

MỤC LỤC

Chương 6. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG	1
§ 15 – HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	1
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT	1
B RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN	2
Dạng 1: Tính giá trị của hàm số tại một điểm	2
Dạng 2: Tìm tập xác định, tập giá trị của hàm số	3
Dạng 3: Tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số	4
Dạng 4: Vẽ đồ thị hàm số cho bởi nhiều biểu thức	5
Dạng 5: Viết công thức hàm số cho một số bài toán thực tế	5
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN	6
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	8
§ 16 – HÀM SỐ BẬC HAI	12
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT	12
B RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN	13
Dạng 1: Đồ thị hàm số bậc hai và các vấn đề liên quan	13
Dạng 2: Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$	13
Dạng 3: Ứng dụng của hàm số bậc hai trong thực tế	14
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN	15
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	18
§ 17 – DẤU TAM THỨC BẬC HAI	22
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT	22
B RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN	23
Dạng 1: Xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$	23
Dạng 2: Giải bất phương trình bậc hai	24
Dạng 3: Vận dụng, thực tiễn	24
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN	25
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	27
§ 18 – PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI	31
A RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN	31
Dạng 1: Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$	31
Dạng 2: Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$	31

Dạng 3: Vận dụng, thực tiễn	31
B BÀI TẬP TỰ LUYỆN	32

HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

§15. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hàm số. Tập xác định và tập giá trị của hàm số

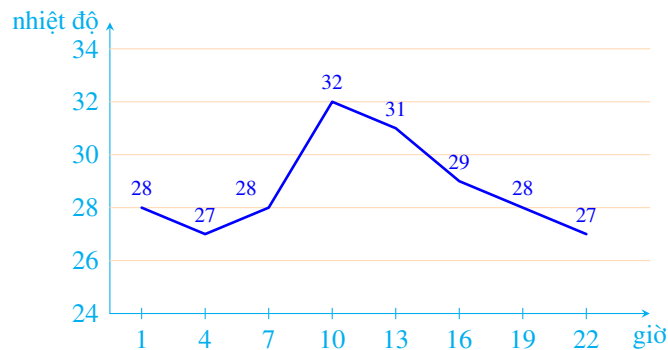
Định nghĩa: Giả sử x và y là hai đại lượng biến thiên và x nhận giá trị thuộc tập số \mathcal{D} . Nếu với **mỗi giá trị x thuộc \mathcal{D}** , ta xác định được **một và chỉ một giá trị tương ứng y** thuộc tập hợp số thực \mathbb{R} thì ta có một hàm số.



- ▶ Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x .
- ▶ Tập hợp \mathcal{D} được gọi là tập xác định của hàm số.
- ▶ Tập hợp T gồm tất cả các giá trị y (tương ứng với x thuộc \mathcal{D}) gọi là tập giá trị của hàm số.

Cách cho một hàm số: Một hàm số có thể được cho bởi một công thức hoặc nhiều công thức; có thể cho bằng mô tả; cho bằng bảng hoặc cho bằng biểu đồ.

Ví dụ 1. Bản tin dự báo thời tiết cho biết nhiệt độ ở một số thời điểm trong ngày 01/05/2021 tại thành phố Hồ Chí Minh được ghi lại với biểu đồ bên dưới



Rõ ràng với mỗi mốc giờ xác định trong ngày, ta có tương ứng duy nhất 1 số đo nhiệt độ được dự báo nên có xem đây là 1 hàm số với

- Tập xác định $D = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; 22\}$
- Tập giá trị $T = \{28; 27; 32; 31; 29\}$.

Ví dụ 2. Xét công thức $y = 2x + 1$. Ta đã biết đây là một hàm số bậc nhất với

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị $T = \mathbb{R}$.

2. Đồ thị hàm số

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định \mathcal{D} . Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị (C) của hàm số là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ với $x \in \mathcal{D}$ và $y = f(x)$. Vậy $(C) = \{M(x; f(x)) \mid x \in \mathcal{D}\}$.

Lưu ý: Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi $x_M \in \mathcal{D}$ và $y_M = f(x_M)$.

3. Sự đồng biến, hàm số nghịch biến của hàm số

Khái niệm: Với hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$, ta nói

☑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

☑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Lưu ý: Khi vẽ bảng biến thiên, xét từ trái sang phải, ta dùng mũi tên đi xuống để minh họa khoảng nghịch biến và mũi tên đi lên để minh họa khoảng đồng biến.



RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính giá trị của hàm số tại một điểm

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định \mathcal{D} và $x_0 \in \mathcal{D}$.

- ✍ Tính giá trị hàm số tại x_0 : Ta chỉ việc thay x_0 vào biểu thức $y = f(x)$, tìm được y_0 .
- ✍ Nếu $f(x)$ là hàm cho bởi nhiều biểu thức thì ta thay x_0 vào biểu thức mà miền xác định của nó chứa x_0 .

Ví dụ 1. Cho hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ và $g(x) = 1 - x$. Tính $f(1)$; $g(-2)$; $f(1) + g(-2)$.

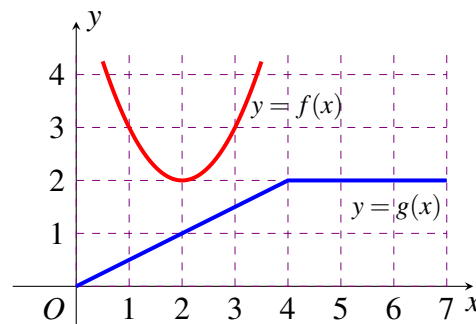
Ví dụ 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{với } x \geq 1 \\ 1 - 2x^2 & \text{với } x < 1 \end{cases}$. Tính $f(1)$, $f(2)$, $f(0)$, $f(-3)$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m - 1)x + 2$, với m là tham số.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 2)$.
- b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $N(-3; 1)$.

Ví dụ 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị như hình bên.



- a) Trong các điểm $A(2;2)$, $B(4;2)$, $C(3;3)$ điểm nào thuộc đồ thị $f(x)$? điểm nào thuộc đồ thị $g(x)$?
- b) Tính giá trị $f(1) + g(2)$.
- c) Tìm điểm trên đồ thị $f(x)$ có tung độ bằng 3.

Dạng 2. Tìm tập xác định, tập giá trị của hàm số

Tập xác định: Ta tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để hàm số đã cho có nghĩa. Cần lưu ý hai vấn đề sau:

- ① $\frac{A}{B}$ có nghĩa khi $B \neq 0$.
- ② \sqrt{B} có nghĩa khi $B \geq 0$.

Tập giá trị: Với x thuộc miền xác định \mathcal{D} , ta có thể căn cứ vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để tìm miền giá trị (nhìn khoảng "dao động" của y).

Ví dụ 5. Sau khi đun nóng băng phiến lên đến gần $90^\circ C$, người ta để nguội, quan sát, ghi nhận nhiệt độ và trạng thái của băng phiến sau mỗi phút như bảng sau

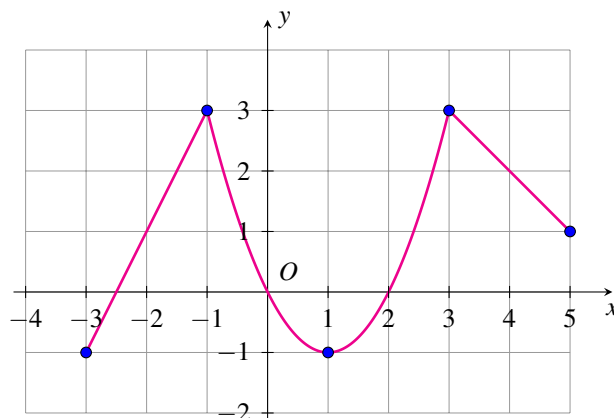
Nhiệt độ và trạng thái của băng phiến khi để nguội

Thời gian nguội (phút)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nhiệt độ ($^\circ C$)	86	84	82	81	80	80	80	80	79	77	75
Trạng thái	lỏng			lỏng và rã				rắn			

- a) Tại sao từ bảng trên, có thể nói nhiệt độ của băng phiến là một hàm số theo thời gian (nung nóng)? Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số trên.
- b) Sau khi để nguội 3 phút, nhiệt độ băng phiến là bao nhiêu?
- c) Băng phiến chuyển hoàn toàn sang trạng thái rắn sau bao nhiêu phút?

Ví dụ 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là \mathcal{D} và đồ thị là đường liền nét được vẽ trên miền \mathcal{D} như hình bên



- a) Xác định tập xác định \mathcal{D} .
- b) Tìm tập giá trị của hàm số trên miền \mathcal{D} .
- c) Tìm các điểm thuộc đồ thị và có tung độ bằng 3.

Ví dụ 7. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = x^4 + x^2 - 2.$

b) $y = \frac{x+2}{x-2}.$

c) $y = \frac{x^2+2}{4-x}.$

d) $y = \frac{1}{-x^2+3x}$

Ví dụ 8. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \sqrt{x-2}.$

b) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x+2}}.$

c) $y = x + \frac{1}{\sqrt{3-x}}.$

d) $y = \sqrt{2+x} + \sqrt{x-2}.$

Ví dụ 9. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ x^2 & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{nếu } x \leq 2 \\ x^2 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$

Dạng 3. Tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số

✍ Nếu đề bài cho bảng biến thiên hoặc đồ thị: Xét từ trái sang phải thì

- Khoảng nào có mũi tên đi xuống (đồ thị đổ xuống) thì khoảng đó hàm số nghịch biến.
- Khoảng nào có mũi tên đi lên (đồ thị đi lên) thì khoảng đó hàm số đồng biến.

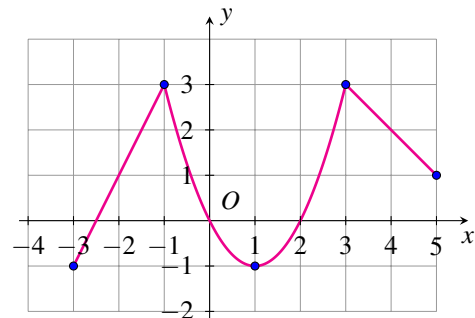
✍ Nếu đề bài yêu cầu xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng xác định $(a; b)$: Ta lấy x_1, x_2 tùy ý thuộc $(a; b)$, với $x_1 < x_2$ và tính $f(x_1) - f(x_2)$, nếu

- $f(x_1) - f(x_2) < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
- $f(x_1) - f(x_2) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.

✍ Trong nhiều trường hợp, để tìm được khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số, ta có thể lập bảng biến thiên của hàm số đó trên miền xác định.

Ví dụ 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là \mathcal{D} và đồ thị là đường liền nét được vẽ trên miền \mathcal{D} như hình bên. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số trên miền \mathcal{D} .



Ví dụ 11. Cho hàm số $y = f(x) = -2x^2 - 7$. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số trên các khoảng $(-4; 0)$; $(3; 10)$.

Ví dụ 12. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = f(x) = x^2 + 10x + 9$ trên $(-5; +\infty)$.

Ví dụ 13. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = f(x) = \frac{x}{x-7}$ trên các khoảng $(-\infty; 7)$; $(7; +\infty)$.

Dạng 4. Vẽ đồ thị hàm số cho bởi nhiều biểu thức

Ví dụ 14. Tìm tập xác định và vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{với } x \geq 0 \\ -x & \text{với } x < 0. \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{với } x \leq 1 \\ 1 & \text{với } x > 1. \end{cases}$

c) $f(x) = |x|.$

d) $f(x) = |x + 2|.$

Dạng 5. Viết công thức hàm số cho một số bài toán thực tế

Ví dụ 15. Theo quyết định số 2019/QĐ-BĐVN ngày 01/11/2018 của Tổng công ty Bưu điện Việt Nam, giá cước dịch vụ Bưu chính phổ cập đối với dịch vụ thư cơ bản và bưu thiếp trong nước có khối lượng đến 250g như trong bảng sau

a) Số tiền dịch vụ thư cơ bản phải trả y (đồng) có là hàm số của khối lượng thư cơ bản x (g) hay không? Nếu đúng, hãy xác định những công thức tính y .

Khối lượng đến 250 g	Mức cước (đồng)
Đến 20 g	4000
Trên 20 g đến 100 g	6000
Trên 100 g đến 250 g	8000

b) Tính số tiền phải trả khi bạn Dương gửi thư có khối lượng 150g, 200g.

Ví dụ 16. Nhiệt độ ở mặt đất đo được khoảng 30°C . Biết rằng cứ lên 1 km thì nhiệt độ giảm đi 5° .

a) Hãy lập hàm số T theo h , trong đó T tính bằng độ ($^\circ$) và h tính bằng ki-lô-mét (km).

b) Hãy tính nhiệt độ khi ở độ cao 3 km so với mặt đất.

Ví dụ 17. Một công ty viễn thông A cung cấp dịch vụ truyền hình cáp với mức phí ban đầu là 300000 đồng và mỗi tháng phải đóng 150000 đồng. Công ty viễn thông B cũng cung cấp dịch vụ truyền hình cáp nhưng không tính phí ban đầu và mỗi tháng khách hàng sẽ phải đóng 200000 đồng.

a) Gọi T (đồng) là số tiền khách hàng phải trả cho mỗi công ty viễn thông trong t (tháng) sử dụng dịch vụ truyền hình cáp. Khi đó hãy lập hàm số T theo t đối với mỗi công ty.

b) Tính số tiền khách hàng phải trả sau khi sử dụng dịch vụ truyền hình cáp trong 5 tháng đối với mỗi công ty.

c) Khách hàng cần sử dụng dịch vụ truyền hình cáp trên mấy tháng thì đăng kí bên công ty viễn thông A sẽ tiết kiệm chi phí hơn?

6 Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau

a) $y = -x^2$.

b) $y = \sqrt{2-3x}$.

c) $y = \frac{4}{x+1}$.

d) $y = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{nếu } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$.

7 Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y = 2 - 4x$.

b) $y = \frac{x-3}{5-2x}$.

c) $y = \frac{x}{x^2-3x+2}$.

d) $y = \frac{2x+1}{(x-2)(x^2-4x+3)}$.

8 Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \frac{\sqrt{4-2x}}{x^2-6x+5}$.

b) $y = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}}$.

9 Tìm tập xác định các hàm số sau

a) $f(x) = \frac{4x-1}{\sqrt{2x-5}}$.

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{với } x \geq 0 \\ 1 & \text{với } x < 0. \end{cases}$

10 Xét sự biến thiên của hàm số sau trên khoảng $(1; +\infty)$.

a) $y = \frac{3}{x-1}$.

b) $y = x + \frac{1}{x}$.

11 Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau

a) $f(x) = 1 - 3x$.

b) $f(x) = \frac{1}{x-3}$.

c) $f(x) = |2x - 1|$.

12 Vẽ đồ thị các hàm số sau

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{với } x \leq 2 \\ x+2 & \text{với } x > 2. \end{cases}$

b) $f(x) = |x+3| - 2$.

13 Một lớp muốn thuê một chiếc xe khách cho chuyến tham quan với tổng đoạn đường cần di chuyển trong khoảng từ 550 km đến 600 km, có hai công ty được tiếp cận để tham khảo giá. Công ty A có giá khởi đầu là 3,75 triệu đồng cộng thêm 5000 đồng cho mỗi km chạy xe. Công ty B có giá khởi đầu là 2,5 triệu đồng cộng thêm 7500 đồng cho mỗi km chạy xe. Lớp đó nên chọn công ty nào để chi phí là thấp nhất?

14 Một người đang dự định đi mua xe máy mà muốn chọn 1 trong hai loại xe sau:

- **Loại 1:** Có giá 27000000 (đồng) và trung bình số ki-lô-mét đi được mỗi lít xăng là 58 km/lít xăng
- **Loại 2:** Có giá 30000000 (đồng) và trung bình số ki-lô-mét đi được mỗi lít xăng là 62,5 km/lít xăng.

Biết rằng giá trung bình của 1 lít xăng là 18000 (đồng). Người ta dự tính mua xe máy để sử dụng khoảng 8 năm, mỗi năm người đó ước chừng đi khoảng 7250 km.

- a) Gọi s (đồng) là chi phí từng năm theo thời gian t (năm) của mỗi loại xe (bao gồm tiền mua xe và tiền xăng). Lập hàm số của s theo t .
- b) Nên chọn loại xe nào để tiết kiệm hơn? Tại sao?

15) Bảng giá cước của một hãng Taxi như sau:

Bảng Giá Cước - Taxi Fare Quote		
GIÁ MỞ CỬA First 0.7km	GIÁ KM TIẾP THEO Each additional 0.8 km up to 30th km	TỪ KM THỨ 31 From 31st km
11.000Đ/ 0.7Km	15.800Đ/ 1Km	12.500Đ/ 1Km
Phí thời gian chờ (Each 5 minutes of wait time: VND 3000)		GIÁ TIỀN DẢ BAO GỒM 10% THUẾ VAT (10% VAT INCLUDED)
QUÝ KHÁCH VUI LÒNG THANH TOÁN PHÍ CẦU DƯỜNG, PHÀ VÀ BẾN BÀI (NẾU CÓ) All tolls, road & bridge use charge or parking fee shall be surcharged (if any) TAXI MAI LINH CAM KẾT TÍNH GIÁ CƯỚC THEO ĐỒNG HỒ TÍNH TIỀN Metter - based Fare		

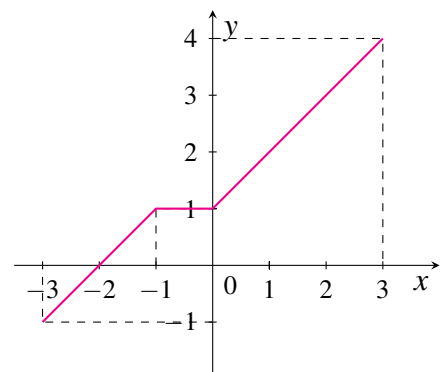
- a) Gọi y (đồng) là số tiền khách hàng phải trả sau khi đi x (km). Lập hàm số của y theo x (giả sử rằng không có phát sinh chi phí khác).
- b) Một hành khách thuê taxi đi quãng đường 40 km phải trả số tiền là bao nhiêu?

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2 + x - 3$?
 A. $(0; -3)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(3; -7)$.
- Câu 2.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 3x^3 - 2x + 1$?
 A. $(-1; 2)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; 2)$.
- Câu 3.** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$.
 A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
- Câu 4.** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-2x+2}$.
 A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
- Câu 5.** Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \sqrt{x-2}$.
 A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$. D. $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.
- Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{2x+3}{x^2-x}$.
 A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. \mathbb{R} . C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 3)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

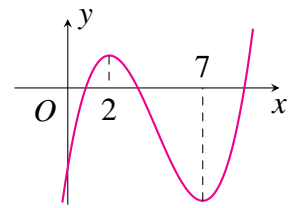


Câu 8. Khẳng định nào sau đây về hàm số $y = x^2$ là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
- B. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- C. Hàm số nghịch biến trên $[0; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$.



Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2 + \sqrt{3-x}}{x-2}$ là

- A. $(-\infty; 3) \setminus \{2\}$.
- B. $(2; 3]$.
- C. $(-\infty; 3] \setminus \{2\}$.
- D. $(-\infty; 3]$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x}$.

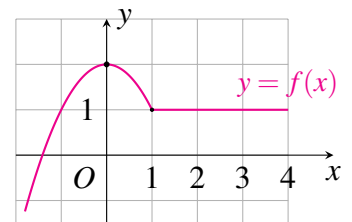
- A. $[-3; 6]$.
- B. $(-3; 6)$.
- C. $(-\infty; -3) \cup (6; +\infty)$.
- D. $\mathbb{R} \setminus (-3; 6)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{3-x}$ là

- A. $[1; 3]$.
- B. $(1; 3]$.
- C. $(-\infty; 3]$.
- D. $(1; +\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tính giá trị biểu thức $P = 2f(1) + f(4) - f(3)$

- A. $P = 1$.
- B. $P = 0$.
- C. $P = 2$.
- D. $P = 4$.



Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{khi } x > 1 \\ x^2 + 1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$. Giá trị $f(0)$ bằng

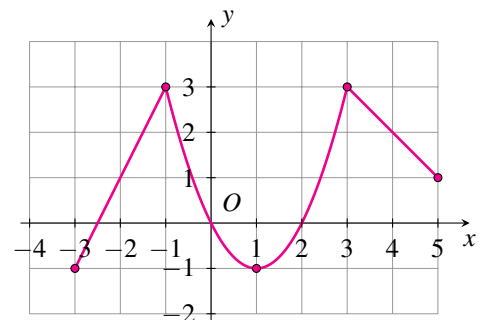
- A. -2 .
- B. 2 .
- C. -1 .
- D. 1 .

Câu 15. Cho hàm số $y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 - 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số?

- A. $(0; 1)$.
- B. $(0; -3)$.
- C. $(3; 7)$.
- D. $(-3; 6)$.

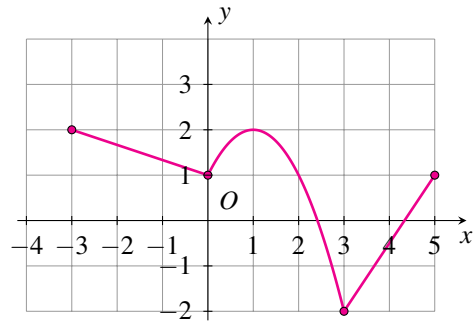
Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên miền $[-3; 5]$ như hình bên. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $A(4; 1)$.
- B. $B(1; 1)$.
- C. $C(3; 3)$.
- D. $D(0; 2)$.



Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên miền $\mathcal{D} = [-3; 5]$ như hình bên. Tập giá trị của hàm số này trên miền \mathcal{D} là

- A. $[-3; 5]$.
- B. $[-2; 5]$.
- C. $[-3; 3]$.
- D. $[-2; 2]$.

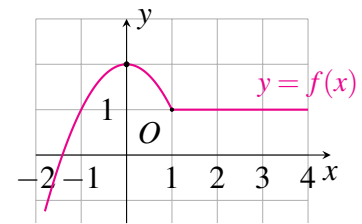


Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Tìm tọa độ điểm thuộc đồ thị của hàm số có tung độ bằng -2 .

- A. $(0; -2)$.
- B. $(\frac{1}{3}; -2)$.
- C. $(-2; -2)$.
- D. $(-1; -2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là một đường liền nét trên đoạn $[-2; 4]$ (hình bên). Xét trên $[-2; 4]$, có bao nhiêu giá trị của x để $y = 1$?

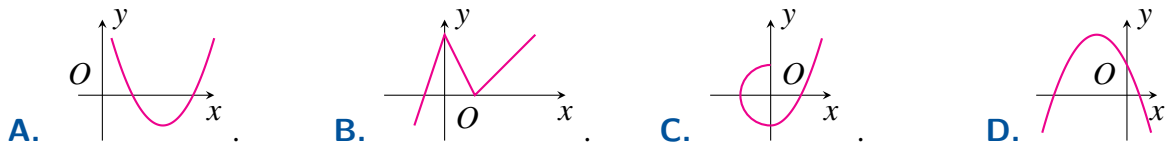
- A. 4.
- B. 5.
- C. vô số.
- D. 1.



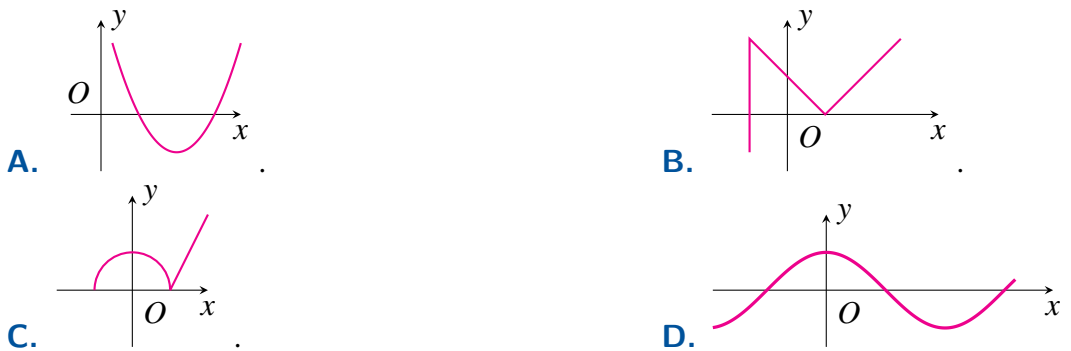
Câu 20. Trong các công thức dưới đây, công thức nào được xem là công thức của một hàm số y theo biến x ?

- A. $3x^2 - y^2 = 0$.
- B. $3x^2 - y + 1 = 0$.
- C. $y^2 = x$.
- D. $(y - x)(y + x) = 1$.

Câu 21. Trong các đường biểu diễn dưới đây, đường nào **không** phải là đồ thị của một hàm số?



Câu 22. Trong các đường biểu diễn dưới đây, đường nào **không** phải là đồ thị của một hàm số?



Câu 23. Bảng giá cước gọi quốc tế của công ty viễn thông A được cho bởi bảng sau:

Thời gian gọi (phút)	Giá cước điện thoại (đồng/phút)
Không quá 8 phút	6500
Từ phút thứ 9 đến phút thứ 15	6000
Từ phút thứ 16 đến phút thứ 25	5500
Từ phút 26 trở đi	5000

Ông An thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút. Số tiền cước ông An phải trả là

- A. 72 000 đồng.
- B. 76 000 đồng.
- C. 70 000 đồng.
- D. 90 000 đồng.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x\sqrt{5}}{x^2 - 2x + m}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m < 0$.

Câu 25. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$.

A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $-1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

—HẾT—

§16. HÀM SỐ BẬC HAI



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$.

- ① Tập xác định \mathbb{R} .
- ② Tọa độ đỉnh $S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Để xác định nhanh tọa độ đỉnh, ta chỉ cần xác định hoành độ x_0 . Sau đó thay x_0 vào hàm số, ta tính y_0 .
- ③ Sự biến thiên của hàm số bậc hai:

$a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

▶ $a > 0$ thì bề lõm quay lên.
 ▶ Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$; đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

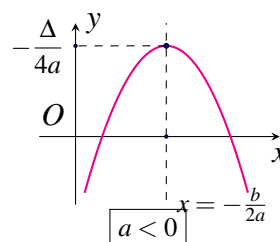
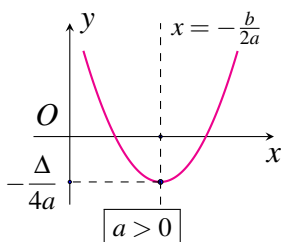
$a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

▶ $a < 0$ thì bề lõm quay xuống.
 ▶ Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$; nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

2. Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$.

- ① Trong mặt phẳng Oxy , đồ thị là một parabol:



- ② Trục đối xứng: $x = -\frac{b}{2a}$ (xem đồ thị).
- ③ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng c , tức là đồ thị luôn qua điểm $(0; c)$.
- ④ Giá trị lớn nhất (max), giá trị nhỏ nhất (min)

▶ Khi $a > 0$, hàm số đạt **giá trị nhỏ nhất** $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$ (tại đỉnh).

▶ Khi $a < 0$, hàm số đạt **giá trị lớn nhất** $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$ (tại đỉnh).



RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Đồ thị hàm số bậc hai và các vấn đề liên quan

Muốn vẽ parabol, ta cần là các bước sau:

- ① Xác định tọa độ đỉnh $S(x_0; y_0)$, với $x_0 = -\frac{b}{2a}$, y_0 được tính bằng cách thay x_0 vào hàm số và bấm máy.
- ② Xác định trục đối xứng $d: x = -\frac{b}{2a}$.
- ③ Lập bảng giá trị (5 điểm), hoặc tìm giao điểm với Ox, Oy .
- ④ Xác định "chiều quay" của parabol và vẽ **parabol** có đỉnh S , có trục đối xứng d và qua các điểm vừa xác định.

Ví dụ 1. Vẽ đồ thị và xác định tập giá trị của các hàm số sau đây

- | | | |
|---------------------|---|--|
| a) $y = 2x^2$. | b) $y = x^2 - 4x + 1$. | c) $y = -x^2 - 2x + 3$. |
| d) $y = -x^2 - 2$. | e) $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$. | f) $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$. |

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = -x^2 - 3x + 1$ có đồ thị là parabol (P).

- a) Tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của đồ thị (P) với trục tung và trục hoành.
- b) Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là parabol (P).

- a) Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số.
- b) Vẽ đồ thị (P).

Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$

Việc xác định (P) hay đi tìm các hệ số a, b, c , ta thường quy về việc giải hệ phương trình liên quan đến ba ẩn a, b, c . Khi tìm các phương trình liên quan, ta chú ý một số nội dung sau:

⚙ Nếu đề cho (P) qua điểm $(x_0; y_0)$ thì ta được: $ax_0^2 + bx_0 + c = y_0$.

⚙ Nếu đề cho tọa độ đỉnh là $(x_0; y_0)$ thì ta được

- ① Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = x_0$;
- ② $(x_0; y_0) \in (P)$, suy ra $ax_0^2 + bx_0 + c = y_0$.
- ③ (P) viết dưới dạng $y = a(x - x_0)^2 + y_0$.

⚙ Nếu đề cho hoành độ đỉnh (hoặc trục đối xứng) $x = x_0$, ta được $-\frac{b}{2a} = x_0$.

⚙ Nếu đề cho tung độ đỉnh $y = y_0$, ta được $-\frac{\Delta}{4a} = y_0$.

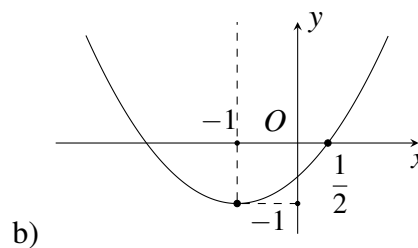
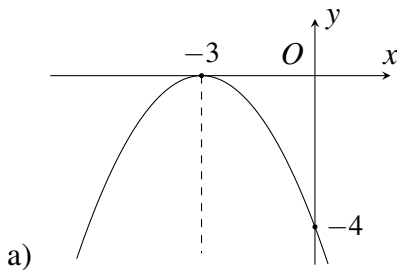
Ví dụ 4. Xác định phương trình của (P) : $y = -2x^2 + bx + c$, biết

- (P) đi qua hai điểm $M(0; -2)$ và $N(2; 0)$;
- (P) có đỉnh $I(1; 3)$;
- (P) đi qua điểm $A(2; -3)$ và có hoành độ đỉnh $x_0 = 3$;
- (P) có trục đối xứng là $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Ví dụ 5. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P) , biết

- (P) đi qua ba điểm $A(1; 0)$, $B(2; 8)$ và $C(0; -6)$.
- (P) đi qua điểm $A(0; 5)$ và có đỉnh $I(3; -4)$.
- Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 và đồ thị (P) qua các điểm $(0; 5)$, $(3; 13)$.

Ví dụ 6. Hãy viết phương trình của parabol ứng với mỗi đồ thị dưới đây.



Dạng 3. Ứng dụng của hàm số bậc hai trong thực tế

- Một số mô hình thực tế (cổng chào, cầu,...) có hình dạng parabol;
- Một số chuyển động có phương trình quỹ đạo là một hàm bậc hai.

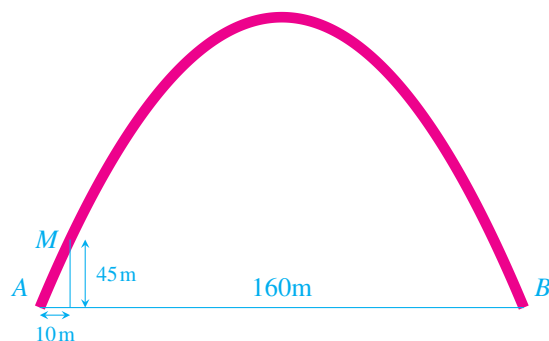
Khi thực hiện đo đạc tính toán, ta thường dùng lý thuyết về hàm số bậc hai để giải các bài toán trên.

Ví dụ 7. Một vật chuyển động với vận tốc $v = 40 + 18t - t^2$ (m/s). Trong 20 giây đầu vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

Đáp số: $v_{\max} = 121$ m/s.

Ví dụ 8.

Cổng vào miền Tây (Gateway Arch) ở thành phố St. Louis, nước Mỹ, có hình dạng là một phần của parabol như hình vẽ. Khoảng cách giữa 2 chân cổng $AB = 160$ m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 45 m so với mặt đất (tại điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Hãy tính khoảng cách từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng.

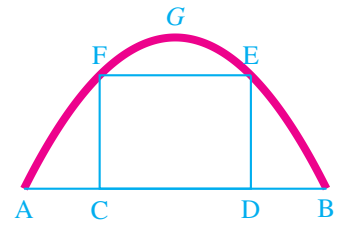


Đáp số: 192 m

Ví dụ 9.

Một chiếc cổng hình Parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng Parabol là 4 m còn kích thước cửa ở giữa là $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình minh họa bên).

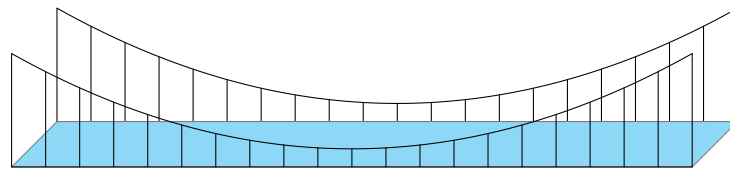
Đáp số: $AB = 8$



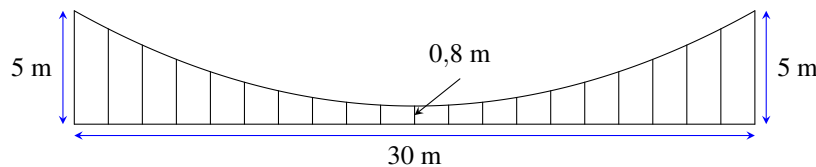
Ví dụ 10. Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5 m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

Đáp số: $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$

Ví dụ 11. Chiếc cầu dây văng một nhịp được thiết kế hai bên thành cầu có dạng parabol và được cố định bằng các dây cáp song song.



Hình vẽ cầu dây văng



Hình chiếu đứng của cầu dây văng

Dựa vào bản vẽ ở hình bên, hãy tính chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên. Biết

Dây dài nhất là 5 m, dây ngắn nhất là 0,8 m, khoảng cách giữa các dây bằng nhau.

Nhịp cầu dài 30 m.

Cần tính thêm 5% chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định.

Đáp số: 103,2 m

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

- 9 Ta có bảng giá trị của hàm cầu đối với sản phẩm A theo đơn giá của sản phẩm A như sau

Đơn giá sản phẩm A (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cầu (như cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

- a) Giả sử hàm cầu là một hàm số bậc hai theo đơn giá x , hãy viết công thức của hàm này, biết rằng $c = 392$.
- b) Chứng tỏ rằng hàm số có thể viết thành dạng $y = f(x) = a(b - x)^2$.
- c) Giả sử hàm cầu này lấy mọi giá trị trên đoạn $[0; 100]$, hãy tính lượng cầu khi đơn giá sản phẩm A là 30, 50, 100.
- d) Cùng giả thiết với câu c, nếu lượng cầu là 150 sản phẩm thì đơn giá sản phẩm A là khoảng bao nhiêu (đơn vị: nghìn đồng)?
- 10 Khi một vật từ vị trí y_0 được ném xiên lên cao theo góc α (so với phương ngang) với vận tốc ban đầu v_0 thì phương trình chuyển động của vật này là

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0.$$

Lấy giá trị $g = 10 \text{ m/s}^2$ cho gia tốc trọng trường.

- a) Vật bị ném xiên như vậy có chuyển động theo đường xiên hay không? Tại sao?
- b) Giả sử góc ném có số đo là 45° , vận tốc ban đầu của vật là 3 m/s và vật được ném xiên từ độ cao 1 m so với mặt đất, hãy viết phương trình chuyển động của vật.
- c) Một vận động viên ném lao đã lập kỉ lục với độ xa 90 m. Biết người này ném lao từ độ cao 0,9 m và góc ném là khoảng 45° . Hỏi vận tốc đầu của lao khi được ném đi là bao nhiêu?

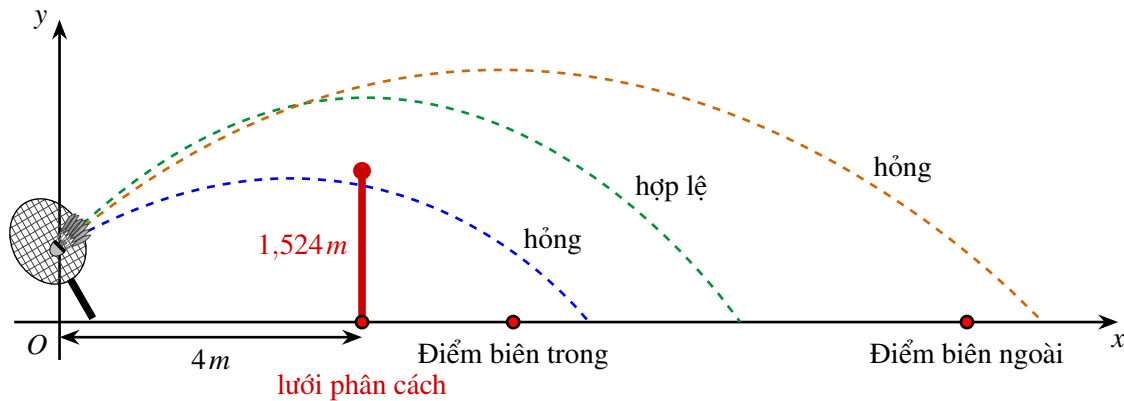
- 11 Sử dụng công thức đã cung cấp ở Bài tập 10, hãy giải bài toán sau:

Một người đang tập chơi cầu lông có khuynh hướng phát cầu với góc 30° (so với mặt đất).

- a) Hãy tính khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa), biết cầu rời mặt vợt ở độ cao 0,7 m so với mặt đất và vận tốc ban đầu của cầu là 8 m/s (bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng).
- b) Giữ giả thiết như câu a) và cho biết khoảng cách từ vị trí phát cầu đến lưới là 4 m. Lần phát cầu này có bị xem là hỏng không? Tại sao?

Thông tin bổ sung:

- Mép trên của lưới cầu lông cách mặt đất 1,524 m;
- Gia tốc trọng trường được chọn là $9,8 \text{ m/s}^2$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Parabol $y = -x^2 + 2x$ có đỉnh là

- A. $I(1; 1)$. B. $I(-1; 1)$. C. $I(-1; 2)$. D. $I(2; 0)$.

Câu 2. Tìm tọa độ đỉnh I của Parabol $y = x^2 - 3x + 4$.

- A. $I(3; 3)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{43}{4}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$.

Câu 3. Tìm phương trình trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = -x^2 + 6x + 7$.

- A. $y = 6$. B. $x = 3$. C. $y = 3$. D. $x = 6$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 3$ có trục đối xứng là

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$?

- A. $M(-2; -12)$. B. $N(1; 3)$. C. $P(-1; -5)$. D. $Q(2; 5)$.

Câu 6. Tìm giá trị của m để parabol $y = x^2 + mx + 1$ đi qua điểm $A(1; 1)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . B. Hàm số đồng biến trên $(2, +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(2, +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 8. Hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

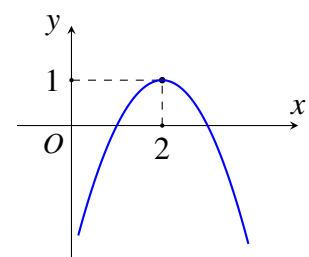
- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ đồng biến trên

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

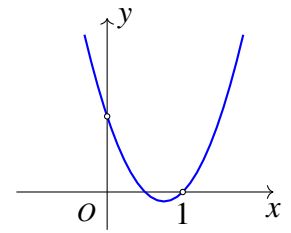
Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các phương án **A, B, C, D**. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = x^2 - 4x - 3$.
B. $y = -x^2 + 4x$.
C. $y = x^2 + 4x - 3$.
D. $y = -x^2 + 4x - 3$.



Câu 11. Hình bên là đồ thị của một hàm số bậc hai. Hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = -x^2 + 3x - 1.$
- B. $y = -2x^2 + 3x - 1.$
- C. $y = 2x^2 - 3x + 1.$
- D. $y = x^2 - 3x + 1.$



Câu 12. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

- A. $y = -x^2 + 2x - 3.$
- B. $y = x^2 + 2x - 1.$
- C. $y = -x^2 - x - 1.$
- D. $y = x^2 - x - 1.$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	-2	$-\infty$

Câu 13. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

- A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$
- C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

- B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$
- D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Câu 14. Gọi S là tập giá trị của hàm số $y = -x^2 + 4x$. Hỏi tập S có bao nhiêu số nguyên dương?

- A. 5.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ bằng

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 - 2x + 4$ là

- A. 5.
- B. 1.
- C. -1.
- D. 3.

Câu 17. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x - 4$ với trục tung là

- A. $(4; 0).$
- B. $(0; -4).$
- C. $(0; -1).$
- D. $(-1; 0).$

Câu 18. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x - 4$ với trục hoành có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = -3..$
- B. $x_1 + x_2 = 3..$
- C. $x_1 + x_2 = 4..$
- D. $x_1 + x_2 = -4..$

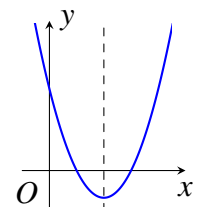
Câu 19. Parabol $y = x^2 - ax + b$ có đỉnh $I(2; -2)$. Khi đó giá trị của $a + 2b$ là

- A. $a + 2b = 0.$
- B. $a + 2b = 8.$
- C. $a + 2b = -2.$
- D. $a + 2b = 4.$

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một Parabol (P) như hình vẽ bên.

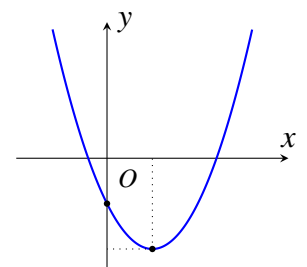
Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. $a > 0, b > 0$ và $c > 0.$
- B. $a < 0, b < 0$ và $c > 0.$
- C. $a > 0, b > 0$ và $c < 0.$
- D. $a > 0, b < 0$ và $c > 0.$



Câu 21. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Hãy chọn khẳng định đúng khi nói về dấu của các hệ số a, b, c .

- A. $a < 0, b > 0, c < 0.$
- B. $a > 0, b > 0, c < 0.$
- C. $a > 0, b < 0, c < 0.$
- D. $a > 0, b > 0, c > 0.$



Câu 22. Xác định parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$ biết (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = -x^2 + 4x - 3$.

B. $y = x^2 - 4x + 7$.

C. $y = 2x^2 - 12x + 20$.

D. $y = -3x^2 + 12x - 9$.

Câu 23. Biết parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$ đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(2;6)$. Tính giá trị của biểu thức $Q = 3a + b$.

A. $Q = 4$.

B. $Q = -4$.

C. $Q = 0$.

D. Không đủ dữ liệu để tính.

Câu 24. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3 .

A. $m = -3$.

B. $m = -9$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

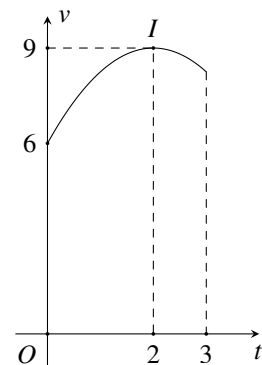
Câu 25. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 8,6(km/h).

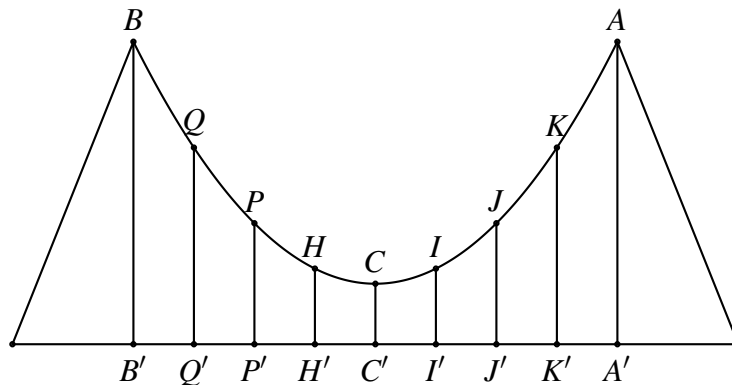
B. 8,8(km/h).

C. 8,5(km/h).

D. 8,7(km/h).



Câu 26. Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ.



Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trục AA' và BB' với độ cao 30m. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng 200m. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5\text{m}$. Gọi $Q', P', H', O, I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: $QQ', PP', HH', OC, II', JJ', KK'$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?

A. 78,75m.

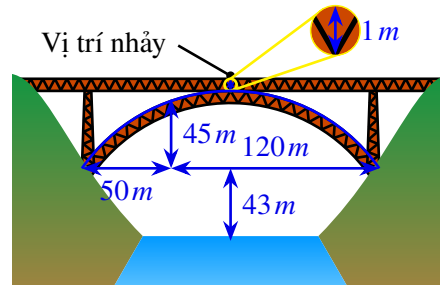
B. 36,87m.

C. 76,75m.

D. 73,75m.

Câu 27. Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước).

Chiếc cầu trong hình bên dưới có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài tối đa bao nhiêu mét? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



A. 33 m.

B. 37 m.

C. 28 m.

D. 25 m.

§17. DẤU TAM THỨC BẬC HAI

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Dấu của tam thức bậc hai

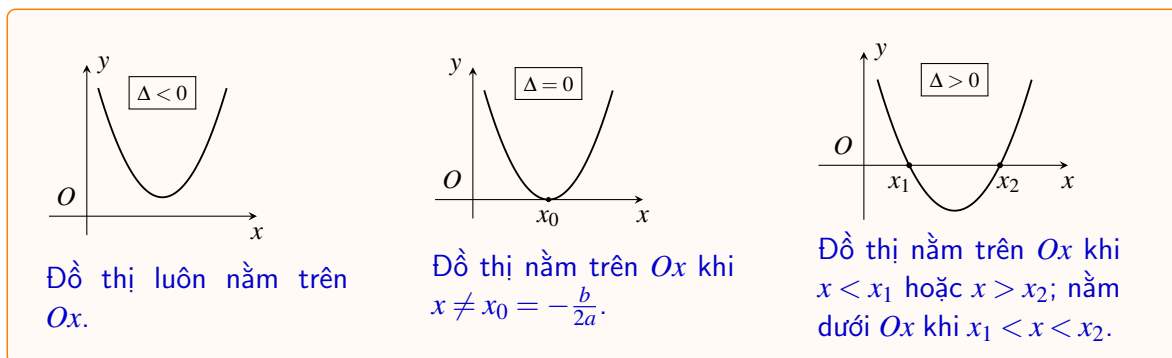
Định nghĩa: Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là những số cho trước với $a \neq 0$.



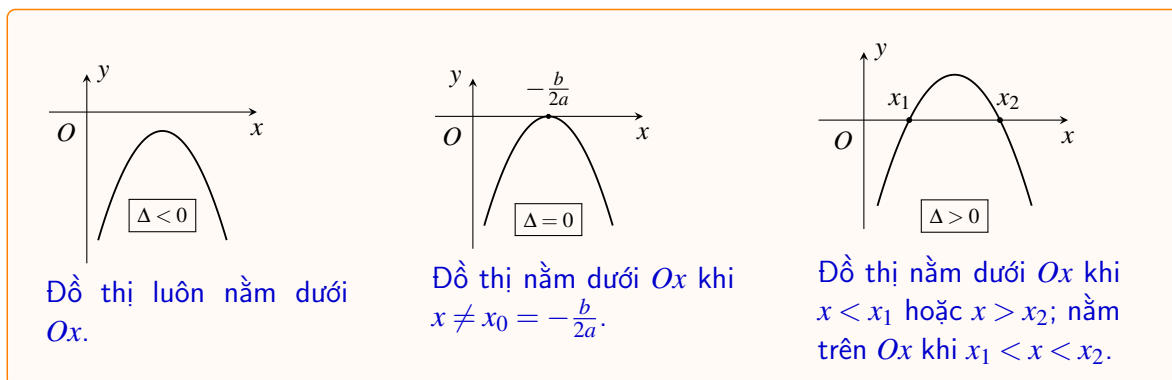
- ▶ Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là nghiệm của tam thức bậc hai.
- ▶ $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai.

Định lý về dấu của tam thức bậc hai: Ta đã biết hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị là một parabol.

☑ Nếu $a > 0$, ta có các trường hợp sau:



☑ Nếu $a < 0$, ta có các trường hợp sau:



Tương ứng hình ảnh đồ thị ở trên, ta có bảng tổng kết dấu của tam thức bậc hai như sau:

☑ Nếu $a > 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

☑ Nếu $a < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Định lý về dấu tam thức bậc hai: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

- ✔ Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- ✔ Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.
- ✔ Nếu $\Delta > 0$ thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó, $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; $f(x)$ trái dấu với hệ số a với mọi $x \in (x_1; x_2)$

Ghi nhớ dấu của $f(x)$ và a

- ✔ Nếu $\Delta < 0$ thì

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	cùng dấu	

- ✔ Nếu $\Delta = 0$ thì

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	cùng dấu	0	cùng dấu

- ✔ Nếu $\Delta > 0$ thì

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	cùng dấu	0	trái dấu	0	cùng dấu

2. Bất phương trình bậc hai

Định nghĩa: Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, ax^2 + bx + c \leq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho và $a \neq 0$.



- ▶ Số thực x_0 gọi là một nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$, nếu $ax_0^2 + bx_0 + c > 0$. Tập hợp gồm tất cả các nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ gọi là tập nghiệm của bất phương trình này.
- ▶ Giải một bất phương trình bậc hai là tìm tập nghiệm của nó.

Một số kết quả cần nhớ: Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$.

$$\textcircled{1} \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$$

B RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$

- Tìm nghiệm $ax^2 + bx + c = 0$ (1).
- Tùy thuộc vào số nghiệm của (1), ta lựa chọn bảng xét dấu phù hợp.

⚠ Ghi nhớ ngắn gọn: Nếu $\Delta \leq 0$ thì cùng dấu a ; Nếu $\Delta > 0$ thì "trong trái, ngoài cùng".

📦 Ví dụ 1. Xét dấu của các tam thức sau

a) $3x^2 - 2x + 1$.

b) $-x^2 + 4x + 5$.

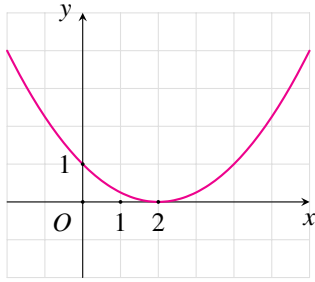
c) $4x^2 + 4x + 1$.

d) $2x^2 - 6x + \frac{9}{2}$.

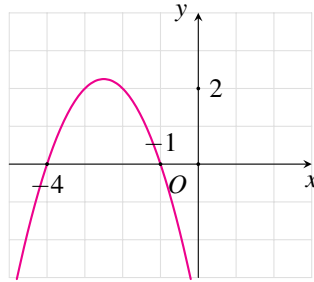
e) $3x^2 - 2x - 8$.

f) $-x^2 + 2x - 1$.

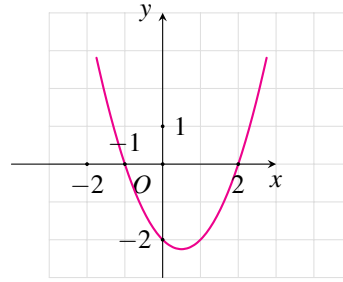
Ví dụ 2. Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với đồ thị được cho ở mỗi hình



a)



b)



c)

Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai

Ta lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai. Sau đó, chọn kết quả phù hợp với yêu cầu đề bài.

Ví dụ 3. Giải các bất phương trình sau

a) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$.

b) $x^2 + x - 12 \geq 0$.

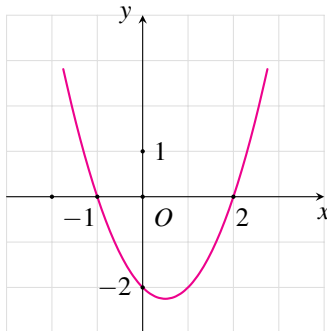
c) $-x^2 + x + 6 \leq 0$.

d) $-x^2 + x - 5 < 0$

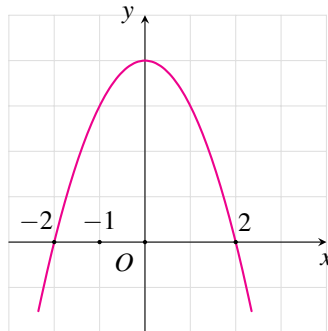
e) $x^2 - 2x - 4 > 0$

f) $4x^2 + 4x + 1 > 0$

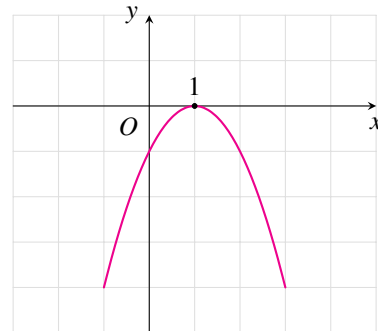
Ví dụ 4. Tìm nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c > 0$, với đồ thị $f(x) = ax^2 + bx + c$ được cho ở mỗi hình bên:



a)



b)



c)

Dạng 3. Vận dụng, thực tiễn

Ví dụ 5. Tìm các giá trị của tham số m để

a) $x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $x^2 - 2mx + 4 - 3m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) $-x^2 - 2(2m - 1)x + 1 - 2m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

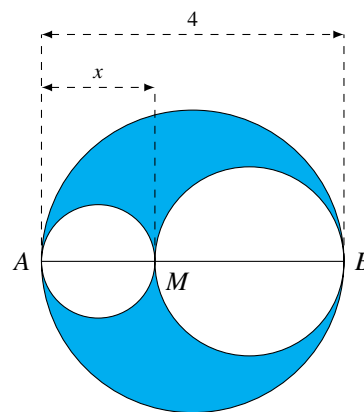
d) $-2x^2 + 2(m - 2)x + m - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 6. Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t) = -4,9t^2 + 20t + 1$, ở đó độ cao $h(t)$ tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên 5 m so với mặt đất?

Ví dụ 7. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao 320 m với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá 100 m? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

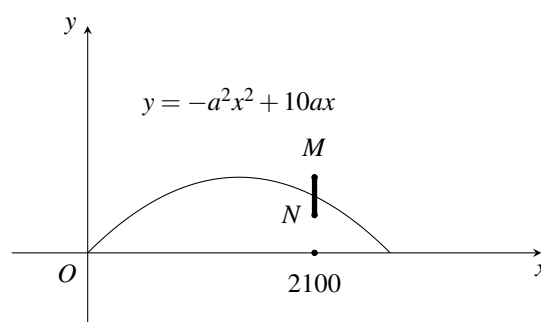
Ví dụ 8.

Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$. Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Ví dụ 9.

Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khẩu đại bác được biểu thị bằng điểm $O(0;0)$ và bia mục tiêu được biểu thị bằng đoạn thẳng MN với $M(2100;25)$ và $N(2100;15)$ (Hình 29). Xạ thủ cần xác định parabol $y = -a^2x^2 + 10ax$ ($a > 0$) mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn sao cho viên đạn bắn ra từ khẩu đại bác phải chạm vào bia mục tiêu. Tìm giá trị lớn nhất của a để xạ thủ đạt được mục đích trên.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau

a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$;

b) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$;

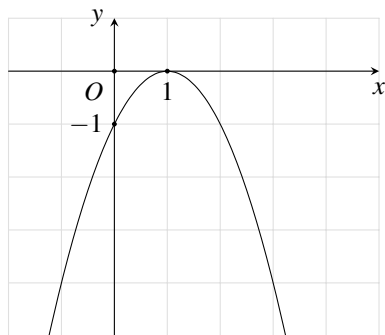
c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$;

d) $f(x) = -5x^2 + 2x + 3$;

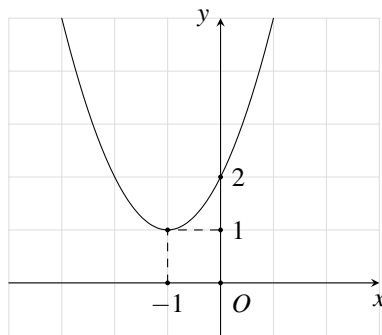
e) $f(x) = -4x^2 + 8x - 4$;

f) $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$.

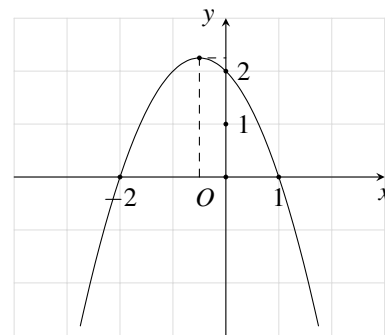
2 Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ ứng với đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho ở mỗi hình sau.



a)



b)



c)

3 Giải các bất phương trình sau:

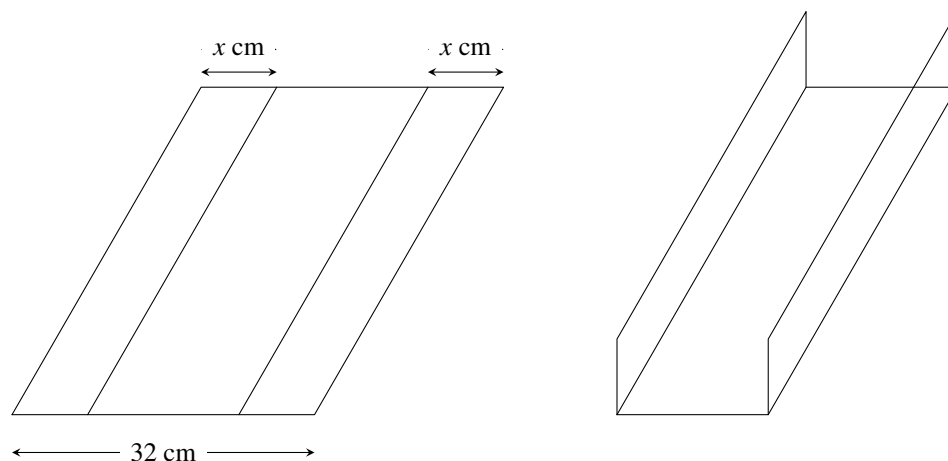
a) $x^2 - 3x + 2 < 0$

b) $6x^2 + x - 1 \leq 0$

c) $-9x^2 + 6x - 1 > 0$.

d) $12 - x - x^2 \geq 0$.

- 4 Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để
- phương trình $2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0$ có nghiệm.
 - phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm.
 - phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- 5 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để
- $x^2 - mx - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 - $-x^2 + (2m-1)x + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 - $(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 - $(3m+1)x^2 - (3m+1)x + m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 6 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$.
- 7 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + (1-3m)x + 3m - 2 > 0$ nghiệm đúng với mọi x mà $|x| \geq 2$.
- 8 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + (3-m)x - 2m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \leq -4$.
- 9 Bác Dũng muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 32 cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (Hình bên dưới).



Để đảm bảo kỹ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2 .

- 10 Tổng chi phí T (đơn vị tính: nghìn đồng) để sản xuất Q sản phẩm được cho bởi biểu thức $T = Q^2 + 30Q + 3300$; giá bán của 1 sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo không bị lỗ (giả thiết các sản phẩm được bán hết)?
- 11 Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:
50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.
- Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng.

12 Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hòa vốn?

c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

13 Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.

a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?

b) Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Biểu thức nào sau đây là một tam thức bậc hai đối với x ?

A. $f(x) = 2x^2 - \sqrt{3}$.

B. $f(x) = 2x - 1$.

C. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$.

D. $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 2}$.

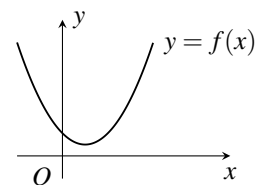
Câu 2. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ .

A. $a > 0, \Delta < 0$.

B. $a < 0, \Delta < 0$.

C. $a > 0, \Delta > 0$.

D. $a > 0, \Delta = 0$.



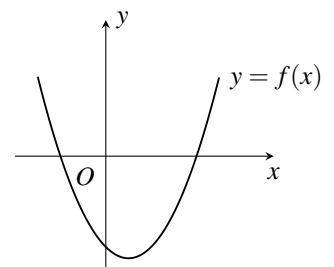
Câu 3. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ .

A. $a > 0, \Delta < 0$.

B. $a < 0, \Delta < 0$.

C. $a > 0, \Delta > 0$.

D. $a > 0, \Delta = 0$.



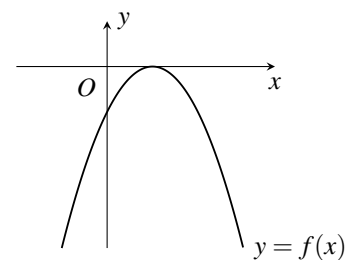
Câu 4. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ .

A. $a < 0, \Delta = 0$.

B. $a < 0, \Delta < 0$.

C. $a > 0, \Delta > 0$.

D. $a > 0, \Delta = 0$.



Câu 5. Tập hợp $T = (-1; 3)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $-x^2 + 2x + 3 < 0$.

B. $3x^2 - 2x - 1 > 0$.

C. $x^2 + 2x - 3 < 0$.

D. $x^2 - 2x - 3 < 0$.

Câu 6. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = -x^2 + 14x - 49$?

A.	x	$-\infty$	7	$+\infty$
	$f(x)$		$+$	0
C.	x	$-\infty$	7	$+\infty$
	$f(x)$		$-$	0

B.	x	$-\infty$	7	$+\infty$
	$f(x)$		$+$	0
D.	x	$-\infty$	7	$+\infty$
	$f(x)$		$-$	0

Câu 7. Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

A. $f(x) = x^2 + 3x + 2.$

B. $f(x) = -(x-1)(x-2).$

C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2.$

D. $f(x) = x^2 - 3x + 2.$

Câu 8. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $ax^2 + bx + c > 0$, ($a \neq 0$) vô nghiệm là gì?

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0. \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0. \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$

Câu 9. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $-5x^2 + 4x + 12 > 0$.

A. $\left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty).$

B. $\left(-2; \frac{6}{5}\right).$

C. $\left(-\frac{6}{5}; 2\right).$

D. $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{6}{5}; +\infty\right).$

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x - 2}$ là

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right].$

B. $[2; +\infty).$

C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty).$

D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right].$

Câu 11. Bất phương trình nào dưới đây có tập nghiệm là \mathbb{R} ?

A. $x^2 + 5x - 7 < 0.$

B. $-x^2 + x - 5 < 0.$

C. $x^2 - 4x + 4 > 0.$

D. $-2x^2 + 9x - 13 > 0.$

Câu 12. Tam thức bậc hai $x^2 - 5x - 6$ luôn dương khi

A. $x < -1$ hoặc $x > 6.$

B. $-1 < x < 6.$

C. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 6.$

D. $-1 \leq x \leq 6.$

Câu 13. Tam thức bậc hai $-x^2 + 5x - 4$ không âm khi

A. $x < 1$ hoặc $x > 4.$

B. $1 < x < 4.$

C. $x \leq 1$ hoặc $x \geq 4.$

D. $1 \leq x \leq 4.$

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên x để biểu thức $f(x) = (3x^2 + x - 2)^2 - (x^2 - x - 7)^2$ luôn âm?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 15. Gọi S là tập hợp nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$. Hãy chọn câu đúng.

A. $S \subset (-2; 3).$

B. $S = (-2; 3).$

C. $S = (-2; 3].$

D. $S \subset (-3; 4).$

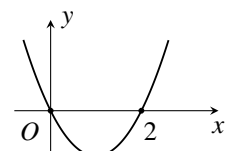
Câu 16. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \leq 0$.

A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$

B. $[0; 2].$

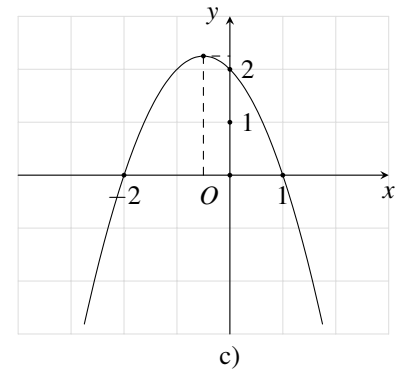
C. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty).$

D. $(0; 2).$



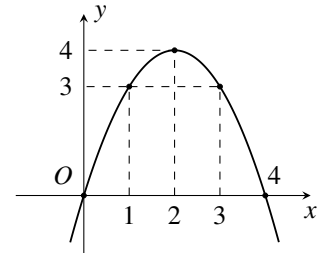
Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \geq 0$.

- A. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.
C. $[-2; 1]$. D. $(0; 2)$.



Câu 18. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \geq 3$.

- A. $[3; +\infty)$. B. $[1; 3]$.
C. $[0; 4]$. D. $[0; 2]$.



Câu 19. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} , có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	-	0	-	0	+

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ là

- A. $[1; 2]$. B. $[1; 2) \cup (3; +\infty)$. C. $[1; 2) \cup [3; +\infty)$. D. $[1; 2] \cup (3; +\infty)$.

Câu 20. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 - (m+2)x + m^2 - m - 1$ luôn âm trên \mathbb{R} ?

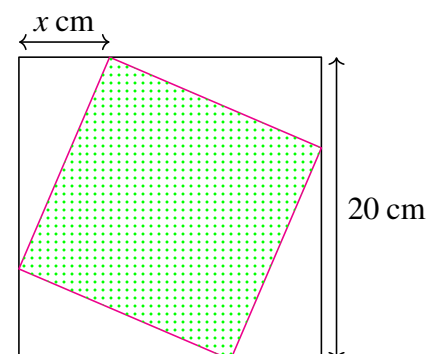
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 21. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để $-2x^2 + (m+2)x + m - 4 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < -14$ hoặc $m > 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $-14 < m < 2$.

Câu 22. Xét một hình vuông lớn có kích thước 20×20 . Từ hình vuông lớn, người ta cắt ra một hình vuông nhỏ như hình bên (các đỉnh hình vuông nhỏ nằm trên cạnh hình vuông lớn). Tìm tập hợp các giá trị của x để diện tích hình vuông nhỏ không vượt quá 208.

- A. $8 \leq x \leq 12$. B. $6 \leq x \leq 14$.
C. $12 \leq x \leq 14$. D. $12 \leq x \leq 18$.



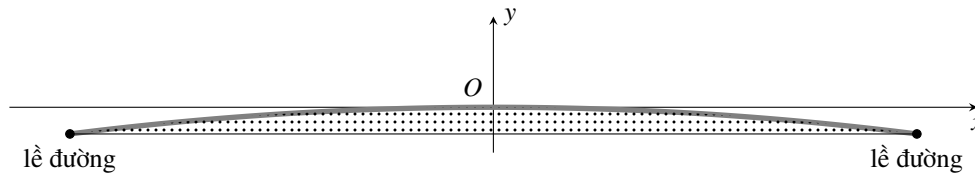
Câu 23. Kim muốn trồng một vườn hoa trên mảnh đất hình chữ nhật và làm hàng rào bao quanh. Kim chỉ có đủ vật liệu để làm 30 m hàng rào nhưng muốn diện tích vườn hoa ít nhất là 50 m^2 . Hỏi chiều rộng của vườn hoa nằm trong khoảng nào?

- A. $[8; 12]$. B. $[3; 7]$. C. $[5; 10]$. D. $[10; 15]$.

Câu 24. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao 1,6 m so với mặt đất với vận tốc 10 m/s. Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi hàm số $h(t) = -4,9t^2 + 10t + 1,6$. Hỏi bóng ở độ cao trên 5 m trong khoảng thời gian bao lâu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

- A. 1,5 giây. B. 0,98 giây. C. 1,18 giây. D. 1,35 giây.

Câu 25. Mặt cắt ngang của mặt đường thường có dạng hình parabol đê nước mưa đê dằng thoát sang hai bên. Mặt cắt ngang của một con đường được mô tả bằng hàm số $y = -0,006x^2$ với gốc tọa độ đặt tại tim đường và đơn vị đo là mét như hình bên dưới.



Với chiều rộng của đường như thế nào thì tim đường cao hơn lề đường không quá 15 cm ?

- A. 12 m. B. 8 m. C. 10 m. D. 15 m.

—HẾT—

§ 18. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN

Dạng 1. Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Phương pháp giải:

- Bình phương hai vế của phương trình (làm mất căn thức), ta được

$$ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$$

Chuyển vế, thu gọn ta được phương trình bậc hai. Giải phương trình này, tìm nghiệm.

- Thay từng nghiệm vừa tìm được vào phương trình ban đầu. Nghiệm nào thoả mãn thì nhận; nghiệm nào **không** thoả thì loại.
- Kết luận nghiệm của phương trình đã cho.

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt{5x^2 - 28x - 29} = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$; | b) $\sqrt{6x^2 - 22x + 14} = \sqrt{4x^2 - 11x - 1}$; |
| c) $\sqrt{-x^2 + x + 17} = \sqrt{x^2 - 12x + 2}$; | d) $\sqrt{x^2 - 6x - 4} = \sqrt{x - 4}$. |
| e) $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x + 3} = 0$. | f) $\sqrt{2x^2 + 3x - 2} - \sqrt{x^2 + x + 6} = 0$; |

Dạng 2. Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Phương pháp giải:

- Bình phương hai vế của phương trình (làm mất căn thức), ta được

$$ax^2 + bx + c = (dx + e)^2$$

Chuyển vế, thu gọn ta được phương trình bậc hai. Giải phương trình này, tìm nghiệm.

- Thay từng nghiệm vừa tìm được vào phương trình ban đầu. Nghiệm nào thoả mãn thì nhận; nghiệm nào **không** thoả thì loại.
- Kết luận nghiệm của phương trình đã cho.

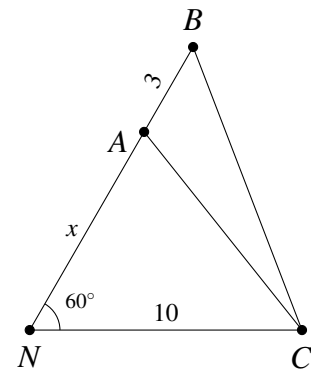
Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|--|
| a) $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = x + 3$. | b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = 3x + 5$. |
| c) $\sqrt{69x^2 - 52x + 4} = -6x + 4$; | d) $\sqrt{-x^2 - 4x + 22} = -2x + 5$; |
| e) $\sqrt{-7x^2 - 60x + 27} + 3(x - 1) = 0$; | f) $\sqrt{3x^2 - 9x - 5} + 2x = 5$. |

Dạng 3. Vận dụng, thực tiễn

📦 Ví dụ 3.

Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là 10 m. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp 3 m đến vị trí B như hình bên.

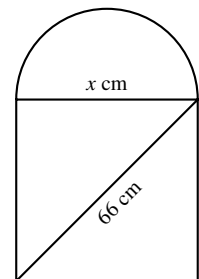


- Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x .
- Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$.
- Tìm x để khoảng cách $BC = 2AN$.

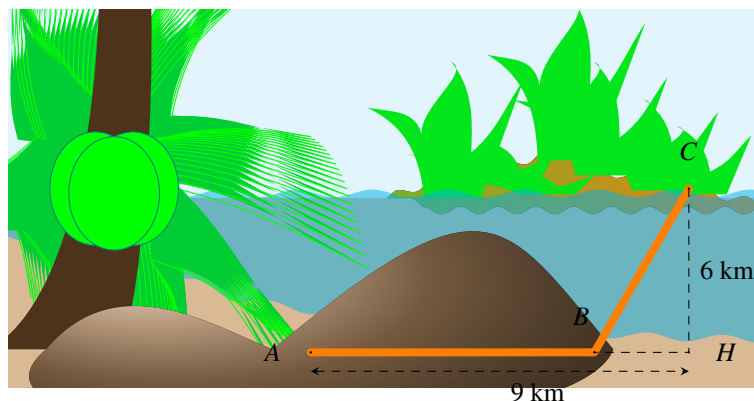
Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.

📦 Ví dụ 4.

Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm. Tìm kích thước của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.



📦 Ví dụ 5. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C (hình vẽ).



Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C khoảng 1.170.000 USD.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x + 3}$.

b) $\sqrt{4x^2 - 6x - 6} = \sqrt{x^2 - 6}$.

c) $\sqrt{x+9} = 2x - 3$.

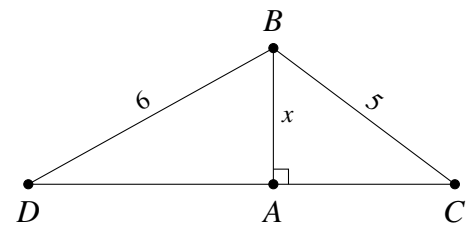
d) $\sqrt{-x^2 + 4x - 2} = 2 - x$.

e) $\sqrt{2-x} + 2x = 3$

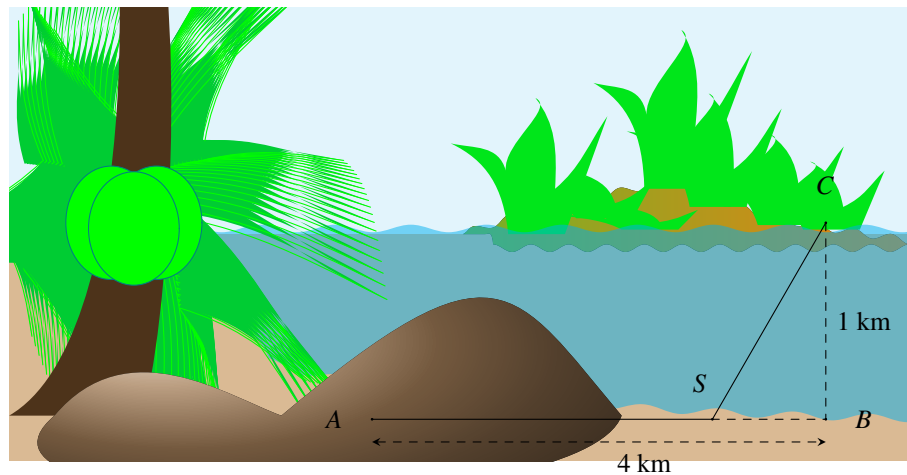
f) $\sqrt{-x^2 + 7x - 6} + x = 4$

- 2 Cho tam giác ABC và ABD cùng vuông tại A như hình bên với $AB = x$, $BC = 5$ và $BD = 6$.

- a) Biểu diễn độ dài cạnh AC và AD theo x .
 b) Tìm x để chu vi của tam giác ABC là 12.
 c) Tìm x để $AD = 2AC$.

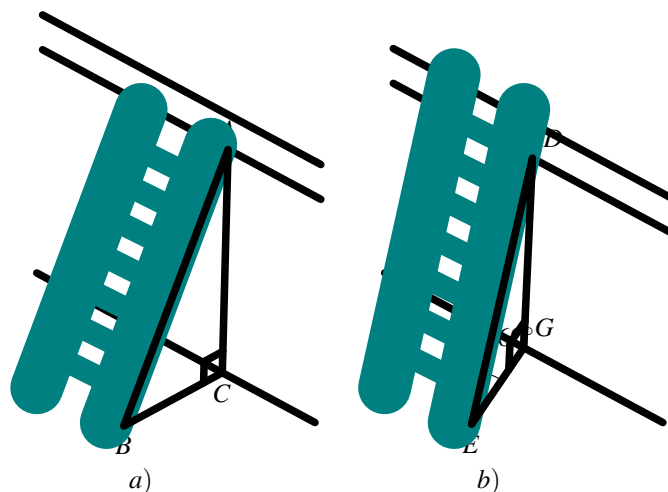


- 3 Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C trên cù lao như hình bên.



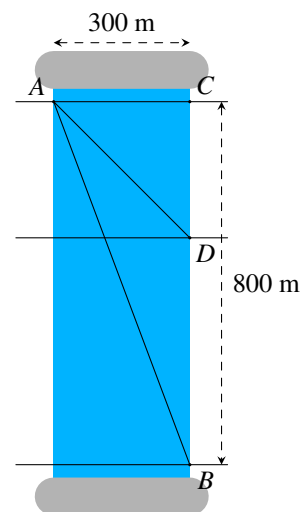
Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 5 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 16 triệu đồng. Tính tổng số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế.

- 4 Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó 1 m. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường (Hình 33a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm 0,5 m thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình 33b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



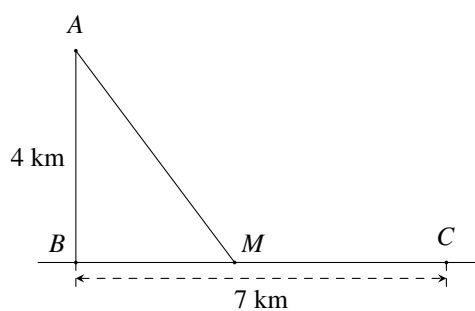
Hình 33

- 5 Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D , sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như Hình 34. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D , biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



Hình 34

- 6 Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35