.
 - Chứng minh: $MN \parallel DC$.
- Câu 29:** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm của cạnh BC và I là điểm thỏa mãn hệ thức $4\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Chứng minh: $MP \parallel BG$.
- Câu 30:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABD$ và $\triangle BCD$. Chứng minh rằng: $EF \parallel AC$.
- Câu 31:** Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của cạnh BC . Các điểm D, E thỏa mãn các đẳng thức $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AC}$. Chứng minh rằng: $DE \parallel AM$.
- Câu 32:** Cho $\triangle ABC$. Dựng các điểm M, N sao cho: $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Chứng minh rằng $MN \parallel BC$.
- Câu 33:** Cho $\triangle ABC$. Dựng các điểm I, J sao cho: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$. Chứng minh: $IC \parallel BJ$.
- Câu 34:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Dựng các điểm E, F thỏa mãn: $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DI}, \overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BJ}$. Chứng minh: $EF \parallel CE$.
- Câu 35:** Cho $\triangle ABC$. Các điểm D, E, G được xác định bởi hệ thức: $2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{CE}, 2\overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GC}$.
- Chứng minh: $BE \parallel CD$.
 - Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh: A, G, M thẳng hàng.
- Câu 36:** Cho $\triangle ABC$, M là trung điểm của cạnh AB và D, E, F theo thứ tự được xác định bởi các hệ thức: $3\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}, \overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}, 5\overrightarrow{AF} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.
- Chứng minh rằng: $EM \parallel BC$.
 - Chứng minh rằng: ba điểm A, D, E thẳng hàng.
 - Chứng minh rằng: ba đường thẳng AD, BC, MF đồng quy tại một điểm.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

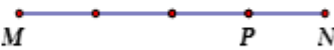
- Câu 1:** Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng
- A. $2\overrightarrow{GM}$. B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$. C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.
- Câu 2:** Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây là sai?
- A. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.
- Câu 3:** Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?
- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $2\overrightarrow{AC}$. C. $3\overrightarrow{AC}$. D. $5\overrightarrow{AC}$.
- Câu 4:** Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:
- 

Hình 1



Hình 2
- 

Hình 3



Hình 4
- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.
- Câu 5:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là
- A. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. B. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$.
 C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.
- Câu 6:** Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến AM .
- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
- Câu 7:** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.
- Câu 8:** Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?
- A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Câu nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.
- Câu 10:** Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 11: Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

A. $OA = OB$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Câu 12: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ?



A. $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

B. $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 13: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{BG}$ bằng

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 14: Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Câu 15: Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 16: Cho $\triangle ABC$ có D, M lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

B.

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Câu 17: Cho vectơ $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hai vectơ $\vec{b}, \vec{c}$ bằng nhau.

B. Hai vectơ $\vec{b}, \vec{c}$ ngược hướng.

C. Hai vectơ $\vec{b}, \vec{c}$ cùng phương.

D. Hai vectơ $\vec{b}, \vec{c}$ đối nhau.

Câu 18: Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$.

C. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BO}$.

Câu 19: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |\overrightarrow{2AD} + \overrightarrow{DB}|$?

A. $A = 2a$.

B. $A = a$.

C. $A = a\sqrt{3}$.

D. $A = a\sqrt{2}$.

Câu 20: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ?



A. $2\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

B. $3\overrightarrow{BI} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

D.

$2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC và I thỏa $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$. C. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$. D. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Câu 22: Phát biểu nào là **sai**?

- A. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.
 B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.
 C. Nếu $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng.
 D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

Câu 23: Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$. B. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$.
 C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$. D. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Câu 24: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$. B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.
 C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$. D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 25: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

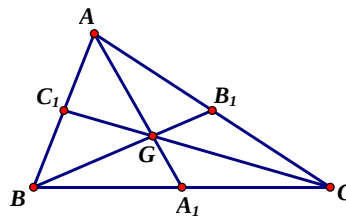
- A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.
 C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$. D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Câu 26: Biết rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$.



Câu 28: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 29: Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó M là trung điểm của

- A. AB . B. BC . C. AD . D. CD .

Câu 30: Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $MB = 3MA$. Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 31: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 32: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 33: Cho hai điểm cố định A, B . Gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. Đường tròn đường kính AB . B. Trung trực của AB .
C. Đường tròn tâm I , bán kính AB . D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Câu 34: Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vectơ $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $2\sqrt{15}$. C. 5. D. $2\sqrt{17}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{NI} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{NI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 36: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DN}$. B. $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{ND}$. C. $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{DN}$. D. $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{DN}$.

Câu 37: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

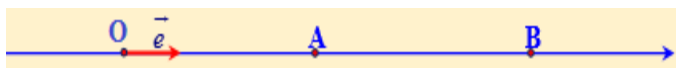
- A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$. D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA}$.

Bài 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trục tọa độ:

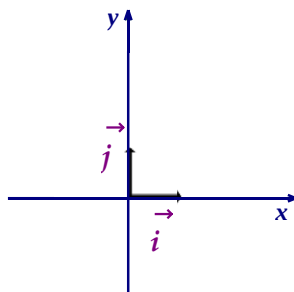
- Trục tọa độ (trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm gốc O và một vector đơn vị $\vec{e}$. Kí hiệu $(O; \vec{e})$.



- Điểm O là gốc tọa độ.
- Hướng của vector đơn vị là hướng của trục.
- Tọa độ của vector trên trục: $\vec{u} = (a) \Leftrightarrow \vec{u} = a\vec{e}$.
- Tọa độ của điểm trên trục: $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Ta nói số k là tọa độ của M trên trục.
- Độ dài đại số của vector trên trục: $\overrightarrow{AB} = a \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = a\vec{e}$.
- **Chú ý:**
 - Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overrightarrow{AB} = AB$.
 - Nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overrightarrow{AB} = -AB$.
 - Với A, B, C tùy ý trên trục, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

2. Hệ trục tọa độ:

- Hệ gồm hai trục tọa độ Ox, Oy vuông góc với nhau. Vector đơn vị trên Ox, Oy lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}$. Điểm O là gốc tọa độ, Ox là trục hoành, Oy là trục tung.



- Tọa độ của vector đối với hệ trục tọa độ: $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- Tọa độ của điểm đối với hệ trục tọa độ: $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- Tính chất: $\vec{a} = (x; y), \vec{b} = (x'; y'), k \in \mathbb{R}, A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$.

- a. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
- b. $\vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y')$.
- c. $k\vec{a} = (kx; ky)$
- d. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ khi và chỉ khi $\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$.
- e. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- f. Tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$.
- g. Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của ΔABC : $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.
- h. Để ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
- i. M chia đoạn AB theo tỉ số $k \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

VẤN ĐỀ 1: Tọa độ vectơ – biểu diễn một vectơ theo hai vectơ

- Với hai điểm $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$, ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) \\ AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \end{cases}$$
- Với hai vectơ $\begin{cases} \vec{a} = (x_1, y_1) \\ \vec{b} = (x_2, y_2) \end{cases}$, ta có:
$$\begin{cases} \vec{a} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} \\ \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases} \\ \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = (\alpha x_1 + \beta x_2, \alpha y_1 + \beta y_2) \end{cases}$$
- Biểu diễn vectơ: Hãy biểu diễn vectơ $\vec{c} = (c_1, c_2)$ theo các vectơ $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$.
 - Bước 1: Giả sử $\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ (1).
 - Bước 2: Ta có: $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = \alpha(a_1, a_2) + \beta(b_1, b_2) = (\alpha a_1 + \beta b_1, \alpha a_2 + \beta b_2)$.
 - Vậy (1) xảy ra khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} c_1 = \alpha a_1 + \beta b_1 \\ c_2 = \alpha a_2 + \beta b_2 \end{cases} (*)$$
 - Giải hệ (*), ta tìm được (α, β) . Thay vào (1), ta được kết quả bài toán.

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Viết tọa độ của vectơ sau: $\vec{a} = 5\vec{i}$, $\vec{b} = -3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{d} = 3\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Biểu diễn vectơ $\vec{c}$ theo các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ biết: $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (1; 1)$ và $\vec{c} = (4; 3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

VẤN ĐỀ 2: Xác định điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán

- Xác định điểm M thỏa mãn một đẳng thức vectơ hay độ dài

Bước 1: Gọi $M(x, y)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Bước 2: Tọa độ hóa các vectơ có trong đẳng thức hoặc sử dụng công thức về khoảng cách giữa hai điểm, để chuyển biểu thức về biểu thức đại số.

Bước 3: Giải phương trình hoặc hệ trên, ta nhận được tọa độ điểm M

VÍ DỤ

Ví dụ 3: Tìm hai điểm $M, N \in (P): y^2 = x$. Biết rằng $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$ và $I(0; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

VẤN ĐỀ 3: Vectơ cùng phương, vectơ bằng nhau, ứng dụng

- Với hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$. Để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow a_1 b_2 = a_2 b_1$.
- Với ba điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$.
Để A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$
- Với ΔABC bất kỳ thì $CA + CB \geq AB$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow A, B, C$ thẳng hàng.
- $|\vec{u}| - |\vec{v}| \leq |\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng.
- $|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}| + |\vec{w}|$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ cùng hướng.
- **Chú ý:**
 - $\vec{a} = (x, y) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ và $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
 - Nắm vững công thức tính diện tích Δ , các bất đẳng thức cơ bản (Cauchy, B.C.S).
 - Để chứng minh ba điểm là ba đỉnh Δ , ta chứng minh ba điểm đó không thẳng hàng.

VÍ DỤ

Ví dụ 4: Cho ba điểm $A(-1;1), B(1;-2), C(-2;0)$. Chứng minh hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương, từ đó suy ra ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

.....

Ví dụ 5: Cho ba điểm $A(2;1), B(-5;2)$. Tính tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với trục hoành

Lời giải

.....

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Viết tọa độ của các vectơ sau:

a. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i}$, $\vec{d} = -2\vec{j}$.

b. $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}$, $\vec{d} = -4\vec{j}$, $\vec{e} = 3\vec{i}$.

Câu 2: Viết dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

a. $\vec{u} = (2; -3)$, $\vec{u} = (-1; 4)$, $\vec{u} = (2; 0)$, $\vec{u} = (0; -1)$.

b. $\vec{u} = (1; 3)$, $\vec{u} = (4; -1)$, $\vec{u} = (1; 0)$, $\vec{u} = (0; 0)$.

c. $\vec{u} = (1, -1)$, $\vec{u} = (5, 0)$, $\vec{u} = (0, -2)$, $\vec{u} = (7, 7)$.

Câu 3: Cho $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3)$. Tìm tọa độ của các vectơ sau:

a. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$; $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

b. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\vec{v} = 2 + \vec{b}$; $\vec{w} = 4\vec{a} - 0,5\vec{b}$.

Câu 4: Cho $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $\vec{c} = (4; -6)$.

a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.

b. Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$.

Câu 5: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-1; 4)$, $\vec{c} = (0; 4)$. Tìm tọa độ và độ dài của các vectơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ biết:

a. $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c} + 5\vec{j}$.

b. $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} + 2\vec{i}$.

Câu 6: Biểu diễn vectơ $\vec{c}$ theo các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ biết

a. $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$ và $\vec{c} = (-4; 7)$.

b. $\vec{a} = (1; 1)$, $\vec{b} = (2; -3)$ và $\vec{c} = (-1; 3)$.

c. $\vec{a} = (-4; 3)$, $\vec{b} = (-2; -1)$ và $\vec{c} = (0; 5)$.

d. $\vec{a} = (4; 2)$, $\vec{b} = (5; 3)$ và $\vec{c} = (2; 0)$.

e. $\vec{a} = (2; -2)$, $\vec{b} = (1; 4)$ và $\vec{c} = (5; 0)$.

Câu 7: Cho $\vec{u} = (2; -5)$, $\vec{v} = (3; 4)$, $\vec{w} = (-5; 7)$.

a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = \vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w}$.

b. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{u} + 2\vec{v} - 3\vec{w} + \vec{x} = \vec{0}$.

c. Phân tích vectơ $\vec{b} = (7; 2)$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

d. Tìm m biết rằng $\vec{c} = (6; m)$ cùng phương với $\vec{w}$.

Câu 8: Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (-7; 2)$.

- a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$.
- b. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.
- c. Tìm các số k, l để $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$ và $D(16;3)$.
Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0;1)$, $B(2;0)$, $C(-1;2)$, $D(6;-4)$.
Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Cho ba vectơ $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = (3;-4)$, $\vec{c} = (-7;2)$.

- a. Tìm tọa độ vectơ $2\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c}$.
- b. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} + 2\vec{a} = 5\vec{b} - \vec{c}$.
- c. Hãy phân tích vectơ $\vec{c}$ theo vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;1)$, $B(1;3)$.

- a. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{BM} = (3;0)$.
- b. Tìm tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{NA} = (1;1)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$.

- a. Tìm tọa độ điểm A đối xứng với M qua trục Ox .
- b. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với M qua trục Oy .
- c. Tìm tọa độ điểm C đối xứng với M qua O .

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-5)$, $B(1;0)$.

- a. Tìm tọa độ điểm C sao cho: $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$.
- b. Tìm điểm D đối xứng của A qua C .
- c. Tìm điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1;-2)$, $B(3;2)$, $C(4;-1)$. Tìm tọa độ đỉnh D .

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$, $B(4;3)$.

- a. Tìm tọa độ và môđun của vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- b. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
- c. Tìm điểm M chia đoạn thẳng theo tỉ số $k = 2$.
- d. Tìm điểm C sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 2)$.

- a. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.
- b. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .
- c. Tìm tọa độ điểm M sao cho: $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
- d. Tìm tọa độ điểm N sao cho: $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$.

- a. Tìm tọa độ điểm D đối xứng của A qua C .
- b. Tìm tọa độ điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành có 3 đỉnh là A, B, C .
- c. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;1)$, $B(3;-2)$, $C(0;3)$.

- a. Tìm tọa độ của $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}$.
- b. Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác và tìm trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- c. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$.
- d. Tìm điểm E sao cho $ABCE$ là hình bình hành. Tìm tâm của hình bình hành đó.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;3)$, $B(-1;1)$, $C(6;0)$.

- a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC}$.
- b. Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng và tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- c. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Tìm tâm của hình bình hành đó.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-3;6)$, $B(1;-2)$, $C(6;3)$.

- a. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành và tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- b. Tìm tọa độ điểm E thỏa biểu thức vectơ $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
- c. Tìm tọa độ điểm F thỏa biểu thức vectơ $\overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{BF} - 4\overrightarrow{CF} = \vec{0}$.
- d. Tìm điểm K thỏa biểu thức vectơ $4\overrightarrow{KA} - 3\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$.
- e. Tìm tâm I và bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
- f. Tìm các điểm A_1, A_2, A_3 sao cho $\triangle ABC$ nhận các điểm đó làm trung điểm các cạnh.
- g. Tìm diện tích của $\triangle ABC$ và diện tích đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Câu 22: Cho hai điểm $A(4;4)$, $B(0;1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của đoạn AC đi qua điểm B .

Câu 23: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(-1;1)$, $B(5;3)$ đỉnh C nằm trên trục tung Oy và trọng tâm G của $\triangle$ thuộc trục hoành Ox . Tìm tọa độ điểm C và tính diện tích $\triangle ABC$.

Câu 24: Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{b} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm giá trị của k để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (x^2 + 1; 3x - 2)$, $\vec{b} = (2; 1)$ và điểm $A(0; 1)$.

a. Tìm x để vector $\vec{a}$ cùng phương với vector $\vec{b}$.

b. Tìm tọa độ điểm M để vector $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{b}$ và có độ dài bằng $\sqrt{5}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm sau và chứng minh chúng thẳng hàng:

a. $A(-1;4), B(-1;6), C(-1;-2)$.

b. $A(6;2), B(-2;2), C(0;2)$.

c. $A(1;3), B(2;5), C(4;9)$.

d. $A(0;4), B(3;2), C(-9;10)$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(x;3), B(-4;2), C(3;5)$. Tìm x để A, B, C thẳng hàng.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(4;y), B(2;-3), C(6;3)$. Tìm y để A, B, C thẳng hàng.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(1;1), B(-2;1), C(m+1;2m+3)$. Tìm m để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(-1;5), B\left(2;\frac{1}{2}\right), C(3;-1), D\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Chứng minh rằng: D nằm trên đường thẳng AB và B thuộc đoạn AC .

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-3;4), B(1;1), C(9;-5)$.

a. Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b. Tìm tọa độ điểm D sao cho A là trung điểm của BD .

c. Tìm tọa độ điểm E trên trục hoành Ox sao cho A, B, E thẳng hàng.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1;4), B(-3;-2), C(2;3)$.

a. Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác và tìm các vector trung tuyến tương ứng.

b. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

c. Tìm điểm E trên trục tung Oy sao cho ba điểm A, C, E thẳng hàng.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1;4), B(-3;-2), C(-4;-2)$.

a. Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

c. Tìm tọa độ điểm $E(x;6)$ sao cho A, B, E thẳng hàng.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-6;2), B(2;6), C(7;-8)$.

a. Chứng minh rằng ba điểm đó không thẳng hàng.

b. Tìm tọa độ trọng tâm G và tâm I đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

c. Tìm tọa độ điểm H sao cho $ABGH$ là hình bình hành.

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(2;5)$, $B(1;2)$, $C(4;-7)$.

- Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
- Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} + 5\vec{i}$.
- Tìm điểm N trên trục hoành Ox sao cho A, B, N thẳng hàng.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(0;4)$, $B(3;2)$, $D(3;0)$.

- Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng, biết rằng $C(-6-3t; 8+2t), \forall t \in \mathbb{R}$.
- Chứng minh rằng A, B, D không thẳng hàng. Từ đó tính chu vi của $\triangle ABD$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2;1)$, $B(6;-1)$.

- Tìm điểm $M \in Ox$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.
- Tìm điểm $N \in Oy$ sao cho ba điểm A, B, N thẳng hàng.
- Tìm điểm P khác B sao cho A, B, P thẳng hàng và $PA = 2\sqrt{5}$.

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1;-4)$, $B(3;4)$.

- Tìm điểm $M \in Ox$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.
- Tìm điểm $N \in Oy$ sao cho ba điểm A, B, N thẳng hàng.
- Tìm điểm P khác B sao cho A, B, P thẳng hàng và $PA = 3\sqrt{5}$.

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(4;1)$ và hai điểm $A(a;0)$, $B(0;b)$ với $a, b > 0$ sao cho A, B, M thẳng hàng. Xác định tọa độ điểm A, B sao cho

- Diện tích tam giác OAB là nhỏ nhất.
- $OA + OB$ nhỏ nhất.
- $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ nhỏ nhất.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- | | |
|---|---|
| A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$. | B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$. |
| C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$. | D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$. |

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vectơ $\vec{u} = \vec{v}$ là

- | | | | |
|---|---|---|---|
| A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$. | B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$. | C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$. | D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$. |
|---|---|---|---|

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.

C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.

B. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.

C. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.

D. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Câu 6: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j}$ là

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 1)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2; 4)$.

B. $(5; 6)$.

C. $(15; 10)$.

D. $(50; 6)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là

A. $(1; 7)$.

B. $(-1; -7)$.

C. $(-3; -5)$.

D. $(2; -2)$.

Câu 10: Vectơ $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vectơ đơn vị như thế nào?

A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$.

B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$.

C. $\vec{a} = -4\vec{j}$.

D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4; -6)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(0; 4)$.

D. $(4; 6)$.

Câu 12: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là

A. -5 .

B. 4 .

C. -1 .

D. 0 .

Câu 13: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $(6; -9)$.

B. $(4; -5)$.

C. $(-6; 9)$.

D. $(-5; -14)$.

Câu 14: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là

- A. 9.** **B. 5.** **C. 6.** **D. 7.**
- Câu 15:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Vector đối của vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(-1;2)$.** **B. $(-1;-2)$.** **C. $(1;2)$.** **D. $(1;-2)$.**
- Câu 16:** Cho $\vec{a}=(3;-4)$, $\vec{b}=(-1;2)$. Tọa độ của vector $\vec{a}+\vec{b}$ là
- A. $(2;-2)$.** **B. $(4;-6)$.** **C. $(-3;-8)$.** **D. $(-4;6)$.**
- Câu 17:** Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?
- A.** Hai vector $\vec{u}=(4;2)$ và $\vec{v}=(8;3)$ cùng phương.
- B.** Hai vector $\vec{a}=(-5;0)$ và $\vec{b}=(-4;0)$ cùng hướng.
- C.** Hai vector $\vec{a}=(6;3)$ và $\vec{b}=(2;1)$ ngược hướng.
- D.** Vector $\vec{c}=(7;3)$ là vector đối của $\vec{d}=(-7;3)$.
- Câu 18:** Cho $\vec{a}=(x;2)$, $\vec{b}=(-5;1)$, $\vec{c}=(x;7)$. Vector $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$ nếu
- A. $x=3$.** **B. $x=-15$.** **C. $x=15$.** **D. $x=5$.**
- Câu 19:** Cho $\vec{a}=(0,1)$, $\vec{b}=(-1;2)$, $\vec{c}=(-3;-2)$. Tọa độ của $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}-4\vec{c}$ là
- A. $(10;-15)$.** **B. $(15;10)$.** **C. $(10;15)$.** **D. $(-10;15)$.**
- Câu 20:** Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD}+2\overrightarrow{DA}-2\overrightarrow{DB}=\vec{0}$. Tọa độ D là
- A. $(-3;3)$.** **B. $(8;-2)$.** **C. $(-8;2)$.** **D. $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.**
- Câu 21:** Tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tọa độ A và B là
- A. $A(4;12)$, $B(4;6)$.** **B. $A(-4;-12)$, $B(6;4)$.**
- C. $A(-4;12)$, $B(6;4)$.** **D. $A(4;-12)$, $B(-6;4)$.**
- Câu 22:** Cho $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}$ và $\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}$. Tìm phát biểu sai.
- A. $|\vec{a}|=5$.** **B. $|\vec{b}|=0$.** **C. $\vec{a}-\vec{b}=(2;-3)$.** **D. $|\vec{b}|=\sqrt{2}$.**
- Câu 23:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1;2)$, $B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là
- A. $(0;10)$.** **B. $(0;-10)$.** **C. $(10;0)$.** **D. $(-10;0)$.**
- Câu 24:** Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(1;-2)$, $B(0;3)$, $C(-3;4)$, $D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?
- A. A, B, C .** **B. B, C, D .** **C. A, B, D .** **D. A, C, D .**
- Câu 25:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(5;-4)$, $C(3;7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1;18)$. B. $E(7;15)$. C. $E(7;-1)$. D. $E(7;-15)$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

- A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0;-4)$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là

- A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-2), B(7;1), C(0;1), D(-8;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương, ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương, cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(-18;1)$. D. $M(1;-18)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;0), B(5;-4), C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là

- A. $D(-8;-5)$. B. $D(8;5)$. C. $D(-8;5)$. D. $D(8;-5)$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4), B(-1;4), C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $D(-8;1)$. B. $D(6;7)$. C. $D(-2;1)$. D. $D(8;1)$.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2;7)$ qua trục Ox, Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là

- A. $B'(-2;-7), B''(2;7), B'''(2;-7)$. B. $B'(-7;2), B''(2;7), B'''(2;-7)$.
C. $B'(-2;-7), B''(2;7), B'''(-7;-2)$. D. $B'(-2;-7), B''(7;2), B'''(2;-7)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0;2), B(1;4)$. Tìm điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$.

- A. $M(-2;-2)$. B. $M(1;-4)$. C. $M(3;5)$. D. $M(0;-2)$.

Câu 34: Cho $\vec{a} = (-4, 1)$ và $\vec{b} = (-3, -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là

- A. $\vec{c} = (1; -3)$. B. $\vec{c} = (2; 5)$. C. $\vec{c} = (-7; -1)$. D. $\vec{c} = (-10; -3)$.

Câu 35: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nếu

- A. $x = 504$. B. $x = 0$. C. $x = -504$. D. $x = 2017$.

- Câu 36:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right)$, $B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB}$ bằng
- A. $\vec{a} = (22; -32)$. B. $\vec{a} = (22; 32)$. C. $\vec{a} = (-22; 32)$. D. $\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8\right)$.
- Câu 37:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m-2; 2n+1)$, $\vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì
- A. $m = 5, n = -3$. B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$. C. $m = 5, n = -2$. D. $m = 5, n = 2$.
- Câu 38:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; -1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là
- A. $B(2; 1)$. B. $B(-2; -1)$. C. $B(1; 2)$. D. $B(1; -2)$.
- Câu 39:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó
- A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$. C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. D. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.
- Câu 40:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{a}, \vec{c}$ ta được
- A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. B. $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. C. $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. D. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}$.
- Câu 41:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x để $\vec{c} = \overrightarrow{4a - 3b}$
- A. $x = 15$. B. $x = 3$. C. $x = -15$. D. $x = -5$.
- Câu 42:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?
- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.
- Câu 43:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(8; -1)$, $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là
- A. $(-2; 5)$. B. $(13; -3)$. C. $(11; -1)$. D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 44:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3; -1)$, $B(-4; 2)$, $C(4; 3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?
- A. $D(3; 6)$. B. $D(-3; 6)$. C. $D(3; -6)$. D. $D(-3; -6)$.
- Câu 45:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $K(1; -3)$. Điểm $A \in Ox$, $B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là
- A. $(0; 3)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. C. $(0; 2)$. D. $(4; 2)$.

- Câu 46:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3;1), B(4;2), C(4;-3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?
 A. $D(-3;4)$. B. $D(-3;-4)$. C. $D(3;-4)$. D. $D(3;4)$.
- Câu 47:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(2;0), N(2;2), P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Tọa độ B là
 A. $(1;1)$. B. $(-1;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;-1)$.
- Câu 48:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là
 A. $(1;-10)$. B. $(1;5)$. C. $(-3;-1)$. D. $(-2;-7)$.
- Câu 49:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1), N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là
 A. $(0;4)$. B. $(2;0)$. C. $(2;4)$. D. $(0;2)$.
- Câu 50:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2;1), B(4;0), C(2;3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.
 A. $M(2;-5)$. B. $M(5;-2)$. C. $M(-5;2)$. D. $M(2;5)$.
- Câu 51:** Hai vectơ nào có tọa độ sau đây là cùng phương?
 A. $(1; 0)$ và $(0; 1)$. B. $(2; 1)$ và $(2;-1)$. C. $(-1;0)$ và $(1;0)$. D. $(3;-2)$ và $(6;4)$.
- Câu 52:** Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0}$, $\vec{b} = (2;-3)$.
 A. $(2;-3)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-2;3)$. D. $(2;3)$.
- Câu 53:** Cho hai vectơ $\vec{a} = (1;-4)$; $\vec{b} = (-6;15)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$.
 A. $(7;19)$. B. $(-7;19)$. C. $(7;-19)$. D. $(-7;-19)$.
- Câu 54:** Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.
 A. $\vec{c} = (1;-1)$. B. $\vec{c} = (3;-5)$. C. $\vec{c} = (-3;5)$. D. $\vec{c} = (2;7)$.
- Câu 55:** Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì:
 A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.
- Câu 56:** Cho $\vec{a} = (1;5)$, $\vec{b} = (-2;1)$. Tính $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.
 A. $\vec{c} = (7;13)$. B. $\vec{c} = (1;17)$. C. $\vec{c} = (-1;17)$. D. $\vec{c} = (1;16)$.
- Câu 57:** Trong mặt phẳng $\vec{i}$ cho $\vec{u}$ Tìm trọng tâm G của tam giác $\vec{i}$.
 A. $\vec{u}$. B. $\vec{j}$. C. $\vec{u}$. D. $\vec{i}$.

- Câu 58:** Trên trục tọa độ $(O; \vec{e})$, các điểm A, B và C có tọa độ lần lượt là $-1; 2$ và 3 . Tìm giá trị của $\overline{AB} + 2\overline{AC}$.
- A. 11. B. 1. C. 7. D. -11.
- Câu 59:** Cho tam giác ABC với $A(-3; 6); B(9; -10)$ và $G\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là
- A. $(5; -4)$. B. $(5; 4)$. C. $(-5; 4)$. D. $(-5; -4)$.
- Câu 60:** Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$ với $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ thì vectơ $\vec{c}$ là
- A. $\vec{c} = (-1; 4)$. B. $\vec{c} = (4; -1)$. C. $\vec{c} = (1; 4)$. D. $\vec{c} = (-1; -4)$.
- Câu 61:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 3), B(7; 8)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overline{AB}$
- A. $(15; 10)$. B. $(2; 5)$. C. $(2; 6)$. D. $(-2; -5)$.
- Câu 62:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; 5), B(1; 2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(4; 7)$. B. $I(-2; 3)$. C. $I\left(2; \frac{7}{2}\right)$. D. $I\left(-2; \frac{7}{2}\right)$.
- Câu 63:** Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của $\vec{i} - \vec{j}$ là
- A. $(0; 1)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; 1)$.
- Câu 64:** Cho $\vec{a}(3; -4), \vec{b}(-1; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + 2\vec{b}$ là
- A. $(-4; 6)$. B. $(4; -6)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; 1)$.
- Câu 65:** Cho hai vectơ $\vec{a}(4; 10), \vec{b}(2; x)$. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương nếu
- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 6$ D. $x = 7$.
- Câu 66:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; 5), B(1; 2)$ và $C(2; 0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- A. $G(3; 7)$. B. $G(6; 3)$. C. $G\left(-3; \frac{7}{3}\right)$ D. $G\left(2; \frac{7}{3}\right)$.
- Câu 67:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(2; -3), B(4; 7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
- A. $I(6; 4)$ B. $I(2; 10)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(8; -21)$.
- Câu 68:** Cho $\vec{a}(2; 7), \vec{b}(-3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là
- A. $(5; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-5; -2)$. D. $(5; -2)$.
- Câu 69:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 4)$ và $B(3; 5)$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$. B. $\overrightarrow{BA} = (1; 2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$. D. $\overrightarrow{AB} = (4; 9)$.

Câu 70: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(5; -2)$, $B(0; 3)$, $C(-5; -1)$. Khi đó trọng tâm ΔABC là

A. $G(0; 11)$. B. $H(1; -1)$. C. $K(10; 0)$. D. $M(0; 0)$.

Câu 71: Cho hai điểm $B(3; 2)$, $C(5; 4)$. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $(-8; 3)$. B. $(4; 3)$. C. $(2; 2)$. D. $(2; -2)$.

Câu 72: Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(2; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

A. $(3; 3)$ B. $(2; 2)$ C. $(1; 1)$ D. $(4; 4)$.

Câu 73: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

A. $(3; 3)$. B. $(2; 2)$. C. $(1; 1)$. D. $(4; 4)$.

Câu 74: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; -2)$ và $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Tọa độ của vectơ $\vec{c}$ là

A. $(13; -4)$. B. $(13; 4)$. C. $(-13; 4)$. D. $(-13; -4)$.

Câu 75: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vectơ $\vec{i}$ là

A. $\vec{i} = (0; 0)$. B. $\vec{i} = (0; 1)$. C. $\vec{i} = (1; 0)$. D. $\vec{i} = (1; 1)$.

Câu 76: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; 4)$. Vectơ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{c} = (-1; -4)$. B. $\vec{c} = (4; 1)$. C. $\vec{c} = (1; 4)$. D. $\vec{c} = (-1; 4)$.

Câu 77: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(5; -2)$, $B(10; 8)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (15; 10)$. B. $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$. C. $\overrightarrow{AB} = (5; 10)$. D. $\overrightarrow{AB} = (50; 16)$.

Câu 78: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(-3; 4)$. B. $(4; 0)$. C. $(\sqrt{2}; 3)$. D. $(3; 3)$.

Câu 79: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (-1; 3)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ là

A. $(6; -19)$. B. $(13; -29)$. C. $(-6; 10)$. D. $(-13; 23)$.

Câu 80: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là

A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 1)$.

Câu 81: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4;6)$ B. $(2;-2)$ C. $(4;-6)$ D. $(-3;-8)$

Câu 82: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $(6;-9)$. B. $(4;-5)$. C. $(-6;9)$. D. $(-5;-14)$.

Câu 83: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

- A. $(15;10)$. B. $(2;4)$. C. $(5;6)$. D. $(50;16)$.

Câu 84: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- A. $(6;4)$. B. $(2;10)$. C. $(3;2)$. D. $(8;-21)$.

Câu 85: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $(-3;4)$. B. $(4;0)$. C. $(\sqrt{2};3)$. D. $(3;3)$.

Câu 86: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

- A. $(1; 2)$. B. $\left(1; \frac{2}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$. D. $(2; -2)$.

Câu 87: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(1; 0)$. B. $M(4; 0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Câu 88: Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. $(-2;0)$. B. $(2;0)$. C. $(-4;0)$. D. $(-5;0)$.

Câu 89: Cho $A(4; 0)$, $B(2; -3)$, $C(9; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(3;5)$. B. $(5;1)$. C. $(15;9)$. D. $(9;15)$.

Câu 90: Cho 3 vector $\vec{a} = (5;3)$; $\vec{b} = (4;2)$; $\vec{c} = (2;0)$. Hãy phân tích vector $\vec{c}$ theo 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. C. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. D. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 91: Cho hai điểm $M(-2;2)$, $N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

- A. $P(0;4)$. B. $P(0;-4)$. C. $P(-4;0)$. D. $P(4;0)$.