

MỤC LỤC

BÀI 1: VECTO	3
CHỦ ĐỀ I. XÁC ĐỊNH VECTO	3
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	3
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	3
CHỦ ĐỀ II. HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG - HAI VECTO BẰNG NHAU	4
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	4
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	4
BÀI 2: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO	6
CHỦ ĐỀ I. TÍNH TỔNG CÁC VECTO – CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO.	6
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	6
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	6
CHỦ ĐỀ II. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO.	9
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	9
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	9
CHỦ ĐỀ III. QUỸ TÍCH VÀ XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO.	11
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	11
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	11
BÀI 3: TÍCH MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO	12
CHỦ ĐỀ I. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO	12
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	12
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	12
CHỦ ĐỀ II. PHÂN TÍCH VECTO VÀ CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM THẲNG HÀNG	12
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	12
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	13
CHỦ ĐỀ III. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO	14
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	14
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	15
CHỦ ĐỀ IV. QUỸ TÍCH VÀ XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO	16
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	16
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	17
BÀI 4: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ	19
CHỦ ĐỀ I. TRỤC TỌA ĐỘ.	19
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	19
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	19
CHỦ ĐỀ II. TỌA ĐỘ VECTO.	19

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	19
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	19
CHỦ ĐỀ III. TỌA ĐỘ ĐIỂM.	20
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.	20
B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.	21
ÔN TẬP CHƯƠNG I	24

Bài 1 VECTO

CHỦ ĐỀ I. XÁC ĐỊNH VECTO

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đó?

Bài 2. (NB) Cho 5 điểm A, B, C, D, E phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đó?

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Cho tam giác ABC , có thể xác định bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?

- A.3. B.6. C.4. D.9.

Câu 2. (NB) Vectơ có điểm đầu là D điểm cuối là E được kí hiệu là

- A. DE . B. $|\overline{DE}|$. C. \overline{ED} . D. \overline{DE} .

Câu 3. (NB) Với vectơ \overline{ED} (khác vectơ không) thì độ dài đoạn thẳng ED được gọi là

- A. Phương của vectơ \overline{ED} . B. Hướng của vectơ \overline{ED} .
C. Giá của vectơ \overline{ED} . D. Độ dài của vectơ \overline{ED} .

Câu 4. (NB) Cho tứ giác $ABCD$. Số các vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng

- A.4. B. 6. C.8. D. 12.

Câu 5. (NB) Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ khác $\vec{0}$ cùng phương với \overline{OC} có điểm đầu và cuối là đỉnh của lục giác là

- A.4. B. 6. C.7. D. 9.

Câu 6. (NB) Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ bằng \overline{OC} có điểm đầu và cuối là đỉnh của lục giác là

- A.2. B. 3. C.4. D. 6.

Câu 7. (TH) Cho $\overline{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$?

- A.0. B.1. C.2. D.Vô số.

Câu 8. (TH) Cho $\overline{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overline{AB} = \overline{CD}$?

- A.1. B.2. C.0. D.Vô số.

Câu 9. (TH) Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overline{AB} = \overline{CD}$?

- A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABDC$ là hình bình hành.
C. AD và BC có cùng trung điểm. D. $AB=CD$.

CHỦ ĐỀ II. HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG - HAI VECTO BẰNG NHAU

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy chỉ ra các vectơ, khác vectơ-không, có điểm đầu và điểm cuối là một trong bốn điểm $ABCD$. Trong số các vectơ trên, hãy chỉ ra

- Các vectơ cùng phương.
- Các cặp vectơ cùng phương nhưng ngược hướng.
- Các cặp vectơ bằng nhau.

Bài 2. (NB) Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O .

- Tìm các vectơ khác các vectơ không ($\neq \vec{0}$) và cùng phương với \overrightarrow{AO} .
- Tìm các vectơ bằng với các vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} .
- Hãy vẽ các vectơ bằng với vectơ \overrightarrow{AB} và có điểm đầu là O, D, C .
- Hãy vẽ các vectơ bằng với vectơ \overrightarrow{AB} và có điểm gốc là O, D, C .

Bài 3. (NB) Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo.

- Tìm các vectơ bằng với vectơ \overrightarrow{AB} .
- Tìm các vectơ bằng với vectơ \overrightarrow{OA} .
- Vẽ các vectơ bằng với \overrightarrow{OA} và có điểm ngọn là A, B, C, D .

Bài 4. (TH) Cho ΔABC có A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

- Chứng minh: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
- Tìm các vectơ bằng với $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{C'A'}$.

D. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Chọn mệnh đề **sai**? Từ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ suy ra

- \overrightarrow{AB} cùng hướng \overrightarrow{CD} .
- \overrightarrow{AB} cùng phương \overrightarrow{CD} .
- $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 2. (NB) Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
- Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
- Chúng trùng với một trong các cặp cạnh của một tam giác đều.
- Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Câu 3. (NB) Chọn mệnh đề **sai**?

- $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
- $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
- $|\overrightarrow{AB}| > 0$.
- $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ

Câu 4. (NB) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
- $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.
- $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
- $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 5. (NB) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.
- $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 6. (NB) Gọi M, N lần lượt trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác ABC . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} .

B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} .

C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} .

D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Câu 7. (NB) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

B. \overrightarrow{OB} và \overrightarrow{OD} cùng hướng.

C. \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} cùng phương.

D. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Câu 8. (TH) Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai vectơ cùng phương với vectơ thứ ba thì cùng phương.

B. Mọi vectơ đều có độ dài lớn hơn 0.

C. Một vectơ có điểm đầu và điểm cuối phân biệt thì không là vectơ không.

D. Hai vectơ bằng nhau khi chúng cùng phương và cùng độ dài.

Câu 9. (TH) Cho ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

B. \overrightarrow{CA} và \overrightarrow{CB} cùng hướng.

C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ngược hướng.

D. \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} cùng phương.

Câu 10. (TH) Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$.

C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Câu 11. (TH) Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

B. $|\overrightarrow{BD}| = a$.

C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Bài 2

TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTƠ

CHỦ ĐỀ I. TÍNH TỔNG CÁC VECTƠ – CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTƠ.

E. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

Bài 2. (NB) Cho 7 điểm A, B, C, D, E, F, G . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GF}$.

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$.

Bài 3. (TH) Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC . Chứng minh $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{QN}$; $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{PN}$.

Bài 4. (TH) Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm BC . Dựng B' sao cho $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

b) Gọi J là trung điểm BB' . Chứng minh $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

Bài 5. (TH) Cho ΔABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và O là điểm bất kỳ. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Bài 6. (TH) Cho tam giác ABC . Gọi E là trung điểm đoạn BC . Các điểm M, N theo thứ tự đó nằm trên cạnh BC sao cho E là trung điểm đoạn MN . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$.

Bài 7. (VD) Cho ΔABC . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Bài 8. (VD) Cho ΔABC . Vẽ D đối xứng với A qua B , E đối xứng với B qua C và F đối xứng với C qua A . Gọi G là giao điểm giữa trung tuyến AM của ΔABC với trung tuyến DN của ΔDEF . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và GD . Chứng minh $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{NI}$.

Bài 9. (VD) Cho ΔABC và M là một điểm không thuộc các cạnh của tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vẽ điểm P đối xứng với M qua D , điểm Q đối xứng với P qua E , điểm N đối xứng với Q qua F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{NA}$.

Bài 10. (VD) Cho hai ΔABC và ΔAEF có cùng trọng tâm G . Chứng minh $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FC}$.

Bài 11. (VD) Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . E, F lần lượt là giao điểm của AM, AN với BD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FD}$.

Bài 12. (VD) Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ $AH \perp BD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DH và BC . Kẻ $BK \perp AM$ và cắt AH tại E . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EB}$.

F. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 2. (NB) Cho \vec{a} và \vec{b} là các vectơ khác $\vec{0}$ với \vec{a} là vectơ đối của \vec{b} . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương.
 B. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.
 C. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng độ dài.
 D. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} chung điểm đầu.

Câu 3. (NB) Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{CA} - \vec{BA} = \vec{BC}$.
 B. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$.
 C. $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$.
 D. $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{CA}$.

Câu 4. (NB) Cho $\vec{AB} = -\vec{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. \vec{AB} và \vec{CD} cùng hướng.
 B. \vec{AB} và \vec{CD} cùng độ dài.
 C. $ABCD$ là hình bình hành.
 D. $\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{0}$.

Câu 5. (NB) Tính tổng $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$.

- A. \vec{MR} .
 B. \vec{MN} .
 C. \vec{PR} .
 D. \vec{MP} .

Câu 6. (NB) Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là.

- A. $IA = IB$.
 B. $\vec{IA} = \vec{IB}$.
 C. $\vec{IA} = -\vec{IB}$.
 D. $\vec{AI} = \vec{BI}$.

Câu 7. (NB) Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- A. $IA = IB$.
 B. $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.
 C. $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$.
 D. $\vec{IA} = \vec{IB}$.

Câu 8. (NB) Cho ΔABC cân ở A , đường cao AH . Câu nào sau đây sai?

- A. $\vec{AB} = \vec{AC}$.
 B. $\vec{HC} = -\vec{HB}$.
 C. $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$.
 D. $\vec{AB} = -\vec{AC}$.

Câu 9. (NB) Cho hình vuông $ABCD$, trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{BC}$.
 B. $\vec{AB} = \vec{CD}$.
 C. $\vec{AC} = \vec{BD}$.
 D. $|\vec{AD}| = |\vec{CB}|$.

Câu 10. (NB) Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$.
 B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$.
 D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì $|\vec{AB}| + |\vec{BC}| = |\vec{AC}|$.

Câu 11. (NB) Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{CD}$.
 B. $\vec{OB} - \vec{OC} = \vec{OD} - \vec{OA}$.
 C. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}$.
 D. $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{DC} - \vec{DA}$.

Câu 12. (NB) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\vec{OB} - \vec{OC}$.

- A. \vec{BC} .
 B. \vec{DA} .
 C. $\vec{OD} - \vec{OA}$.
 D. \vec{AB} .

Câu 13. (TH) Cộng các vectơ có cùng độ dài 5 và cùng giá. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cộng 5 vectơ ta được kết quả là $\vec{0}$.
 B. Cộng 4 vectơ đôi một ngược hướng ta được $\vec{0}$.
 C. Cộng 121 vectơ ta được $\vec{0}$.
 D. Cộng 25 vectơ ta được vectơ có độ dài là 10.

Câu 14. (TH) Cho ΔABC đều, cạnh a . Câu nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{BC} = \vec{CA}$.
 B. $\vec{CA} = -\vec{AB}$.
 C. $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CA}| = a$.
 D. $\vec{CA} = -\vec{BC}$.

Câu 15. (TH) Cho ΔABC , với M là trung điểm của BC . Tìm câu đúng?

- A. $\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BA} = \vec{0}$.
 B. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{AB}$.
 C. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MC}$.
 D. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM}$.

Câu 16. (TH) Cho ΔABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Tìm câu **sai**.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 17. (TH) Cho ba điểm A, B, C . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng.

A. $AB + BC = AC$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |CA| = |BC|$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 18. (TH) Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$.

B. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 19. (TH) Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$.

C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HA}$.

D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Câu 20. (TH) Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, AC của tam giác ABC . Hỏi vectơ $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vectơ nào?

A. \overrightarrow{AP} .

B. \overrightarrow{PB} .

C. \overrightarrow{MN} .

D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

Câu 21. (TH) Cho đường tròn tâm O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$.

C. $OA = -OB$.

D. $AB = -BA$.

Câu 22. (TH) Cho đường tròn tâm O , và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}$.

B. $\overrightarrow{MT} + \overrightarrow{MT'} = \overrightarrow{TT'}$.

C. $MT = MT'$.

D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}$.

Câu 23. (TH) Cho bốn điểm A, B, C, D . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 24. (TH) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây bằng \overrightarrow{CA} ?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$.

B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 25. (TH) Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 26. (TH) Cho O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Hỏi vectơ $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO}$ bằng vectơ nào?

A. \overrightarrow{BA} .

B. \overrightarrow{BC} .

C. \overrightarrow{DC} .

D. \overrightarrow{AC} .

Câu 27. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 28. (TH) Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, hai điểm E, F lần lượt là trung điểm AB, BC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$.

B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.

$$C. \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}.$$

$$D. \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}.$$

Câu 29. (TH) Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$A. \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}.$$

$$B. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}.$$

$$C. |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|.$$

$$D. |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|.$$

CHỦ ĐỀ II. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO.

G. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho ΔABC đều cạnh a , trọng tâm G . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$; $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$; $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$.

Bài 2. (TH) Cho ΔABC đều cạnh a , trực tâm H . Tính độ dài của các vectơ \overrightarrow{HA} , \overrightarrow{HB} , \overrightarrow{HC} .

Bài 3. (TH) Cho ΔABC vuông tại A có $\hat{B} = 60^\circ$, $BC = 2(\text{cm})$. Tìm $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$?

Bài 4. (TH) Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ$, $\overrightarrow{AB} = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính $|\overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{AI}|$, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{BC}|$?

Bài 5. (TH) Cho ΔABC vuông tại A có $BC = 15(\text{cm})$, $AC = 5(\text{cm})$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}|$, $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}|$?

Bài 6. (TH) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

Bài 7. (TH) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Bài 8. (TH) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 5$, $BC = 10$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

Bài 9. (VD) Cho hình thang vuông tại A và D có $AB = AD = a$, $\hat{C} = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{CD}|$, $|\overrightarrow{BD}|$?

Bài 10. (VD) Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AD và đường cao cùng bằng $2(\text{cm})$ và $\hat{B} = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}|$, $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}|$?

H. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

$$A. 2a.$$

$$B. a.$$

$$C. a\sqrt{3}.$$

$$D. \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 2. (NB) Cho tam giác vuông cân ABC , $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

$$A. a\sqrt{2}.$$

$$B. \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$C. 2a.$$

$$D. a.$$

Câu 3. (NB) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

$$A. 2.$$

$$B. 2\sqrt{13}.$$

$$C. 4.$$

$$D. \sqrt{13}.$$

Câu 4. (TH) Tam giác ABC có $AB = AC = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính độ dài véctơ tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

$$A. a\sqrt{3}.$$

$$B. a.$$

$$C. \frac{a}{2}.$$

$$D. 2a.$$

Câu 5. (TH) Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Hỏi giá trị $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$ bằng bao nhiêu?

$$A. a\sqrt{3}.$$

$$B. 2a.$$

$$C. 2a\sqrt{3}.$$

$$D. \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 6. (TH) Cho tam giác đều ABC có $AB = a$, H là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 7. (TH) Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$.

A. 2.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 8.

D. 4.

Câu 8. (TH) Cho hình thoi $ABCD$ với $AC = 2a, BD = a$. Hỏi giá trị $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$ bằng bao nhiêu?

A. $3a$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $5a$.

Câu 9. (TH) Cho hình vuông $ABCD$ và O là tâm của nó. Hỏi giá trị $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$ bằng bao nhiêu?

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

CHỦ ĐỀ III. QUỸ TÍCH VÀ XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO.

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}|$.

Bài 2. (TH) Cho ΔABC . Hãy xác định điểm M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Bài 3. (VD) Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Gọi M là điểm tùy ý không nằm trên đường thẳng AB . Trên MI kéo dài, lấy điểm N sao cho $IN = MI$.

a) Chứng minh $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{MB}$.

b) Tìm các điểm D, C sao cho: $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{ND}$; $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$.

J. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Cho tam giác ABC có M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

A. M là điểm thứ tư của hình hình hành $ACBM$.

B. M là trung điểm đoạn thẳng AB .

C. M trùng C .

D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 2. (TH) Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$.

A. Đường thẳng BC .

B. Trung trực đoạn BC .

C. Đường tròn tâm A , bán kính BC .

D. Đường thẳng qua A và song song BC .

Câu 3. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$.

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Tập rỗng.

D. Một đoạn thẳng.

Câu 4. (TH) Cho tam giác ABC và điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

A. M là trung điểm AC .

B. M là trung điểm AB .

C. M là trung điểm BC .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Câu 5. (TH) Cho ΔABC và điểm M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Trong các mệnh đề sau tìm đề **sai**?

A. $MABC$ là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Bài

3

TÍCH MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

CHỦ ĐỀ I. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

K.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho tam giác đều ABC cạnh a và M là trung điểm BC . Tính

a) $\left| \frac{1}{2}\overline{CB} + \overline{MA} \right|$. b) $\left| \overline{BA} - \frac{1}{2}\overline{BC} \right|$. c) $\left| \frac{1}{2}\overline{AB} + 2\overline{AC} \right|$. d) $\left| \frac{3}{4}\overline{MA} - \frac{5}{2}\overline{MB} \right|$.

L.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (TH) Cho tam giác OAB vuông cân tại O , $OA = a$. Tính $\left| 2\overline{OA} - \overline{OB} \right|$.

A. a . B. $(1 + \sqrt{2})a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 2. (TH) Cho tam giác OAB vuông cân tại O , $OA = a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left| 3\overline{OA} + 4\overline{OB} \right| = 5a$. B. $\left| 2\overline{OA} \right| + \left| 3\overline{OB} \right| = 5a$.
C. $\left| 7\overline{OA} - 2\overline{OB} \right| = 5a$. D. $\left| 11\overline{OA} \right| - \left| 6\overline{OB} \right| = 5a$.

CHỦ ĐỀ II. PHÂN TÍCH VECTO VÀ CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM THẲNG HÀNG

M.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho ΔABC có M, D lần lượt là trung điểm của AB, BC và N là điểm trên cạnh AC sao cho $\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{NC}$. Gọi K là trung điểm của MN . Hãy tính các vectơ $\overline{AK}, \overline{KD}$ theo $\overline{AB}, \overline{AC}$.

Bài 2. (TH) Cho ΔABC . Trên hai cạnh AB và AC lấy hai điểm D và E sao cho $\overline{AD} = 2\overline{DB}; \overline{CE} = 3\overline{EA}$. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của DE và BC . Hãy tính vectơ $\overline{AM}; \overline{MI}$ theo $\overline{AB}, \overline{AC}$.

Bài 3. (TH) Cho 4 điểm A, B, C, D thỏa: $2\overline{AB} + 3\overline{AC} = 5\overline{AD}$. Chứng minh B, C, D thẳng hàng.

Bài 4. (TH) Cho ΔABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Hãy biểu thị các vectơ $\overline{AB}; \overline{BC}; \overline{CA}$ theo các vectơ $\overline{BN}; \overline{CP}$.

Bài 5. (TH) Cho ΔABC . Gọi I, J nằm trên cạnh BC và BC kéo dài sao cho $2CI = 3BI, 5JB = 2JC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác.

a) Tính $\overline{AI}; \overline{AJ}$ theo $\overline{AB}; \overline{AC}$. b) Tính \overline{AG} theo $\overline{AB}; \overline{AC}$.

Bài 6. (TH) Cho ΔABC có G là trọng tâm tam giác và I là điểm đối xứng của B qua G . M là trung điểm của BC . Hãy tính $\overline{AI}; \overline{CI}; \overline{MI}$ theo $\overline{AB}; \overline{AC}$.

Bài 7. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Hãy tính các vectơ sau theo \overline{AB} và \overline{AD} .

a) \overline{AI} với I là trung điểm của \overline{BO} . b) \overline{BG} với G là trọng tâm ΔOCD .

Bài 8. (VD) Cho ΔABC . Các điểm D, E, G được xác định bởi hệ thức $2\overline{AD} = \overline{AB}, \overline{AE} = 2\overline{CE}, 2\overline{GD} = \overline{GC}$.

a) Chứng minh $BE \parallel CD$.
b) Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh A, G, M thẳng hàng.

Bài 9. (VD) Cho ΔABC . Gọi I là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $IB = 3IC$.

a) Tính \overrightarrow{AI} theo $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$.

b) Gọi J và K lần lượt là các điểm thuộc cạnh AC, AB sao cho $JA = 2JC$ và $KB = 3KA$. Tính \overrightarrow{JK} theo $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$.

c) Tính \overrightarrow{BC} theo \overrightarrow{AI} và \overrightarrow{JK} .

Bài 10. (VD) Cho ΔABC có I là trung điểm của trung tuyến AM và D là điểm thỏa hệ thức $3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

a) Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BI}$ theo $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh ba điểm B, I, D thẳng hàng.

Bài 11. (VD) Cho ΔABC , tìm tập hợp những điểm M thỏa mãn:

a) $k\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC}$, ($k \in \mathbb{R}$).

b) $\overrightarrow{MA} + (1-k)\overrightarrow{MB} - k\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Bài 12. (VD) Cho hình bình hành $ABCD$ có các điểm M, I, N lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$, $BI = k.BC$, $CN = \frac{1}{2}CD$. Gọi G là trọng tâm của ΔBMN . Định k để AI qua G .

N.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (TH) Cho ΔABC có AM là trung tuyến. Gọi I là trung điểm AM . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = \vec{0}$

C. $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$

Câu 2. (TH) Cho ΔABC có AM là trung tuyến. Gọi I là trung điểm AM . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Câu 3. (TH) Cho ΔABC có AM là trung tuyến. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

Câu 4. (TH) Cho tứ giác $ABCD$, trên các cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$, $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ \overrightarrow{MN} theo vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Câu 5. (TH) Cho hình thang $ABCD$ đáy AB và CD . Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của AD và BC . Câu nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

Câu 6. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$, M là trung điểm AB . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

Câu 7. (TH) Cho ΔABC , $M \in AB$ sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm AC . Tính \overrightarrow{MN} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Câu 8. (TH) Cho ΔABC , $M \in BC$ sao cho $MC = 2MB$. Tính \overrightarrow{BM} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ta được kết quả là

A. $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Câu 9. (TH) Cho ΔABC , M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$. Tính \overrightarrow{AM} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Câu 10. (TH) Cho ΔABC , M là trung điểm BC . Tính \overrightarrow{AB} theo \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{BC} .

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

Câu 11. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$. Tính \overrightarrow{AB} theo \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} .

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Câu 12. (TH) Cho ΔABC . Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Các cặp vectơ nào sau cùng phương?

A. $2\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}$

B. $\vec{a} - 2\vec{b}, 2\vec{a} - \vec{b}$

C. $5\vec{a} + \vec{b}, -10\vec{a} - 2\vec{b}$

D. $\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$

Câu 13. (TH) Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba điểm C, M, B thẳng hàng.

B. AM là phân giác trong của góc \hat{A} .

C. A, M và trọng tâm tam giác ABC nằm trên một đường thẳng.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

CHỦ ĐỀ III. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTOR

O. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho tam giác ABC . Gọi A', B', C' là các điểm sao cho $2017\overrightarrow{A'B} + 2018\overrightarrow{A'C} = \vec{0}$; $2017\overrightarrow{B'C} + 2018\overrightarrow{B'A} = \vec{0}$; $2017\overrightarrow{C'A} + 2018\overrightarrow{C'B} = \vec{0}$. Chứng minh rằng hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Bài 2. (TH) Cho tam giác ABC . Gọi A' đối xứng với A qua B ; B' đối xứng với B qua C ; C' đối xứng với C qua A . Chứng minh rằng hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Bài 3. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng hai tam giác $BC'D$ và $B'CD'$ có cùng trọng tâm.

Bài 4. (TH) Cho tứ giác $ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.

Bài 5. (TH) Cho lục giác $ABCDEF$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DE, EF, FA . Chứng minh rằng hai tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

Bài 6. (TH) Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , có trực tâm H , đường kính AD .

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$.

b) Gọi H' là điểm đối xứng của H qua O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH'}$.

Bài 7. (TH) Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi M thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Bài 8. (TH) Cho tứ giác $ABCD$ có AB không song song với CD . Gọi M, N, P, Q lần lượt theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AD, BC, AC, DB .

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ và $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC})$.

b) Chứng minh các điểm M, N, P, Q là 4 đỉnh của một hình bình hành.

c) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN và O là điểm bất kỳ. Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OI}.$$

Bài 9. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, DC . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB})$.

c) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Bài 10. (VD) Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của đoạn thẳng

BC, CD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{DA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DB}$.

P. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (TH) Cho ΔABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$

B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$

Câu 2. (TH) Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$

Câu 3. (TH) Cho ΔABC vuông tại A với M là trung điểm của BC . Câu nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$

B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$

C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$

Câu 4. (TH) Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai.

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$

C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$

D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Câu 5. (TH) Cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$

B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

Câu 6. (TH) Cho tam giác ABC điểm I thỏa $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$

B. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$

C. $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$

Câu 7. (TH) Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{AB}$

Câu 8. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

Câu 9. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

CHỦ ĐỀ IV. QUỸ TÍCH VÀ XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO

Q.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (TH) Cho hai điểm cố định A, B . Tìm tập hợp các điểm M sao cho

a) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

b) $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$.

Bài 2. (TH) Cho ΔABC . Tìm tập hợp các điểm M sao cho

a) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{3}{2}|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$.

b) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

c) $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

d) $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |4\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Bài 3. (VD) Cho ΔABC .

a) Xác định điểm I sao cho $3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

b) Xét hai điểm M, N xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

c) Tìm tập hợp các điểm H sao cho $|3\overrightarrow{HA} - 2\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}|$.

d) Tìm tập hợp các điểm K sao cho $2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| = 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$.

Bài 4. (VD) Cho ΔABC .

a) Xác định điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

b) Xác định điểm D sao cho $3\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

c) Chứng minh 3 điểm A, I, D thẳng hàng.

d) Tìm tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Bài 5. (VD) Cho ΔABC , M là điểm tùy ý trong mặt phẳng.

a) Chứng minh $\vec{v} = 3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ không đổi.

b) Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{3MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Bài 6. (VD) Cho ΔABC và đường thẳng d cố định. Tìm điểm M trên d sao cho

a) $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

b) $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

c) $\vec{x} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

d) $\vec{y} = 5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

Bài 7. (VD) Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O , hai điểm M, N di động thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. Chứng minh rằng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 8. (VD) Cho ΔABC đều, tâm O , M là điểm di động trên đường tròn cố định (O, b) (nằm trong tam giác). Gọi A', B', C' tương ứng là chân các đường vuông góc hạ từ M xuống các cạnh BC, CA, AB của tam giác và G' là trọng tâm của $\Delta A'B'C'$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.

b) Chứng minh rằng G' di động trên một đường tròn cố định.

R.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (TH) Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. M trùng A .

B. M trùng B .

C. M trùng C .

D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 2. (TH) Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$. Tính $P = x - y$.

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = -2$.

D. $P = 3$.

Câu 3. (TH) Cho hình chữ nhật $ABCD$ và số thực $k > 0$. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k$.

A. Một đoạn thẳng.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường tròn.

D. Một điểm.

Câu 4. (TH) Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$.

A. Trung trực đoạn thẳng AB .

B. Trung trực đoạn thẳng AD .

C. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AC}{2}$.

D. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AB + BC}{2}$.

Câu 5. (TH) Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

A. Đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$.

B. Đường tròn đường kính AB .

C. Đường trung trực đoạn thẳng AB .

D. Đường trung trực đoạn thẳng IA .

Câu 6. (VD) Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right|$.

- A. Đường trung trực đoạn thẳng AB . B. Đường tròn đường kính AB .
 C. Đường trung trực đoạn thẳng IA . D. Đường tròn tâm A , bán kính AB .

Câu 7. (VD) Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right|$.

- A. Đường trung trực đoạn thẳng BC . B. Đường tròn đường kính BC .
 C. Đường tròn tâm G bán kính $\frac{a}{3}$. D. Đường trung trực đoạn thẳng AG .

Câu 8. (VD) Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}\right|$ là đường tròn cố định có bán kính r . Tính r theo a .

- A. $r = \frac{a}{3}$. B. $r = \frac{a}{9}$. C. $r = \frac{a}{2}$. D. $r = \frac{a}{6}$.

Bài 4

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

CHỦ ĐỀ I. TRỤC TỌA ĐỘ.

S. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là 2 và 5.

- Tìm tọa độ của \overline{AB} .
- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- Tìm tọa độ của điểm M sao cho $2\overline{MA} + 5\overline{MB} = \vec{0}$.
- Tìm tọa độ điểm N sao cho $2\overline{NA} + 3\overline{NB} = -1$.

Bài 2. (TH) Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là 3 và 1.

- Tìm tọa độ điểm M sao cho $3\overline{MA} - 2\overline{MB} = 1$.
- Tìm tọa độ điểm N sao cho $\overline{NA} + 3\overline{NB} = \overline{AB}$.

Bài 3. (VD) Trên trục $x'Ox$ cho bốn điểm $A(2), B(4), C(1), D(6)$.

- Chứng minh rằng: $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{2}{AB}$.
- Gọi I là trung điểm của AB . Chứng minh $\overline{IC} \cdot \overline{ID} = \overline{IA}^2$.
- Gọi J là trung điểm của CD . Chứng minh $\overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AB} \cdot \overline{AJ}$.

T. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

CHỦ ĐỀ II. TỌA ĐỘ VECTO.

U. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Viết tọa độ của các vectơ sau:

- $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}; \vec{c} = 3\vec{i}; \vec{d} = -2\vec{j}$.
- $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$.

Bài 2. (NB) Viết dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của vectơ \vec{u} là

- $\vec{u} = (2; -3); \vec{u} = (-1; 4); \vec{u} = (2; 0); \vec{u} = (0; -1)$.
- $\vec{u} = (1; 3); \vec{u} = (4; -1); \vec{u} = (1; 0); \vec{u} = (0; 0)$.

Bài 3. (NB) Cho $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (0; 3)$. Tìm tọa độ của các vectơ sau:

- $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}; \vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.
- $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}; \vec{v} = 2 + \vec{b}; \vec{w} = 4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

Bài 4. (TH) Cho $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$.

- Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.
- Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$.
- Biểu diễn vectơ \vec{c} theo \vec{a}, \vec{b} .

V. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{a} = (-5; 0), \vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vectơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

C. $\vec{u} = (4; 2)$, $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

D. $\vec{a} = (6; 3)$, $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Câu 2. (NB) Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. \vec{u} và \vec{v} cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}$, \vec{v} cùng phương.

Câu 3. (NB) Trong hệ trục $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của $\vec{i} + \vec{j}$ là

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(1; 1)$.

Câu 4. (NB) Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(-4; 6)$.

B. $(2; -2)$.

C. $(4; -6)$.

D. $(-3; -8)$.

Câu 5. (NB) Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $(6; -9)$.

B. $(4; -5)$.

C. $(-6; 9)$.

D. $(-5; -14)$.

Câu 6. (TH) Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ \vec{a} , \vec{b} cùng phương nếu x là

A. -5 .

B. 4 .

C. 0 .

D. -1 .

Câu 7. (TH) Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = -15$.

B. $x = 3$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Câu 8. (TH) Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{u} = (7; -7)$.

B. $\vec{u} = (9; -11)$.

C. $\vec{u} = (9; -5)$.

D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

CHỦ ĐỀ III. TỌA ĐỘ ĐIỂM.

W.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 1. (NB) Cho hai điểm $A(3; -5)$, $B(1; 0)$.

a) Tìm tọa độ điểm C sao cho: $\overline{OC} = -3\overline{AB}$.

b) Tìm điểm D đối xứng của A qua C .

c) Tìm điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$.

Bài 2. (TH) Cho ba điểm $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(-2; 0)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) Tìm các tỉ số mà điểm A chia đoạn BC , điểm B chia đoạn AC , điểm C chia đoạn AB .

Bài 3. (TH) Cho ba điểm $A(1; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 2)$.

a) Tìm tọa độ các vectơ \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} .

b) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

c) Tìm tọa độ điểm M sao cho: $\overline{CM} = 2\overline{AB} - 3\overline{AC}$.

d) Tìm tọa độ điểm N sao cho: $\overline{AN} + 2\overline{BN} - 4\overline{CN} = \vec{0}$.

Bài 4. (TH) Cho ba điểm $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$.

a) Tìm tọa độ điểm D đối xứng của A qua C .

b) Tìm tọa độ điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành có 3 đỉnh là A, B, C .

c) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Bài 5. (VD) Cho hai điểm $A(3; 4)$, $B(2; 5)$. Tìm m để điểm $C(-7; m)$ thuộc đường thẳng AB .

Bài 6. (VD) Cho ba điểm $A(1;0), B(0;3), C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho $T = |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. (VD) Cho tam giác ABC với $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

X.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.

Câu 1. (NB) Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC, C \in Ox$. Khẳng định nào đúng?

- A. \overrightarrow{AB} có tung độ khác 0. B. A và B có tung độ khác nhau.
C. C có hoành độ bằng 0. D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Câu 2. (NB) Cho bốn điểm $A(-5;-2), B(-5;3), C(3;3), D(3;-2)$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. B. $ABCD$ là hình chữ nhật.
C. $I(-1;1)$ là trung điểm AC . D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 3. (NB) Cho $A(3;-2), B(7;1), C(0;1), D(-8;-5)$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 4. (NB) Cho $A(-1;5), B(5;5), C(-1;11)$. Khẳng định nào đúng?

- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Câu 5. (NB) Cho bốn điểm $A(2;1); B(2;-1); C(-2;-3); D(-2;-1)$. Xét 3 mệnh đề:

- (I) $ABCD$ là hình thoi.
(II) $ABCD$ là hình bình hành.
(III) AC cắt BD tại $M(0;-1)$.

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng.
C. Chỉ (II) và (III) đúng. D. Cả 3 đều đúng.

Câu 6. (NB) Cho các điểm $A(-1;1); B(0;2); C(3;1); D(0;-2)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $AB \parallel DC$. B. $AC = BD$. C. $AD = BC$. D. $AD \parallel BC$.

Câu 7. (NB) Cho 3 điểm $A(-1,1); B(1,3); C(-2,0)$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$. B. A, B, C thẳng hàng.
C. $\overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Câu 8. (NB) Cho ba điểm $A(1;3); B(-1;2); C(-2;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là

- A. $(-5;-3)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;2)$. D. $(4;0)$.

Câu 9. (NB) Trong mp Oxy , cho $A(5;2), B(10;8)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- A. $(15;10)$. B. $(2;4)$. C. $(5;6)$. D. $(50;16)$.

Câu 10. (NB) Cho $A(2;-3), B(4;7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $(6;4)$. B. $(2;10)$. C. $(3;2)$. D. $(8;-21)$.

Câu 11. (NB) Cho tam giác ABC có $A(3;5), B(1;2), C(5;2)$. Trọng tâm của ABC là

- A. $G_1(-3;4)$. B. $G_2(4;0)$. C. $G_3(\sqrt{2};3)$. D. $G_4(3;3)$.

Câu 12. (NB) Cho bốn điểm $A(1;1), B(2;-1), C(4;3), D(3;5)$. Chọn mệnh đề đúng:

- A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. B. $G\left(2; \frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm BCD .
C. $\overline{AB} = \overline{CD}$. D. $\overline{AC}, \overline{AD}$ cùng phương.

Câu 13. (TH) Cho $M(3;-4)$. Kẻ $MM_1 \perp Ox, MM_2 \perp Oy$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\overline{OM_1} = -3$. B. $\overline{OM_2} = 4$.
C. $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = (-3;-4)$. D. $\overline{OM_1} + \overline{OM_2} = (3;-4)$.

Câu 14. (TH) Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có gốc O là tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

- A. $|\overline{OA} + \overline{OB}| = AB$. B. $\overline{OA} - \overline{OB}, \overline{DC}$ cùng hướng.
C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$. D. $x_B = -x_C, y_C = -y_B$.

Câu 15. (TH) Cho $A(2,1), B(0,-3), C(3,1)$. Tìm điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(5,5)$. B. $(5,-2)$. C. $(5,-4)$. D. $(-1,-4)$.

Câu 16. (TH) Cho ba điểm $A(1,1); B(3,2); C(6,5)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành:

- A. $D(4,3)$. B. $D(3,4)$. C. $D(4,4)$. D. $D(8,6)$.

Câu 17. (TH) Cho 3 điểm M, N, P thỏa $\overline{MN} = k\overline{MP}$. Tìm k để N là trung điểm của MP ?

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1 . C. 2 . D. -2 .

Câu 18. (TH) Cho tam giác ABC có $B(9;7), C(11;-1)$, M và N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tọa độ của \overline{MN} là

- A. $(2;-8)$. B. $(1;-4)$. C. $(10;6)$. D. $(5;3)$.

Câu 19. (TH) Các điểm $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A là

- A. $(1;5)$. B. $(-3;-1)$. C. $(-2;-7)$. D. $(1;-10)$.

Câu 20. (TH) Tam giác ABC có $A(6;1); B(-3;5)$. Trọng tâm của tam giác là $G(-1;1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $C(6;-3)$. B. $C(-6;3)$. C. $C(-6;-3)$. D. $C(-3;6)$.

Câu 21. (TH) Cho $A(1;1), B(-2;-2), C(7;7)$. Khẳng định nào đúng?

- A. $G(2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC . B. B ở giữa hai điểm A và C .
C. A ở giữa hai điểm B và C . D. $\overline{AB}, \overline{AC}$ cùng hướng.

Câu 22. (TH) Cho ΔABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh $A(-2;2)$ và $B(3;5)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(-1;-7)$. B. $(2;-2)$. C. $(-3;-5)$. D. $(1;7)$.

Câu 23. (TH) Cho $A(1;2); B(-2;3)$. Tìm tọa độ của điểm I sao cho $\overline{IA} + 2\overline{IB}$.

- A. $(1; 2)$. B. $\left(1; \frac{2}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$. D. $(2; -2)$.

Câu 24. (TH) Cho $A(2; 5); B(1; 1); C(3; 3)$. Tọa độ điểm E thỏa $\overline{AE} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$ là.

- A. $E(3; -3)$. B. $E(-3; 3)$. C. $E(-3; -3)$. D. $E(-2; -3)$.

Câu 12. (TH) Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

- A. M là trung điểm AC .
 B. M là trung điểm AB .
 C. M là trung điểm BC .
 D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Câu 13. (TH) Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Trong các mệnh đề sau tìm đề **sai**?

- A. $MABC$ là hình bình hành. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 14. (TH) Cho tứ giác $ABCD$, trên các cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$, $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ \overrightarrow{MN} theo vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
 C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Câu 15. (TH) Cho hình thang $ABCD$ đáy AB và CD . Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của AD và BC . Câu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$
 C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

Câu 16. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$
 C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$

Câu 17. (TH) Cho hình bình hành $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$ D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Câu 18. (TH) Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

- A. Đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$. B. Đường tròn đường kính AB .
 C. Đường trung trực đoạn thẳng AB . D. Đường trung trực đoạn thẳng IA .

Câu 19. (VD) Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$.

- A. Đường trung trực đoạn thẳng AB . B. Đường tròn đường kính AB .
 C. Đường trung trực đoạn thẳng IA . D. Đường tròn tâm A , bán kính AB .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. L.V.Đoàn, *Đề cương ôn tập Học kì I lớp 10*, file word, violet.vn.
- [2]. N.P.Khánh, *Phân dạng và phương pháp giải các chuyên đề Hình học 10*, NXB ĐHQG Hà Nội, 2015.
- [3]. T.S.Tùng, *Tài liệu hình học 10*, file word, transitungqn.violet.vn.
- [4]. H.Tròn, N.V.Thiết, *Trắc nghiệm Hình học 10*, NXB ĐHQG Hà Nội, 2006.