

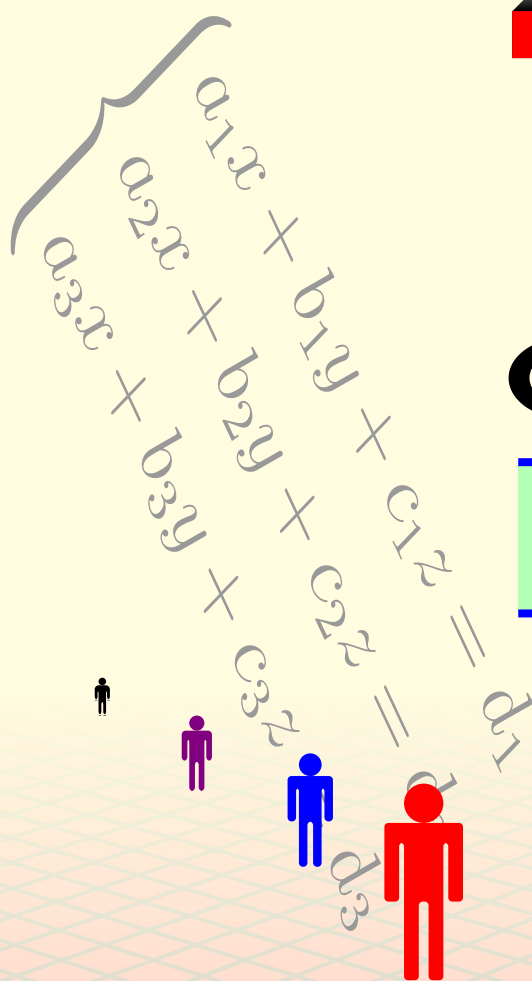
LÊ QUANG XE

LUYỆN THI

# TOÁN

## CHUYÊN ĐỀ

**HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN**





# Mục lục

## PHẦN I ĐẠI SỐ

<b>Chương 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN</b>	<b>2</b>
<b>Bài 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN</b>	<b>2</b>
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	2
(B) Một số dạng toán.....	3
Dạng 1. Giải hệ phương trình bậc nhất bằng ba ẩn bằng phương pháp Gauss.....	3
Dạng 2. Tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.....	6
(C) Bài tập luyện tập.....	7
(D) Bài tập rèn luyện.....	13
<b>Bài 2. ỨNG DỤNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN</b>	<b>23</b>
(A) Các dạng toán và ví dụ.....	23
Dạng 1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.....	23
Dạng 2. Ứng dụng trong giải bài toán Vật Lý, Hóa Học, Sinh Học.....	24
Dạng 3. Ứng dụng trong giải bài toán kinh tế.....	26
(B) Bài tập rèn luyện.....	27
(C) Bài tập tự luận.....	30
<b>Bài 3. BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1</b>	<b>45</b>
(A) Bài tập tự luận.....	45
(B) Bài tập sách giáo khoa.....	50
(C) Bài tập nâng cao.....	56



PHẦN

ĐẠI SỐ

## HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

### §1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

#### A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

##### Định nghĩa 1.1.

- ☑ Phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là

$$ax + by + cz = d,$$

trong đó  $x, y, z$  là ba ẩn;  $a, b, c, d$  là các hệ số và  $a, b, c$  không đồng thời bằng không. Mỗi bộ ba số  $(x_0; y_0; z_0)$  thỏa mãn  $ax_0 + by_0 + cz_0 = d$  gọi là một nghiệm của phương trình bậc nhất ba ẩn đã cho.

- ☑ Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn là hệ gồm một số phương trình bậc nhất ba ẩn. Mỗi nghiệm chung của các phương trình đó được gọi là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.
- ☑ Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

trong đó  $x, y, z$  là ba ẩn; các chữ số còn lại là các hệ số. Ở đây, trong mỗi phương trình, ít nhất một trong các hệ số  $a_i, b_i, c_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) phải khác 0.

#### Ví dụ 1

Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem mỗi bộ ba số  $(1; 1; 2), (-1; 3; 0)$  có phải là một nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 2y + x = -7 \\ x + 2y - 2z = 5 \\ -x^2 + 3y - 2z = -2; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2xy + y = 1 \\ 2x + 3y + 5z = -2 \\ -4x - 7y + z - 4; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 3y + 2z = 8 \\ 2x + 2y + z = 6 \\ 3x + y + z = 6. \end{cases}$$

🗨️ Lời giải.

Hệ phương trình ở câu a) không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ ba chứa  $x^2$ .

Hệ phương trình ở câu b) không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ nhất chứa  $xy$ .

Hệ phương trình ở câu c) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

☑ Thay  $x = 1; y = 1; z = 2$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được:

- Phương trình thứ nhất:  $1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 8$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ hai:  $2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 = 6$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ ba:  $3 \cdot 1 + 1 + 2 = 6$  (thỏa mãn).

Vậy  $(1; 1; 2)$  là một nghiệm của hệ phương trình.

☑ Thay  $x = -1; y = 3; z = 0$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được:

- Phương trình thứ nhất:  $(-1) + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 8$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ hai:  $2 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 + 0 = 4 \neq 6$  (không thỏa mãn).

Vậy  $(-1; 3; 0)$  không phải nghiệm của hệ phương trình. □

## B MỘT SỐ DẠNG TOÁN

### Dạng 1 Giải hệ phương trình bậc nhất bằng ba ẩn bằng phương pháp Gauss

Để giải hệ phương trình dạng **tam giác**, trước hết ta giải từ phương trình chứa một ẩn, sau đó thay giá trị tìm được của ẩn này vào phương trình chứa hai ẩn để tìm giá trị của ẩn thứ hai, cuối cùng thay các giá trị tìm được vào phương trình còn lại để tìm giá trị của ẩn thứ ba.

#### Ví dụ 1

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 & (1) \\ y - z = 3 & (2) \\ 2z = 4 & (3) \end{cases}$$

#### 🗨️ Lời giải.

Từ phương trình (3) ta có  $z = 2$ . Thay  $z = 2$  vào phương trình (2) ta được  $y - 2 = 3$  hay  $y = 5$ . Thay  $y = 5$  và  $z = 2$  vào phương trình (1) ta được  $x + 5 + 3 \cdot 2 = 10$  hay  $x = -1$ .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là  $(-1; 5; 2)$ . □

⚠ a) Để giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, ta đưa hệ đó về một hệ đơn giản hơn (thường có dạng tam giác), bằng cách sử dụng các phép biến đổi sau đây:

- ☑ Nhân hai vế của một phương trình của hệ với một số khác 0.
- ☑ Đổi vị trí hai phương trình của hệ.
- ☑ Cộng mỗi vế của một phương trình (sau khi đã nhân với một số khác 0) với vế tương ứng của phương trình khác để được phương trình mới có số ẩn ít hơn.

Từ đó có thể giải hệ đã cho. Phương pháp này được gọi là **phương pháp Gauss**

b) Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể có nghiệm duy nhất, vô nghiệm hoặc có vô số nghiệm.

**Ví dụ 2**

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + y + z = 5; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ x + 5y - 4z = 1; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \\ 5x + 2y + 9z = 4. \end{cases} \end{array}$$

**Lời giải.**

a) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-2)$  và cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 3y - 5z = -9 \\ x + y + z = 5. \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-1)$  và cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 3y - 5z = -9 \\ 2y - z = 1. \end{cases}$$

Nhân cả hai vế của phương trình thứ hai với  $-\frac{2}{3}$  và cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 3y - 5z = -9 \\ \frac{7}{3}z = 7. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ ba, ta có  $z = 3$ . Thế vào phương trình thứ hai ta được  $3y - 5 \cdot 3 = -9$  hay  $y = 2$ . Thay  $z = 3$  và  $y = 2$  vào phương trình đầu tiên, ta được  $x - 2 + 2 \cdot 3 = 4$  hay  $x = 0$ . Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là  $(0; 2; 3)$ .

b) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-2)$  và cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 7y - 7z = -18 \\ x + 5y - 4z = 1 \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-1)$  và cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 7y - 7z = -18 \\ 7y - 7z = -9 \end{cases}$$

Từ hai phương trình thứ hai và thứ ba, suy ra  $-18 = -9$ , điều này vô lí.  
 Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ 5x + 2y + 9z = 4. \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-2)$  và cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ -3y - z = -1 \\ 5x + 2y + 9z = 4. \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với  $(-5)$  và cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ -3y - z = -1 \\ -3y - z = -1. \end{cases}$$

Nhận thấy phương trình thứ hai và thứ ba của hệ giống nhau, ta được hệ tương đương dạng hình thang

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ -3y - z = -1. \end{cases}$$

Rút  $z$  theo  $y$  từ phương trình thứ hai của hệ ta được  $z = -3y + 1$ . Thế vào phương trình thứ nhất ta được  $x + y + 2(-3y + 1) = 1$  hay  $x = 5y - 1$ .

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là

$$S = \{(5y - 1; y; -3y + 1) \mid y \in \mathbb{R}\}.$$

□

**Ví dụ 3**

Ba bạn Lan, Anh và Khoa đi chợ mua trái cây. Bạn Lan mua 2 kí cam và 3 kí ổi hết 295 nghìn đồng, bạn Khoa mua 4 kí táo và 1 kí ổi hết 345 nghìn đồng và bạn Anh mua 2 kí táo, 3 kí cam và 1 kí ổi hết 355 nghìn đồng. Hỏi giá một kí mỗi loại cam, táo và ổi là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  (nghìn đồng) lần lượt là giá của một kí mỗi loại cam, táo và ổi (điều kiện  $x, y, z \geq 0$ ).  
 Bạn Lan mua 2 kí cam và 3 kí ổi hết 295 nghìn đồng nên ta có

$$2x + 3z = 295.$$

Bạn Khoa mua 4 kí táo và 1 kí ổi hết 345 nghìn đồng nên ta có

$$4y + z = 345.$$



bạn Anh mua 2 kí táo, 3 kí cam và 1 kí ổi hết 355 nghìn đồng nên ta có

$$3x + 2y + z = 355.$$

Do đó, ta có hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

$$\begin{cases} 2x + 3z = 295 \\ 4y + z = 345 \\ 3x + 2y + z = 355. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được  $x = 50$ ,  $y = 70$  và  $z = 65$ .

Vậy giá của một kí cam là 50 nghìn đồng, giá của một kí táo là 70 nghìn đồng và giá của một kí ổi là 65 nghìn đồng. □

### Dạng 2 Tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay

Ta có thể dùng máy tính cầm tay để giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Sau khi mở máy, ta lần lượt thực hiện các thao tác sau:

- ☑ Vào chương trình giải hệ phương trình nhất ba ẩn, ấn
  - Đối với máy tính CASIO fx-570VN PLUS: **MODE** **5** **2**.
  - Đối với máy tính CASIO fx-580VNX: **MENU** **9** **1** **3**.
- ☑ Nhập các hệ số để giải hệ phương trình.

### Ví dụ 1

Dùng máy tính cầm tay tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x - y + z = -3 \\ 3x + 2y + 3z = 6 \\ 2x - y - 4z = 3; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x - 3y + z = 5 \\ -2x + y + 2z = 5 \\ x + 2y - 3z = 2; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 5x + y - 4z = 2 \\ 3x + 3y - 2z = 4 \\ x - y - z = -1. \end{cases} \end{array}$$

### Lời giải.

Vào chương trình giải hệ phương trình nhất ba ẩn, ấn

- ☑ Đối với máy tính CASIO fx-570VN PLUS: **MODE** **5** **2**.
- ☑ Đối với máy tính CASIO fx-580VNX: **MENU** **9** **1** **3**.

a) Nhập các hệ số để giải hệ phương trình:

- ☑ Nhập hệ số của phương trình thứ nhất: **1** **=** **-** **1** **=** **1** **=** **-** **3** **=**
- ☑ Nhập hệ số của phương trình thứ hai: **3** **=** **2** **=** **3** **=** **6** **=**
- ☑ Nhập hệ số của phương trình thứ ba: **2** **=** **-** **1** **=** **-** **4** **=** **3** **=**

Ấn tiếp phím **=**, ta thấy màn hình hiện  $x = 1$ .

Ấn tiếp phím **=**, ta thấy màn hình hiện  $y = 3$ .

Ấn tiếp phím **=**, ta thấy màn hình hiện  $z = -1$ .

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(1; 3; -1)$ .

b) Nhập các hệ số để giải hệ phương trình:

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:  $1x - 3y + 1z = 5$

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ hai:  $-2x + 1y + 2z = 5$

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ ba:  $1x + 2y - 3z = 2$

Ấn tiếp phím  $\Rightarrow$ , ta thấy màn hình hiện No Solution.  
 Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Nhập các hệ số để giải hệ phương trình:

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:  $5x + 1y - 4z = 2$

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ hai:  $3x + 3y - 2z = 4$

☑ Nhập hệ số của phương trình thứ ba:  $1x - 1y - 1z = 1$

Ấn tiếp phím  $\Rightarrow$ , ta thấy màn hình hiện Infinite Solution.  
 Vậy phương trình đã cho có vô số nghiệm.

□

## C BÀI TẬP LUYỆN TẬP

### Bài 1

Hệ nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem bộ ba số  $(-3; 2; -1)$  có phải là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.

a) 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y + 7z = 15 \\ 3x^2 - 4y + z = -3; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -x + y + z = 4 \\ 2x + y - 3z = -1 \\ 3x - 2z = -7. \end{cases}$$

#### 🗨️ Lời giải.

Hệ phương trình ở câu a) không phải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ ba chứa  $x^2$ .

Hệ phương trình ở câu b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Thay  $x = -3; y = 2; z = -1$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được:

☑ Phương trình thứ nhất:  $-(-3) + 2 + (-1) = 4$  (thỏa mãn);

☑ Phương trình thứ hai:  $2 \cdot (-3) + 2 - 3 \cdot (-1) = -1$  (thỏa mãn);

☑ Phương trình thứ ba:  $3 \cdot (-3) - 2 \cdot (-1) = -7$  (thỏa mãn).

Vậy  $(-3; 2; -1)$  là một nghiệm của hệ phương trình.

□

### Bài 2

Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số  $(1; 5; 2)$ ,  $(1; 1; 1)$  và  $(-1; 2; 3)$  có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

a) 
$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 5 \\ 4xz - 5y + 2z = -7 \\ -x + 3y + 2z = 3; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2z = 5 \\ 2x - y + z = -1 \\ 3x - 2y = -7. \end{cases}$$

**Lời giải.**

Hệ phương trình ở câu a) không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ hai chứa  $xz$ .

Hệ phương trình ở câu b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

☑ Thay  $x = 1; y = 5; z = 2$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được:

- Phương trình thứ nhất:  $1 + 2 \cdot 2 = 5$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ hai:  $2 \cdot 1 - 5 + 2 = -1$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ ba:  $3 \cdot 1 - 2 \cdot 5 = -7$  (thỏa mãn).

Vậy  $(1; 5; 2)$  là một nghiệm của hệ phương trình.

☑ Thay  $x = 1; y = 1; z = 1$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được phương trình thứ nhất:  $1 + 2 \cdot 1 = 3 \neq 5$  (không thỏa mãn). Vậy  $(1; 1; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình.

☑ Thay  $x = -1; y = 2; z = 3$  vào vế trái của từng phương trình của hệ ở câu c) và so sánh với vế phải, ta được:

- Phương trình thứ nhất:  $(-1) + 2 \cdot 3 = 5$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ hai:  $2 \cdot (-1) - 2 + 3 = -1$  (thỏa mãn);
- Phương trình thứ ba:  $3 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = -7$  (thỏa mãn).

Vậy  $(-1; 2; 3)$  là một nghiệm của hệ phương trình.

□

**Bài 3**

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x = 3 \\ x + y = 2 \\ 2x - 2y + z = -1. \end{cases}$$

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x = 3 \\ x + y = 2 \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x + y = 2 \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} + y = 2 \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -3)$ .

□

**Bài 4**

Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ x + y + 3z = 2 \\ 3x - 2y + z = -1; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 5x + 2y = 1; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 2z = -2 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x + y + 3z = -3. \end{cases} \end{array}$$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ x + y + 3z = 2 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + y - 3z = 3 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ -y - 9z = -1 \\ -5y - 8z = -7 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ -y - 9z = -1 \\ 37z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ -y - 9z = -1 \\ z = -\frac{2}{37} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ y = \frac{55}{37} \\ z = -\frac{2}{37} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{37} \\ y = \frac{55}{37} \\ z = -\frac{2}{37}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $\left(\frac{25}{37}; \frac{55}{37}; -\frac{2}{37}\right)$ .

b) Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 6x + 3y - 3z = 3 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 10x + 4y = 0 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 5x + 2y = 0 \\ 5x + 2y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ hai phương trình cuối, ta suy ra  $0 = 1$ , điều này vô lí.  
 Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Ta có

$$\begin{cases} x + 2z = -2 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x + y + 3z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2z = -2 \\ y - 5z = 5 \\ y - 5z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2z - 2 \\ y = 5z + 5. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của nó là

$$S = \{(-2z - 2; 5z + 5; z) \mid z \in \mathbb{R}\}.$$

□

**Bài 5**

Hà mua văn phòng phẩm cho nhóm bạn cùng lớp gồm Hà, Lan và Minh hết tổng cộng 820 nghìn đồng. Hà quên không lưu hóa đơn của mỗi bạn, nhưng nhớ được rằng số tiền trả cho Lan ít hơn một nửa số tiền trả cho Hà là 5 nghìn đồng, số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là 210 nghìn đồng. Hỏi mỗi bạn Lan và Minh phải trả cho Hà bao nhiêu tiền?

**Lời giải.**

Gọi số tiền mua văn phòng phẩm của Hà, Lan và Minh lần lượt là  $x, y, z$  (nghìn đồng), với điều kiện  $x, y, z \geq 0$ .

Vì tổng số tiền phải trả của cả ba bạn là 820 nghìn đồng nên

$$x + y + z = 820.$$

Số tiền trả cho Lan ít hơn một nửa số tiền trả cho Hà là 5 nghìn đồng nên

$$\frac{1}{2}x - y = 5.$$

Số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là 210 nghìn đồng nên

$$-y + z = 210.$$

Do đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 820 \\ \frac{1}{2}x - y = 5 \\ -y + z = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 820 \\ x = 2y + 10 \\ z = y + 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 220 = 820 \\ x = 2y + 10 \\ z = y + 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 150 \\ x = 310 \\ z = 360. \end{cases}$$

Vậy số tiền mua văn phòng phẩm của Hà, Lan và Minh lần lượt là 310 nghìn đồng, 150 nghìn đồng và 360 nghìn đồng.  $\square$

**Bài 6**

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y - z = -2 \\ x - 3y + z = 3; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \\ 2x - 3y + 3z = 2; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 4y + 2z = -1 \\ 4x - y + 3z = 1. \end{cases} \end{array}$$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y - z = -2 \\ x - 3y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4y - z = -3 \\ -y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4y - z = -3 \\ 3z = 5 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4y - z = -3 \\ z = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = \frac{5}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

b) Ta có

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = 2 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -7y + 5z = -1 \\ -7x + 5z = 0. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai và thứ ba, suy ra  $-1 = 0$ , điều này vô lí.  
 Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Ta có

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 4y + 2z = -1 \\ 4x - y + 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ -3y + z = -1 \\ 3y - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ z = 3y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 1 \\ z = 3y - 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của nó là

$$S = \{(-2y + 1; y; 3y - 1) \mid y \in \mathbb{R}\}.$$

□

### Bài 7

Tìm phương trình của parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), biết  $(P)$  đi qua ba điểm  $A(0; -1)$ ,  $B(1; -2)$  và  $C(2; -1)$ .

**Lời giải.**

$(P)$  đi qua  $A(0; -1)$  nên  $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -1$  hay  $c = -1$ .

$(P)$  đi qua  $B(1; -2)$  nên  $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -2$  hay  $a + b + c = -2$ .

$(P)$  đi qua  $C(2; -1)$  nên  $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -1$  hay  $4a + 2b + c = -1$ .

Do đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = -1 \\ a + b + c = -2 \\ 4a + 2b + c = -1. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $a = 1; b = -2; c = -1$ .

Vậy phương trình của  $(P)$  là  $y = x^2 - 2x - 1$ .

□

### Bài 8

Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = -3; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 13; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \\ -x + 2y = 1. \end{cases} \end{array}$$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = -3 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ 4x + y - 3z = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = -3 \\ -3y - 7z = 23 \\ -5y = 15 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = -3 \\ -3y - 7z = 23 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = -3 \\ z = -2 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -3; -2)$ .

b) Ta có

$$\begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ -6y - 8z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 3y + 4z = -4. \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai và thứ ba, suy ra  $8 = -4$ , điều này vô lí.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.



c) Ta có

$$\begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \\ 3y - 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = z. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của nó là

$$S = \{(2z - 1; z; z) \mid z \in \mathbb{R}\}.$$

□

### Bài 9

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 3y - 3z = -5; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y + 2z = 5 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y - z = 2; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x - y - z = -1 \\ 2x - y + z = -1 \\ -4x + 3y + z = 3 \end{cases} \end{array}$$

 **Lời giải.**

a) Nghiệm của hệ phương trình là  $\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

b) Hệ phương trình vô nghiệm.

c) Hệ phương trình có vô số nghiệm.

□

### Bài 10

Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -5 \\ -4x + 5y - z = 6 \\ 3x + 4y - 3z = 7. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

Nghiệm của hệ phương trình là  $\left(\frac{22}{101}; \frac{131}{101}; -\frac{39}{101}\right)$ .

□

### Bài 11

Ba bạn Nhân, Nghĩa và Phúc đi vào căng tin của trường. Nhân mua một li trà sữa, một li nước trái cây, hai cái bánh ngọt và trả 90 000 đồng. Nghĩa mua một li trà sữa, ba cái bánh ngọt và trả 50 000 đồng. Phúc mua một li trà sữa, hai li nước trái cây, ba cái bánh ngọt và trả 140 000 đồng. Gọi  $x, y, z$  lần lượt là giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

a) Lập các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa  $x, y$  và  $z$ .

b) Tìm giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

 **Lời giải.**

a) Vì Nhân mua một li trà sữa, một li nước trái cây, hai cái bánh ngọt và trả 90 000 đồng nên ta có

$$x + y + 2z = 90000.$$

Vì Nghĩa mua một li trà sữa, ba cái bánh ngọt và trả 50 000 đồng nên ta có

$$x + 3z = 50000.$$

Vì Phúc mua một li trà sữa, hai li nước trái cây, ba cái bánh ngọt và trả 140 000 đồng nên ta có

$$x + 2y + 3z = 140000$$

Từ đó, ta có hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 90000 \\ x + 3z = 50000 \\ x + 2y + 3z = 140000. \end{cases}$$

b) Sử dụng máy tính cầm tay để giải hệ phương trình trên, ta được (35000; 45000; 5000) là nghiệm của hệ phương trình.

Vậy giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó lần lượt là 35 000 đồng, 45 000 đồng và 5 000 đồng.

□

### Bài 12

Tại một quốc gia, khoảng 400 loài động vật nằm trong danh sách các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Các nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm 55% các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Nhóm chim chiếm nhiều hơn 0,7% so với nhóm cá, nhóm cá chiếm nhiều hơn 1,5% so với động vật có vú. Hỏi mỗi nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm bao nhiêu phần trăm trong các loài có nguy cơ tuyệt chủng?

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số phần trăm nhóm động vật có vú, chim và cá có nguy cơ tuyệt chủng (điều kiện  $x, y, z \geq 0$ ).

Các nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm 55% các loài có nguy cơ tuyệt chủng nên

$$x + y + z = 55.$$

Nhóm chim chiếm nhiều hơn 0,7% so với nhóm cá nên

$$y - z = 0,7.$$

Nhóm cá chiếm nhiều hơn 1,5% so với động vật có vú nên

$$z - x = 1,5.$$

Do đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 55 \\ y - z = 0,7 \\ -x + z = 1,5. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta được  $x = 17,1; y = 19,3$  và  $z = 18,6$ .

Vậy nhóm động vật có vú chiếm 17,1%; nhóm chim chiếm 19,3% và nhóm cá chiếm 18,6% các loài có nguy cơ tuyệt chủng.

□



**Bài 1**

Kiểm tra xem mỗi bộ số  $(x; y; z)$  đã cho có là nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không.

$$a) \begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 5x - y + 3z = 16 \\ -3x + 7y + z = -14 \end{cases} \quad (0; 3; -2), (12; 5; -13), (1; -2; 3);$$

$$b) \begin{cases} 3x - y + 4z = -10 \\ -x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = -8 \end{cases} \quad (-2; 4; 0), (0; -3; 10), (1; -1; 5);$$

$$c) \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \end{cases} \quad (4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84).$$

**Lời giải.**

a) Bộ  $(1; -2; 3)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 5x - y + 3z = 16 \\ -3x + 7y + z = -14. \end{cases}$

b) Bộ  $(-2; 4; 0)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y + 4z = -10 \\ -x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = -8. \end{cases}$

c) Cả 3 bộ  $(4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100. \end{cases}$

□

**Bài 2**

Giải hệ phương trình

$$a) \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - z = 2 \\ 2z = -10. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ 2y = 4 \\ y + z = 3. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y = 2 \\ x = 10. \end{cases}$$

**Lời giải.**

a) Ta có  $\begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - z = 2 \\ 2z = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = -1 \\ z = -5. \end{cases}$

b) Ta có  $\begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ 2y = 4 \\ y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 1. \end{cases}$

c) Ta có  $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y = 2 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = -14 \\ x = 10. \end{cases}$



**Bài 3**

Giải hệ phương trình

$$a) \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 6x - y - 4z = 9. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 1. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ -3x + y + z = -2 \\ 5x + 7y - 5z = 6. \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$a) \text{ Ta có } \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 6x - y - 4z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ 5y + 13z = 8 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1. \end{cases}$$

$$b) \text{ Ta có } \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 3y + 4z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 0 = 5 \end{cases} \text{ suy ra hệ phương trình vô nghiệm.}$$

$$c) \text{ Ta có } \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ -3x + y + z = -2 \\ 5x + 7y - 5z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ 13y - 5z = 4 \\ 13y - 5z = 4 \end{cases} \text{ suy ra hệ phương trình vô số nghiệm } (x; y; z) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ 13y - 5z = 4. \end{cases}$$



**Bài 4**

Tìm số đo ba góc của một tam giác, biết tổng số đo của góc thứ nhất và góc thứ hai bằng hai lần số đo của góc thứ ba, số đo của góc thứ nhất lớn hơn số đo của góc thứ ba là  $20^\circ$ .

**Lời giải.**

Gọi 3 góc của tam giác lần lượt là  $x, y, z$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y + z = 180^\circ \\ x + y - 2z = 0^\circ \\ x - z = 20^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 180^\circ \\ z = 60^\circ \\ x - z = 20^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80^\circ \\ y = 40^\circ \\ z = 60^\circ. \end{cases}$$



**Bài 5**

Bác Thanh chia số tiền 1 tỉ đồng của mình cho ba khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 84 triệu đồng. Lãi suất cho ba khoản đầu tư lần lượt là 6%, 8%, 15% và số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất bằng tổng số tiền đầu tư cho khoản thứ hai và thứ ba. Tính số tiền bác Thanh đầu tư cho mỗi khoản.

**Lời giải.**

Gọi 3 khoản đầu tư lần lượt là  $x, y, z$  triệu đồng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 6x + 8y + 15z = 8400 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 2y + 9z = 2400 \\ y + z = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 2y + 9z = 2400 \\ z = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \\ z = 200. \end{cases}$$



**Bài 6**

Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo chuyển động của quả bóng là một parabol và độ cao  $h$  của quả bóng được tính bởi công thức  $h = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ , trong đó độ cao  $h$  và độ cao ban đầu  $h_0$  được tính bằng mét,  $t$  là thời gian của chuyển động tính bằng giây,  $a$  là gia tốc của chuyển động tính bằng  $m/s^2$ ,  $v_0$  là vận tốc ban đầu được tính bằng  $m/s$ . Tìm  $a$ ,  $v_0$ ,  $h_0$  biết sau 0,5 giây quả bóng đạt được độ cao 6,075 m; sau 1 giây quả bóng đạt độ cao 8,5 m; sau 2 giây quả bóng đạt độ cao 6 m.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} h(0,5) = 6,075 \\ h(1) = 8,5 \\ h(2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,125a + 0,5v_0 + h_0 = 6,075 \\ 0,5a + v_0 + h_0 = 8,5 \\ 2a + 2v_0 + h_0 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -9,8 \\ v_0 = 12,2 \\ h_0 = 1,2. \end{cases} \quad \square$$

**Bài 7**

Một cửa hàng bán đồ nam gồm áo sơ mi, quần âu và áo phông. Ngày thứ nhất bán được 22 áo sơ mi, 12 quần âu và 18 áo phông, doanh thu là 12580000 đồng. Ngày thứ hai bán được 16 áo sơ mi, 10 quần âu và 20 áo phông, doanh thu là 10800000 đồng. Ngày thứ ba bán được 24 áo sơ mi, 15 quần âu và 12 áo phông, doanh thu là 12960000 đồng. Hỏi giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông là bao nhiêu? Biết giá từng loại trong ba ngày không thay đổi.

**Lời giải.**

Gọi giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông lần lượt là  $x$ ,  $y$ ,  $z$  triệu đồng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 22x + 12y + 18z = 12580000 \\ 16x + 10y + 20z = 10800000 \\ 24x + 15y + 12z = 12960000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250000 \\ y = 320000 \\ z = 180000. \end{cases} \quad \square$$

**Bài 8**

Ba nhãn hiệu bánh quy là  $A$ ,  $B$ ,  $C$  được cung cấp bởi một nhà phân phối. Với tỉ lệ thành phần dinh dưỡng theo khối lượng, bánh quy nhãn hiệu  $A$  chứa 20% protein, bánh quy nhãn hiệu  $B$  chứa 28% protein và bánh quy nhãn hiệu  $C$  chứa 30% protein. Một khách hàng muốn mua một đơn hàng như sau

- ✔ Mua tổng cộng 224 cái bánh quy bao gồm cả ba nhãn hiệu  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .
- ✔ Lượng protein trung bình của đơn hàng này (gồm cả ba nhãn hiệu  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ) là 25%.
- ✔ Lượng bánh nhãn hiệu  $A$  gấp đôi lượng bánh nhãn hiệu  $C$ .

Tính lượng bánh quy mỗi loại mà khách hàng đó đặt mua.

**Lời giải.**

Gọi lượng bánh quy mỗi loại mà khách hàng đó đặt mua lần lượt là  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y + z = 224 \\ 20x + 28y + 30z = 25 \cdot 224 \\ x - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 96 \\ y = 80 \\ z = 48. \end{cases} \quad \square$$

**Bài 9**

Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} -x + 2y - 3z = 2 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ -2x - 3y + z = 5. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 5y - 4z = 0 \\ x + 2y - 3z = -1. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ 3x - 5y - z = -3 \\ -x + 4y - 2z = 1. \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$a) \begin{cases} -x + 2y - 3z = 2 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ -2x - 3y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = \frac{11}{7} \\ z = \frac{12}{7}. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 5y - 4z = 0 \\ x + 2y - 3z = -1 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô nghiệm.}$$

$$c) \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ 3x - 5y - z = -3 \\ -x + 4y - 2z = 1 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô số nghiệm.}$$

□

**Bài 10**

Trong các hệ phương trình sau, hệ nào là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số  $(-1; 2; 1), (-1, 5; 0, 25; -1, 25)$  có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + z = -6 \\ -2x + y + 3z = 7 \\ 4x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ x - 3y + 2z = -1. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 4y - 3z = \frac{-1}{4} \\ 3x + 8y - 4z = \frac{5}{2} \\ 2x + 3y - 2z = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$a) \text{ Bộ } (-1; 2; 1) \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 3x - 2y + z = -6 \\ -2x + y + 3z = 7 \\ 4x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

$$b) \text{ Cả 2 bộ } (-1; 2; 1), (-1, 5; 0, 25; -1, 25) \text{ không là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ x - 3y + 2z = -1. \end{cases}$$

$$c) \text{ Bộ } (-1, 5; 0, 25; -1, 25) \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 2x - 4y - 3z = \frac{-1}{4} \\ 3x + 8y - 4z = \frac{5}{2} \\ 2x + 3y - 2z = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

□

**Bài 11**

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 3y = 2 \\ 2x + y - z = 3. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 8 \\ 3x - y + z = 4. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ x + 2y - z = 4. \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$\checkmark \text{ Ta có } \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 3y = 2 \\ 2x + y - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ y = 0 \\ 2y + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 1. \end{cases}$$

$$\checkmark \text{ Ta có } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 8 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2y + z = 6 \\ 4y + 2z = 2 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô nghiệm.}$$

$$\checkmark \text{ Ta có } \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ y - 2z = 2 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô số nghiệm.}$$

□

**Bài 12**

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm nghiệm của các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} x - 5z = 2 \\ 3x + y - 4z = 3 \\ -x + 2y + z = -1. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ 3x + y - 2z = 2. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ 4x - 7y - 4z = 4. \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$a) \begin{cases} x - 5z = 2 \\ 3x + y - 4z = 3 \\ -x + 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{26} \\ y = -\frac{1}{26} \\ z = -\frac{7}{26}. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ 3x + y - 2z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{2}{5} \\ z = 1. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ 4x - 7y - 4z = 4 \end{cases} \text{ hệ vô số nghiệm.}$$

□

**Bài 13**

Tìm phương trình của parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), biết

a) Parabol (P) có trục đối xứng  $x = 1$  và đi qua hai điểm  $A(1; -4)$ ,  $B(2; -3)$ ;

b) Parabol (P) có đỉnh  $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$  và đi qua điểm  $M(-1; 3)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} -\frac{a}{2b} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -4 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 4a + 2b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5} \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{21}{5} \end{cases} \quad \square$$

**Bài 14**

Một đại lí bán ba loại gas A, B, C với giá bán mỗi bình gas lần lượt là 520000 đồng, 480000 đồng, 420000 đồng. Sau một tháng, đại lí đã bán được 1299 bình gas các loại với tổng doanh thu đạt 633960000 đồng. Biết rằng trong tháng đó, đại lí bán được số bình gas loại B bằng một nửa tổng số bình gas loại A và C. Tính số bình gas mỗi loại mà đại lí bán được trong tháng đó.

**Lời giải.**

Gọi x, y, z lần lượt là số bình ga loại A, B, C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y + z = 1299 \\ 52x + 48y + 42z = 63396 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 624 \\ y = 433 \\ z = 242 \end{cases} \quad \square$$

**Bài 15**

Hệ nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem bộ ba số (2; 0; -1) có phải là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2z = 4 \\ 2x + y - z = 5 \\ -3x + 2y = -6 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y + 3z = 7 \\ 2x - y^2 + z = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

**Lời giải.**

a) Ta có  $\begin{cases} x - 2z = 4 \\ 2x + y - z = 5 \\ -3x + 2y = -6 \end{cases}$  là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và bộ (2; 0; -1) không phải là nghiệm.

b) Ta có  $\begin{cases} x - 2y + 3z = 7 \\ 2x - y^2 + z = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$  không là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

**Bài 16**

Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ x + 3z = -7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ x + 3z = -7 \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} 2x - y - z = 20 \\ x + y = -5 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -15 \\ z = 15 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ x + 3z = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -12 \\ z = -\frac{5}{2}. \end{cases}$$

□

### Bài 17

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss

$$a) \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ x - y + z = 2. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = -6. \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ 4x - y + z = 11 \\ -5x - y - 9z = -22. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ x + 2y + z = 5 \\ -x + y = 2. \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = 3. \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 5x - y - 2z = 3 \\ 7x - 4y - 6z = 1. \end{cases}$$

Kiểm tra lại kết quả tìm được bằng cách sử dụng máy tính cầm tay.

#### Lời giải.

$$a) \text{ Ta có } \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ x - y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3y + z = 4 \\ y - 3z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3y + z = 4 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1. \end{cases}$$

$$b) \text{ Ta có } \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ x + 2y + z = 5 \\ -x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ 7y + 4z = 13 \\ 2y - z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ 7y + 4z = 13 \\ z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \\ z = -2. \end{cases}$$

$$c) \text{ Ta có } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 5y + 4z = 18 \\ 5y + 4z = 18 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô số nghiệm.}$$

$$d) \text{ Ta có } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 5y + 4z = 18 \\ 5y + 4z = 27 \end{cases} \text{ hệ phương trình vô nghiệm.}$$

$$e) \text{ Ta có } \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ 4x - y + z = 11 \\ -5x - y - 9z = -22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ y + 31z = 25 \\ 2y + 18z = -76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ y + 31z = 25 \\ 31z = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{87}{31} \\ y = 1 \\ z = \frac{24}{31}. \end{cases}$$

$$f) \text{ Ta có } \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 5x - y - 2z = 3 \\ 7x - 4y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 13y + 16z = 16 \\ 13y + 16z = 16 \end{cases} \text{ hệ vô số nghiệm.}$$

□

**Bài 18**

Ba người cùng làm việc cho một công ty với vị trí lần lượt là quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải. Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và người quản lí văn phòng là 164 triệu đồng, còn của người quản lí kho và tài xế xe tải là 156 triệu đồng. Mỗi năm, người quản lí kho lĩnh lương nhiều hơn tài xế xe tải 8 triệu đồng. Hỏi lương hằng năm của mỗi người là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là lương hằng năm của người quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 164 \\ x + z = 156 \\ x - z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 82 \\ y = 82 \\ z = 74. \end{cases}$$

□

**Bài 19**

Năm ngoái, người ta có thể mua ba mẫu xe ô tô của ba hãng X, Y, Z với tổng số tiền là 2,8 tỉ đồng. Năm nay, do lạm phát, để mua ba chiếc xe đó cần 3,018 tỉ đồng. Giá xe ô tô của hãng X tăng 8%, của hãng Y tăng 5% và của hãng Z tăng 12%. Nếu trong năm ngoái giá chiếc xe của hãng Y thấp hơn 200 triệu đồng so với giá chiếc xe của hãng X thì giá của mỗi chiếc xe trong năm ngoái là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là giá của ba mẫu xe ô tô của ba hãng X, Y, Z.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y + z = 2,8 \\ 1,08x + 1,05y + 1,12z = 3,018 \\ x - y = 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,2 \\ y = 1 \\ z = 0,6. \end{cases}$$

□

**Bài 20**

Cho hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

- a) Giả sử  $(x_0; y_0; z_0)$  và  $(x_1; y_1; z_1)$  là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình trên. Chứng minh rằng  $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}; \frac{y_0 + y_1}{2}; \frac{z_0 + z_1}{2}\right)$  cũng là một nghiệm của hệ.
- b) Sử dụng kết quả của câu a) chứng minh rằng, nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì nó sẽ có vô số nghiệm.

**Lời giải.**

a) Ta có  $(x_0; y_0; z_0)$  và  $(x_1; y_1; z_1)$  là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
 suy ra

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_1 \\ a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0 = d_2 \\ a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0 = d_3 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 + c_1z_1 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2y_1 + c_2z_1 = d_2 \\ a_3x_1 + b_3y_1 + c_3z_1 = d_3. \end{cases}$$



Cộng vế với vế các phương trình tương ứng trong hai hệ và chia hai vế cho 2 ta được

$$\begin{cases} a_1 \left( \frac{x_0 + x_1}{2} \right) + b_1 \left( \frac{y_0 + y_1}{2} \right) + c_1 \left( \frac{z_0 + z_1}{2} \right) = d_1 \\ a_2 \left( \frac{x_0 + x_1}{2} \right) + b_2 \left( \frac{y_0 + y_1}{2} \right) + c_2 \left( \frac{z_0 + z_1}{2} \right) = d_2 \\ a_3 \left( \frac{x_0 + x_1}{2} \right) + b_3 \left( \frac{y_0 + y_1}{2} \right) + c_3 \left( \frac{z_0 + z_1}{2} \right) = d_3. \end{cases}$$

Vậy  $\left( \frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{y_0 + y_1}{2}, \frac{z_0 + z_1}{2} \right)$  cũng là một nghiệm của hệ.

- b) Nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì ta sử dụng kết quả của câu a) suy ra hệ sẽ có thêm nghiệm thứ ba, thứ tư, ... Do đó hệ sẽ có vô số nghiệm.

□

## §2. ỨNG DỤNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

### A CÁC DẠNG TOÁN VÀ VÍ DỤ

#### Dạng 1 Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, ta thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập hệ phương trình.

Chọn ẩn là những đại lượng chưa biết.

Dựa trên ý nghĩa của các đại lượng chưa biết, đặt điều kiện cho ẩn.

Dựa vào dữ kiện của bài toán, lập hệ phương trình với các ẩn.

**Bước 2:** Giải hệ phương trình.

**Bước 3:** Kiểm tra điều kiện của nghiệm và kết luận.

#### Ví dụ 1

Một cửa hàng bán áo sơ mi, quần nam và váy nữ. Ngày thứ nhất bán được 21 áo, 21 quần và 18 váy, doanh thu là 5349000 đồng. Ngày thứ hai bán được 16 áo, 24 quần và 12 váy, doanh thu là 5600000 đồng. Ngày thứ ba bán được 24 áo, 15 quần và 12 váy, doanh thu là 5259000 đồng. Khi đó giá bán mỗi áo, mỗi quần và mỗi váy bằng bao nhiêu?

#### Lời giải.

Gọi giá tiền mỗi chiếc áo, quần và váy lần lượt là  $x, y, z$  (đồng,  $x, y, z > 0$ )

Theo đề bài ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 21x + 21y + 18z = 5349000 \\ 16x + 24y + 12z = 5600000 \\ 24x + 15y + 12z = 5259000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 98000 \\ y = 125000 \\ z = 86000. \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi chiếc áo, quần và váy lần lượt là 98000, 125000, 86000 (đồng). □

#### Ví dụ 2

Ba cô Lan, Hương và Thúy cùng thêu một loại áo giống nhau. Số áo của Lan thêu trong 1 giờ ít hơn tổng số áo của Hương và Thúy thêu trong 1 giờ là 5 áo. Tổng số áo của Lan thêu trong 4 giờ và Hương thêu trong 3 giờ nhiều hơn số áo của Thúy thêu trong 5 giờ là 30 áo. Số áo của Lan thêu trong 2 giờ cộng với số áo của Hương thêu trong 5 giờ và số áo của Thúy thêu trong 3 giờ tất cả được 76 áo. Hỏi trong 1 giờ mỗi cô thêu được mấy áo?

#### Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số áo của Lan, Hương, Thúy thêu được trong 1 giờ. Điều kiện là  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ . Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = y + z - 5 \\ 4x + 3y - 5z = 30 \\ 2x + 5y + 3z = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = 5 \\ 4x + 3y - 5z = 30 \\ 2x + 5y + 3z = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 8 \\ z = 6. \end{cases}$$

Vậy trong 1 giờ Lan thêu được 9 áo, Hương thêu được 8 áo, Thúy thêu được 6 áo. □

**Ví dụ 3**

Ba phân số đều có tử số là 1 và tổng của ba phân số đó bằng 1. Hiệu của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng phân số thứ ba, còn tổng của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng 5 lần phân số thứ ba. Khi đó tích ba phân số đó bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi ba phân số lần lượt là  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ .

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

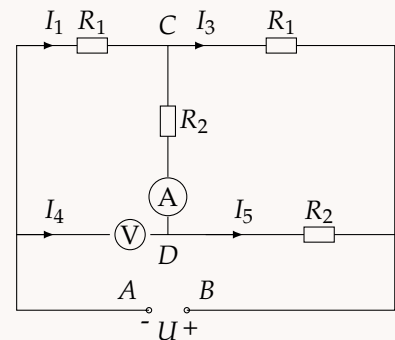
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{z} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Vậy  $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z} = \frac{1}{36}$ . □

**Dạng 2** Ứng dụng trong giải bài toán Vật Lý, Hóa Học, Sinh Học.

**Ví dụ 1**

Cho mạch điện như hình vẽ. Điện trở  $R_1 = 200\Omega$ ; hiệu điện thế giữa hai điểm A và B giữ không đổi là  $U_{AB} = 6\text{ V}$ . Điện trở của ampe kế bằng không, vôn kế có điện trở hữu hạn  $R_V$  chưa biết. Số chỉ ampe kế là 10 mA, số chỉ của vôn kế là 4,5 V. Tìm giá trị điện trở  $R_2$  và điện trở của vôn kế  $R_V$ ? (chiều dòng điện qua ampe kế từ C đến D)



**Lời giải.**

Ta có  $U_{DB} = U - U_{AD} = 1,5\text{ V}$ .  
Do dòng điện đi theo chiều từ C tới D

$$\begin{aligned} U_{AD} &= U_{AC} + U_{CD} \\ U_{AD} &= I_1 R_1 + I_2 R_2 \\ 4,5 &= I_1 \cdot 200 + 0,01 \cdot R_2 \quad (1) \end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned} U_{DB} &= U_{DC} + U_{CB} \\ U_{DB} &= -I_2 R_2 + I_3 R_1 \\ 1,5 &= 0,01 \cdot R_2 + I_3 \cdot 200 \quad (2) \end{aligned}$$

Tại nút C có:  $I_1 = I_2 + I_3 = 0,01 + I_3$ . (3)

Từ (1), (2), (3) có hệ ba phương trình ba ẩn  $I_1, I_3, R_2$

$$\begin{cases} 4,5 = I_1 \cdot 200 + 0,01 \cdot R_2 \\ 1,5 = 0,01 \cdot R_2 + I_3 \cdot 200 \\ I_1 = I_2 + I_3 = 0,01 + I_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 0,02 \text{ A} \\ I_3 = 0,01 \text{ A} \\ R_2 = 50\Omega. \end{cases}$$

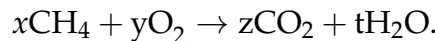
Vậy  $I_5 = \frac{U_{DB}}{R_2} = \frac{1,5}{50} = 0,03 \text{ A}; I_4 = I_5 - I_2 = 0,02 \text{ A}; R_V = \frac{U_{AD}}{I_4} = \frac{4,5}{0,02} = 250\Omega.$  □

**Ví dụ 2**

Cân bằng phương trình sau  $\text{CH}_4 + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ .

**Lời giải.**

Để cân bằng phản ứng, ta cần tìm các số nguyên dương  $x, y, z, t$  sao cho



Đối với mỗi nguyên tố, số nguyên tử ở vế phải và vế trái phải bằng nhau, ta có

Carbon:  $x = z$ ; Hydrogen:  $4x = 2t$ ; Oxygen:  $2y = 2z + t$ .

Từ đó ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - z = 0 \\ 4x - 2t = 0 \\ 2y - 2z - t = 0. \end{cases}$$

Giải hệ, ta có nghiệm tổng quát  $x = \frac{t}{2}, y = t, z = \frac{t}{2}$ , với  $t$  là số thực tùy ý.

Số nguyên dương  $t$  nhỏ nhất để  $x, y, z, t$  là nguyên dương là  $t = 2$ .

Do đó cân bằng được phương trình phản ứng:  $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}.$  □

**Ví dụ 3**

Cần 3 thành phần khác nhau A, B và C, để sản xuất một lượng hợp chất hóa học nào đó. A, B và C phải được hòa tan trong nước một cách riêng biệt trước khi chúng kết hợp lại để tạo ra hợp chất hóa học. Biết rằng nếu kết hợp dung dịch chứa A với tỉ lệ 1,5 g/cm với dung dịch chứa B với tỉ lệ 3,6 g/cm và dung dịch chứa C với tỉ lệ 5,3 g/cm thì tạo ra 25,07 g hợp chất hóa học đó. Nếu tỉ lệ của A, B, C trong phương án này thay đổi thành tương ứng 2,5; 4,3 và 2,4 g/cm (trong khi thể tích là giống nhau), khi đó 22,36 g chất hóa học sẽ được tạo ra. Cuối cùng, nếu tỉ lệ tương ứng là 2,7; 5,5 và 3,2 g/cm, thì sẽ tạo ra 28,14 g hợp chất. Thể tích của dung dịch chứa A, B và C là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  tương ứng là thể tích (cm) của phương án chứa A, B và C.

Khi đó  $1,5x$  là khối lượng của A trong trường hợp đầu,  $3,6y$  là khối lượng của B và  $5,3z$  là khối lượng của C.

Cộng lại với nhau, ba khối lượng này sẽ tạo ra 25,07 g.

Do đó:  $1,5x + 3,6y + 5,3z = 25,07.$

Tương tự cho hai trường hợp còn lại, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 1,5x + 3,6y + 5,3z = 25,07 \\ 2,5x + 4,3y + 2,4z = 22,36 \\ 2,7x + 5,5y + 3,2z = 28,14. \end{cases}$$

Giải hệ trên cho ta nghiệm là  $x = 1,5; y = 3,1; z = 2,2$ . □

**Dạng 3** Ứng dụng trong giải bài toán kinh tế

**Ví dụ 1**

Xét thị trường chè, cà phê và ca cao. Gọi  $x, y$  và  $z$  lần lượt là giá của 1 kg chè, 1 kg cà phê và 1 kg ca cao (đơn vị: nghìn đồng,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ). Các lượng cung và lượng cầu của mỗi sản phẩm được cho như bảng sau:

Sản phẩm	Lượng cung	Lượng cầu
Chè	$Q_{S_1} = -380 + x + y$	$Q_{D_1} = 350 - x - z$
Cà phê	$Q_{S_2} = -405 + x + 2y - z$	$Q_{D_2} = 760 - 2y - z$
Ca cao	$Q_{S_3} = -350 - 2x + 3z$	$Q_{D_3} = 145 - x + y - z$

Tìm giá của mỗi kilôgam chè, cà phê và ca cao để thị trường cân bằng.

**Lời giải.**

Thị trường cân bằng khi 
$$\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 2x + y + z = 730 \\ x + 4y = 1165 \\ -x - y + 4z = 495. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được:  $x = 125, y = 260, z = 220$ .

Vậy giá của mỗi kilôgam chè, cà phê, ca cao lần lượt là 125000 đồng, 260000 đồng, 220000 đồng. □

**Ví dụ 2**

Một đoàn xe tải chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm ba loại, xe chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở 7,5 tấn. Nếu dùng tất cả xe 7,5 tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do xe 5 tấn chở ba chuyến và xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại?

**Lời giải.**

Gọi  $x$  là số xe tải chở 3 tấn,  $y$  là số xe tải chở 5 tấn và  $z$  là số xe tải chở 7,5 tấn. Điều kiện  $x, y, z$  nguyên dương. Theo giả thiết của bài toán ta có

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 3x + 5y + 7,5z = 290 \\ 22,5z = 6x + 15y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 57 \\ 3x + 5y + 7,5z = 290 \\ -2x - 5y + 7,5z = 0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $x = 20, y = 19, z = 18$ .

Vậy có 20 xe chở 3 tấn, 19 xe chở 5 tấn, 18 xe chở 7,5 tấn □

**B BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 1**

Ba vận động viên Hùng, Dũng và Mạnh tham gia thi đấu nội dung ba môn phối hợp: chạy, bơi và đạp xe, trong đó tốc độ trung bình của họ trên mỗi chặng đua được cho ở bảng dưới đây.

Vận động viên	Tốc độ trung bình (km/h)		
	Chạy	Bơi	Đạp xe
Hùng	12,5	3,6	48
Dũng	12	3,75	45
Mạnh	12,5	4	45

Biết tổng thời gian thi đấu ba môn phối hợp của Hùng là 1 giờ 1 phút 30 giây, của Dũng là 1 giờ 3 phút 40 giây và của Mạnh là 1 giờ 1 phút 55 giây. Tính cự li của mỗi chặng đua.

**Lời giải.**

Đổi: 1 giờ 1 phút 30 giây =  $\frac{41}{40}$  h, 1 giờ 3 phút 40 giây =  $\frac{191}{180}$  h, 1 giờ 1 phút 55 giây =  $\frac{743}{720}$  h. Gọi cự li của mỗi chặng đua chạy, bơi và đạp xe lần lượt là  $x, y, z$  (km).

Dựa vào bảng trên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{12,5} + \frac{y}{3,6} + \frac{z}{48} = \frac{41}{40} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{3,75} + \frac{z}{45} = \frac{191}{180} \\ \frac{x}{12,5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{45} = \frac{743}{720} \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $x = 5, y = 0,75, z = 20$ .

Vậy cự li của mỗi chặng đua chạy, bơi và đạp xe lần lượt là 5 km; 0,75 km; 20 km. □

**Bài 2**

Một nhà hoá học có ba dung dịch cùng một loại acid nhưng với nồng độ khác nhau là 10%, 20% và 40%. Trong một thí nghiệm, để tạo ra 100 ml dung dịch nồng độ 18%, nhà hoá học đã sử dụng lượng dung dịch nồng độ 10% gấp bốn lần lượng dung dịch nồng độ 40%. Tính số mililit dung dịch mỗi loại mà nhà hoá học đó đã sử dụng trong thí nghiệm này.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số mililit dung dịch acid có nồng độ 10%, 20% và 40% đã sử dụng trong thí nghiệm ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x = 4z \\ 0,1x + 0,2y + 0,4z = 0,18 \cdot 100 \end{cases}$$

hay 
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x - 4z = 0 \\ x + 2y + 4z = 180. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $x = 40; y = 50$  và  $z = 10$ .

Vậy lượng acid có nồng độ 10%, 20% và 40% cần sử dụng lần lượt là 40 ml, 50 ml và 10ml. □

**Bài 3**

Ba loại tế bào  $A, B, C$  thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 7 và tổng số tế bào con tạo ra là 480. Biết rằng khi chưa thực hiện nguyên phân, số tế bào loại  $B$  bằng tổng số tế bào loại  $A$  và loại  $C$ . Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại  $A$  và loại  $C$  được tạo ra gấp năm lần số tế bào con loại  $B$  được tạo ra. Tính số tế bào con mỗi loại lúc ban đầu.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số tế bào loại  $A, B, C$  lúc ban đầu ( $x, y, z \in \mathbb{N}$ ).

Ba loại tế bào  $A, B, C$  thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 7 và tổng số tế bào con tạo ra là 480, ta có  $x \cdot 2^3 + y \cdot 2^4 + z \cdot 2^7 = 480$  hay  $x + 2y + 16z = 60$ .

Khi chưa thực hiện nguyên phân số tế bào loại  $B$  bằng tổng số tế bào loại  $A$  và loại  $C$ , ta có  $y = x + z$ . Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại  $A$  và loại  $C$  được tạo ra gấp năm lần số tế bào con loại  $B$  được tạo ra, ta có  $x \cdot 2^3 + z \cdot 2^7 = 5 \cdot y \cdot 2^4$  hay  $x + 16z = 10y$ .

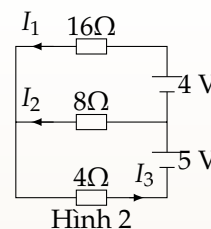
Từ đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + 16z = 60 \\ x - y + z = 0 \\ x - 10y + 16z = 0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được:  $x = 2, y = 5, z = 3$ . Vậy số tế bào  $A, B, C$  lúc ban đầu lần lượt là 2, 5, 3 tế bào. □

**Bài 4**

Cho sơ đồ mạch điện như Hình 2. Tính các cường độ dòng điện  $I_1, I_2$  và  $I_3$ .



**Lời giải.**

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 16I_1 - 8I_2 = 4 \\ 8I_2 + 4I_3 = 5. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được:  $I_1 = \frac{11}{28}$  A;  $I_2 = \frac{2}{7}$  A;  $I_3 = \frac{19}{28}$  A. □

**Bài 5**

Để mở rộng sản xuất, một công ty đã vay 800 triệu đồng từ ba ngân hàng  $A, B$  và  $C$ , với lãi suất cho vay theo năm lần lượt là 6%, 8% và 9%. Biết rằng tổng số tiền lãi năm đầu tiên công ty phải trả cho ba ngân hàng là 60 triệu đồng và số tiền lãi công ty trả cho hai ngân hàng  $A$  và  $C$  là bằng nhau. Tính số tiền công ty đã vay từ mỗi ngân hàng.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số tiền công ty đã vay từ các ngân hàng  $A, B, C$  (đơn vị: triệu đồng,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + z = 800 \\ 0,06x + 0,08y + 0,09z = 60 \\ 0,06x = 0,09z. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $x = 300, y = 300, z = 200$ .

Vậy số tiền công ty đã vay từ ba ngân hàng  $A, B, C$  lần lượt là 300 triệu đồng, 300 triệu đồng, 200 triệu đồng. □

### Bài 6

Bác Nhân có 650 triệu đồng dự định gửi tiết kiệm vào các ngân hàng  $A, B$  và  $C$ . Biết các ngân hàng  $A, B, C$  trả lãi suất lần lượt là 8%/năm, 7,5%/năm và 7%/năm. Để phù hợp với nhu cầu, bác Nhân mong muốn sau một năm, tổng số tiền lãi bác nhận được là 50 triệu đồng và số tiền bác gửi vào ngân hàng  $B$  lớn hơn số tiền gửi vào ngân hàng  $C$  là 100 triệu đồng. Hãy tính giúp bác Nhân số tiền gửi vào mỗi ngân hàng sao cho đáp ứng được yêu cầu của bác.

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số tiền bác Nhân đã gửi vào các ngân hàng  $A, B, C$  (đơn vị: triệu đồng,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

Theo bài ra, ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + z = 650 \\ 0,08x + 0,075y + 0,07z = 50 \\ y - z = 100. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $x = 350, y = 200, z = 100$ .

Vậy số tiền nên gửi vào các ngân hàng  $A, B, C$  lần lượt là 350 triệu đồng, 200 triệu đồng, 100 triệu đồng. □

### Bài 7

Một công ty sản xuất ba loại phân bón:

- 🟢 Loại A có chứa 18% nitơ, 4% photphat và 5% kali;
- 🟢 Loại B có chứa 20% nitơ, 4% photphat và 4% kali;
- 🟢 Loại C có chứa 24% nitơ, 3% photphat và 6% kali.

Công ty sản xuất bao nhiêu kilôgam mỗi loại phân bón trên? Biết rằng công ty đã dùng hết 26400 kg nitơ, 4900 kg photphat, 6200 kg kali.

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số kilôgam mỗi loại phân bón  $A, B, C$  mà công ty đã sản xuất ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

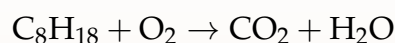
Theo đề bài, ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 0,18x + 0,2y + 0,24z = 26400 \\ 0,04x + 0,04y + 0,03z = 4900 \\ 0,05x + 0,04y + 0,06z = 6200. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $x = 40000, y = 60000, z = 30000$ .

Vậy khối lượng mỗi loại phân bón  $A, B, C$  mà công ty đã sản xuất lần lượt là 40000 kg, 60000 kg, 30000 kg. □

### Bài 8

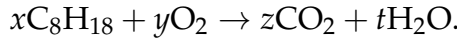
Cân bằng phương trình phản ứng hoá học đốt cháy octane trong oxygen



#### 🗨️ Lời giải.



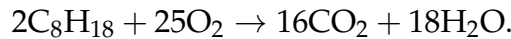
Giả sử  $x, y, z, t$  là các số thoả mãn cân bằng



Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 8x = z \\ 18x = 2t \\ 2y = 2z + t. \end{cases}$$

Giải hệ ta được  $z = 8x, t = 9x$  và  $y = \frac{25}{2}x$ .

Chọn  $x = 2$ , được cân bằng



□

**Bài 9**

Xét thị trường hải sản gồm ba mặt hàng là cua, tôm và cá. Kí hiệu  $x, y, z$  lần lượt là giá 1 kg cua, 1 kg tôm và 1 kg cá (đơn vị nghìn đồng). Kí hiệu  $Q_{S_1}, Q_{S_2}$  và  $Q_{S_3}$  là lượng cua, tôm và cá mà người bán bằng lòng bán với giá  $x, y$  và  $z$ . Kí hiệu  $Q_{D_1}, Q_{D_2}$  và  $Q_{D_3}$  tương ứng là lượng cua, tôm và cá mà người mua bằng lòng mua với giá  $x, y$  và  $z$ . Cụ thể các hàm này được cho bởi

$$\begin{aligned} Q_{S_1} &= -300 + x; & Q_{D_1} &= 1300 - 3x + 4y - z \\ Q_{S_2} &= -450 + 3y; & Q_{D_2} &= 1150 + 2x - 5y - z \\ Q_{S_3} &= -400 + 2z; & Q_{D_3} &= 900 - 2x - 3y + 4z. \end{aligned}$$

Tìm mức giá cua, tôm và cá mà người bán và người mua cùng hài lòng.

**Lời giải.**

Hệ phương trình cân bằng cung - cầu 
$$\begin{cases} -300 + x = 1300 - 3x + 4y - z \\ -450 + 3y = 1150 + 2x - 5y - z \\ -400 + 2z = 900 - 2x - 3y + 4z. \end{cases}$$

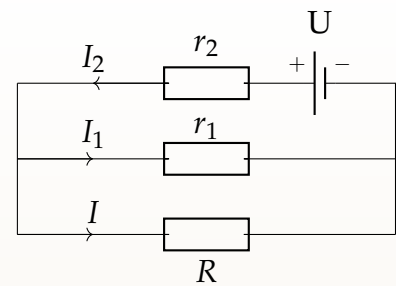
Giải hệ ta được  $x = 600, y = 300, z = 400$ .

Vậy giá của mỗi kg cua, tôm, cá lần lượt là 600 nghìn đồng, 300 nghìn đồng, 400 nghìn đồng. □

**C BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài 1**

Cho mạch điện như Hình 3. Biết  $U = 20 \text{ V}, r_1 = 1 \Omega, r_2 = 0,5 \Omega, R = 2 \Omega$ . Tìm cường độ dòng điện  $I_1, I_2, I$  trong mỗi nhánh.



Hình 3.

**Lời giải.**

Cường độ dòng điện của đoạn mạch mắc song song là  $I_1 + I$ . Ta có  $I_2 = I_1 + I$  hay  $I + I_1 - I_2 = 0$ . Hiệu điện thế của đoạn mạch mắc song song là  $U_1 = I_1 r_1 = IR$  hay  $I_1 = 2I$ , do đó ta có  $2I - I_1 = 0$ .

Hiệu điện thế toàn mạch là  $U = U_2 + U_1 = I_2 r_2 + I_1 r_1$  hay  $20 = 0,5I_2 + I_1$ . Ta có hệ

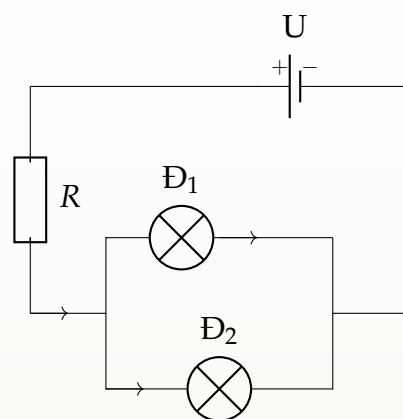
$$\begin{cases} I + I_1 - I_2 = 0 \\ 2I - I_1 = 0 \\ I_1 + 0,5I_2 = 20. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được  $I = \frac{40}{7}$  (A),  $I_1 = \frac{80}{7}$  (A) và  $I_2 = \frac{120}{7}$  (A). □

**Bài 2**

Cho mạch điện như Hình 4. Biết  $U = 24$  V, Đ<sub>1</sub> : 12 V – 6 W, Đ<sub>2</sub> : 12 V – 12 W,  $R = 3 \Omega$ .

- a) Tính điện trở của mỗi bóng đèn.
- b) Tính cường độ dòng điện qua các bóng đèn và qua điện trở  $R$ .



Hình 4.

**Lời giải.**

a) Điện trở của Đ<sub>1</sub> là  $R_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{12^2}{6} = 24$  (V).

Điện trở của Đ<sub>2</sub> là  $R_2 = \frac{U_2^2}{P_2} = \frac{12^2}{12} = 12$  (V).

b) Cường độ dòng điện của đoạn mạch song song  $I_1 + I_2$ . Ta có phương trình  $I = I_1 + I_2$  hay  $I - I_1 - I_2 = 0$ .

Hiệu điện thế đoạn mạch song song là  $U_1 = I_1 R_1 = I_2 R_2$  hay  $24I_1 = 12I_2 \Leftrightarrow 2I_1 - I_2 = 0$ .

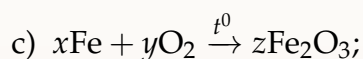
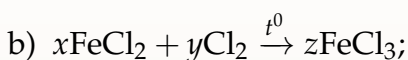
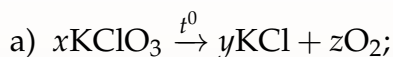
Hiệu điện thế của đoạn mạch là  $U = U_1 + U_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$  hay  $24 = 24I_1 + 12I_2 \Leftrightarrow 2I_1 + I_2 = 2$ . Ta có hệ phương trình

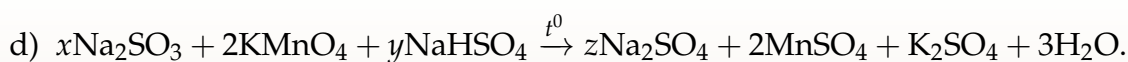
$$\begin{cases} I - I_1 - I_2 = 0 \\ 2I_1 - I_2 = 0 \\ 2I_1 + I_2 = 2. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được  $I = \frac{3}{2}$  (A),  $I_1 = \frac{1}{2}$  (A) và  $I_2 = 1$  (A). □

**Bài 3**

Tìm các hệ số  $x, y, z$  để cân bằng mỗi phương trình sau:



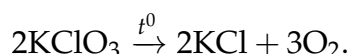


 **Lời giải.**

- a) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với K và O ta có  $x = y$  hay  $x - y = 0$  và  $3x = 2z$  hay  $3x - 2z = 0$ . Ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 3x - 2z = 0. \end{cases}$$

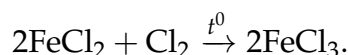
Chọn  $x = 2$ , từ hệ trên ta được  $y = 2$  và  $z = 3$ . Vậy ta có phương trình sau cân bằng là



- b) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Fe và Cl ta có  $x = z$  hay  $x - z = 0$  và  $2x + 2y = 3z$  hay  $2x + 2y - 3z = 0$ . Ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ 2x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

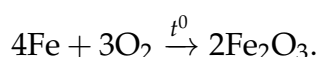
Chọn  $z = 2$ , từ hệ trên ta có  $x = 2$  và  $y = 1$ . Vậy ta có phương trình sau cân bằng là



- c) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Fe và O ta có  $x = 2z$  hay  $x - 2z = 0$  và  $2y = 3z$  hay  $2y - 3z = 0$ . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2z = 0 \\ 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

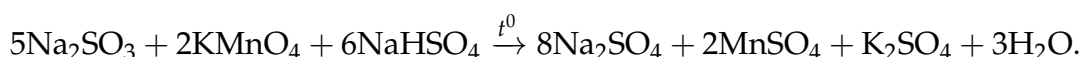
Chọn  $z = 2$ , từ hệ trên ta có  $x = 4$  và  $y = 3$ . Vậy ta có phương trình sau cân bằng là



- d) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Na, H và O ta có  $2x + y = 2z$  hay  $2x + y - 2z = 0$  và  $y = 6$  và  $3x + 8 + 4y = 4z + 8 + 4 + 3$  hay  $3x + 4y - 4z = 7$ . Ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ y = 6 \\ x + y - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - z = -3 \\ 3x - 4z = -17 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \\ z = 8. \end{cases}$$

Vậy ta có phương trình sau cân bằng là



□

**Bài 4**

Một giáo viên dạy Hóa tạo 1000 g dung dịch HCl 25% từ ba loại dung dịch HCl có nồng độ lần lượt là 10%, 20% và 30%. Tính khối lượng dung dịch mỗi loại. Biết rằng lượng HCl có

trong dung dịch 10% bằng  $\frac{1}{4}$  lượng HCl có trong dung dịch 20%.

**Lời giải.**

Gọi khối lượng dung dịch HCl có nồng độ 10%, 20% và 30% lần lượt là  $x, y$  và  $z$ . Theo đề bài ta có

$$x + y + z = 1000. \quad (1.1)$$

Do dung dịch mới có nồng độ 25% nên ta có

$$\frac{10\%x + 20\%y + 30\%z}{1000} = 25\% \Leftrightarrow 10x + 20y + 30z = 25000 \Leftrightarrow x + 2y + 3z = 2500. \quad (1.2)$$

Lượng HCl có trong dung dịch 10% bằng  $\frac{1}{4}$  lượng HCl có trong dung dịch 20% nên

$$10\%x = \frac{1}{4}20\%y \Leftrightarrow 2x - y = 0. \quad (1.3)$$

Từ (1.1), (1.2) và (1.3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ x + 2y + 3z = 2500 \\ 2x - y = 0. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $x = 125, y = 250, z = 625$ . Vậy khối lượng dung dịch HCl có nồng độ 10%, 20% và 30% lần lượt là 125 g, 250 g, 625 g. □

**Bài 5**

Tổng số hạt  $p, n, e$  trong hai nguyên tử kim loại  $A$  và  $B$  là 177. Trong đó số hạt mang điện nhiều hơn số hạt không mang điện là 47. Số hạt mang điện của nguyên tử  $B$  nhiều hơn của nguyên tử  $A$  là 8. Xác định số hạt proton trong một nguyên tử  $A$ .

**Lời giải.**

Tổng số hạt  $p, n, e$  trong hai nguyên tử  $A$  và  $B$  là 177 nên ta có phương trình

$$2Z_A + N_A + 2Z_B + N_B = 177. \quad (1.4)$$

Do số hạt mang điện nhiều hơn số hạt không mang điện là 47 nên ta có phương trình

$$2Z_A + 2Z_B - N_A - N_B = 47. \quad (1.5)$$

Do số hạt mang điện của nguyên tử  $B$  nhiều hơn của nguyên tử  $A$  là 8 nên ta có phương trình

$$2Z_B - 2Z_A = 8 \Leftrightarrow Z_A - Z_B = -4. \quad (1.6)$$

Lấy phương trình (1.4) cộng với phương trình (1.5) về theo về ta được

$$4Z_A + 4Z_B = 224 \Leftrightarrow Z_A + Z_B = 56. \quad (1.7)$$

Từ (1.6) và (1.7) ta có hệ

$$\begin{cases} Z_A - Z_B = 4 \\ Z_A + Z_B = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_A = 26 \\ Z_B = 30. \end{cases}$$

Vậy số hạt proton trong nguyên tử  $A$  là 26. □

**Bài 6**

Một phân tử DNA có khối lượng là  $72 \cdot 10^4$  đvC và có 2826 liên kết hydro. Mạch 2 có số nu loại A bằng 2 lần số nu loại T và bằng 3 lần số nu loại X. Xác định số nucleotit mỗi loại trên từng mạch của phân tử DNA đó. Biết rằng một nu có khối lượng trung bình là 300 đvC.

**Lời giải.**

Kí hiệu  $A, G, T, X$  lần lượt là tổng số nu loại  $A, G, T, X$  của phân tử DNA.

$N$  là tổng số nu của phân tử DNA.

$A_1, G_1, T_1, X_1$  lần lượt là tổng số nu loại  $A, G, T, X$  của mạch 1.

$A_2, G_2, T_2, X_2$  lần lượt là tổng số nu loại  $A, G, T, X$  của mạch 2.

Vì phân tử DNA có khối lượng là  $72 \cdot 10^4$  đvC, mà một nu có khối lượng trung bình là 300 đvC nên

$$\text{tổng số nu của phân tử DNA là } N = \frac{72 \cdot 10^4}{300} = 2400.$$

$$\Rightarrow G + A = \frac{N}{2} = 1200.$$

Phân tử DNA có 2826 liên kết hydro nên  $2A + 3G = 2826$ .

Khi đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} G + A = 1200 \\ 2A + 3G = 2826 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 774 \\ G = 426 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = T = 774 \\ G = X = 426. \end{cases}$$

Mạch 2 có số nu loại A bằng 2 lần số nu loại T và bằng 3 lần số nu loại X nên

$$\text{ta có } A_2 = 2T_2, A_2 = 3X_2$$

$$\text{hay } A_2 - 2T_2 = 0, A_2 - 3X_2 = 0.$$

Mặt khác, vì  $A_1 = T_2$  nên  $A_2 + T_2 = A_2 + A_1 = A = 774$ .

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} A_2 - 2T_2 = 0 \\ A_2 - 3X_2 = 0 \\ A_2 + T_2 = 774 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_2 = 516 \\ T_2 = 258 \\ X_2 = 172. \end{cases}$$

Suy ra số nu loại G của mạch 2 là  $G_2 = 1200 - (516 + 258 + 172) = 254$ .

Ở mạch 1, ta có  $A_1 = T_2 = 258, T_1 = A_2 = 516, G_1 = X_2 = 172, X_1 = G_2 = 254$ . □

**Bài 7**

Tìm đa thức bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  (với  $a \neq 0$ ) biết  $f(-1) = -2, f(1) = 2, f(2) = 7$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + 1 = -2 \Leftrightarrow -a + b - c = -3.$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow a + b + c = 1.$$

$$f(2) = 7 \Leftrightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + 1 = 7 \Leftrightarrow 8a + 4b + 2c = 6.$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -a + b - c = -3 \\ a + b + c = 1 \\ 8a + 4b + 2c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy  $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ . □

**Bài 8**

Ba lớp 10A, 10B, 10C trồng được 164 cây bạch đàn và 316 cây thông. Mỗi học sinh lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 2 cây thông; mỗi học sinh lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn

và 3 cây thông; mỗi học sinh lớp 10C trồng được 5 cây thông. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh? Biết số học sinh lớp 10A bằng trung bình cộng số học sinh lớp 10B và 10C.

**Lời giải.**

Gọi số học sinh của ba lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là  $x, y, z$  (học sinh) với  $(x, y, z \in \mathbb{N}^*)$ . Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y + 0z = 164 \\ 2x + 3y + 5z = 316 \\ x = \frac{y+z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 164 \\ 2x + 3y + 5z = 316 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 34 \\ z = 30. \end{cases}$$

Vậy số học sinh của ba lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là 32, 34, 30 học sinh. □

**Bài 9**

Độ cao  $h$  trong chuyển động của một vật được tính bởi công thức  $h = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ , với độ cao  $h$  và độ cao ban đầu  $h_0$  được tính bằng mét,  $t$  là thời gian của chuyển động tính bằng giây,  $a$  là gia tốc của chuyển động tính bằng  $m/s^2$ ,  $v_0$  là vận tốc ban đầu tính bằng  $m/s$ . Tìm  $a, v_0, h_0$ . Biết rằng sau 1s và 3s vật cùng đạt được độ cao 50,225m; sau 2s vật đạt độ cao 55,125m.

**Lời giải.**

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a \cdot 1^2 + v_0 \cdot 1 + h_0 = 50,225 \\ \frac{1}{2}a \cdot 3^2 + v_0 \cdot 3 + h_0 = 50,225 \\ \frac{1}{2}a \cdot 2^2 + v_0 \cdot 2 + h_0 = 55,125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a + v_0 + h_0 = 50,225 \\ \frac{9}{2}a + 3v_0 + h_0 = 50,225 \\ 2a + 2v_0 + h_0 = 55,125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -9,8 \\ v_0 = 19,6 \\ h_0 = 35,525. \end{cases}$$

Vậy  $a = -9,8 m/s^2, v_0 = 19,6 m/s, h_0 = 35,525 m$ . □

**Bài 10**

Một ngân hàng muốn đầu tư số tiền tín dụng là 100 tỉ đồng thu được vào ba nguồn: mua trái phiếu với mức sinh lời 8%/năm, cho vay thu lãi suất 10%/năm và đầu tư bất động sản với mức sinh lời 12%/năm. Theo điều kiện của quỹ tín dụng đề ra là tổng số tiền đầu tư vào trái phiếu và cho vay phải gấp ba lần số tiền đầu tư vào bất động sản. Nếu ngân hàng muốn thu được mức thu nhập 9,6 tỉ đồng hằng năm thì nên đầu tư như thế nào vào ba nguồn đó?

**Lời giải.**

Gọi số tiền đầu tư trái phiếu, cho vay, bất động sản lần lượt là  $x, y, z$  (tỉ đồng).

Theo đề bài ta có  $x + y + z = 100$ .

Tổng số tiền đầu tư vào trái phiếu và cho vay gấp ba lần số tiền đầu tư vào bất động sản, do đó  $x + y = 3z$  hay  $x + y - 3z = 0$ .

Lãi suất cho ba khoản đầu tư lần lượt là 8%, 10%, 12% và tổng số tiền lãi thu được là 9,6 tỉ đồng nên ta có  $8\%x + 10\%y + 12\%z = 9,6$ .

Khi đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y - 3z = 0 \\ 8\%x + 10\%y + 12\%z = 9,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \\ z = 25. \end{cases}$$

Vậy số tiền đầu tư trái phiếu, cho vay, bất động sản lần lượt là 45 tỉ đồng, 30 tỉ đồng, 25 tỉ đồng.  $\square$

### Bài 11

Cho hàm cung và hàm cầu của ba mặt hàng như sau

$$\begin{aligned} Q_{S_1} &= -4 + x; & Q_{D_1} &= 70 - x - 2y - 6z; \\ Q_{S_2} &= -3 + y; & Q_{D_2} &= 76 - 3x - y - 4z; \\ Q_{S_3} &= -6 + 3z; & Q_{D_3} &= 70 - 2x - 3y - 2z. \end{aligned}$$

Hãy xác định giá trị cân bằng cung - cầu của ba mặt hàng.

#### Lời giải.

Hệ phương trình cân bằng cung - cầu của ba mặt hàng là

$$\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + x = 70 - x - 2y - 6z \\ -3 + y = 76 - 3x - y - 4z \\ -6 + 3z = 70 - 2x - 3y - 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 6z = 74 \\ 3x + 2y + 4z = 79 \\ 2x + 3y + 5z = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 7 \\ z = 5 \end{cases}.$$

Vậy giá mặt hàng thứ nhất là 15, mặt hàng thứ hai là 7, mặt hàng thứ ba là 5 hợp lí nhất.  $\square$

### Bài 12

Em Hà so sánh tuổi của mình với chị Mai và anh Nam. Tuổi của anh Nam gấp ba lần tuổi của em Hà. Cách đây bảy năm tuổi của chị Mai bằng nửa số tuổi của anh Nam. Ba năm nữa tuổi của anh Nam bằng tổng số tuổi của chị Mai và em Hà. Hỏi tuổi của mỗi người là bao nhiêu?

#### Lời giải.

Gọi tuổi của anh Nam, chị Mai, em Hà lần lượt là  $x, y, z$  (tuổi) ( $x, y, z > 0$ ).

Vì tuổi của anh Nam gấp ba lần tuổi của em Hà, ta có:  $x = 3z$ .

Cách đây 7 năm, tuổi của chị Mai bằng nửa số tuổi anh Nam, ta có:  $y - 7 = \frac{1}{2}(x - 7)$ .

Ba năm nữa tuổi của anh Nam bằng tổng số tuổi của chị Mai và em Hà, nên ta có:  $x + 3 = (y + 3) + (z + 3)$ .

Khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3z \\ y - 7 = \frac{1}{2}(x - 7) \\ x + 3 = (y + 3) + (z + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3z = 0 \\ x - 2y = -7 \\ x - y - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 39 \\ y = 23 \\ z = 13 \end{cases}.$$

Vậy anh Nam 39 tuổi, chị Mai 23 tuổi, em Hà 13 tuổi.  $\square$

### Bài 13

Bác Việt có 330 740 nghìn đồng, bác chia số tiền này thành ba phần và đem đầu tư vào ba hình thức: Phần thứ nhất bác đầu tư vào chứng khoán với lãi thu được 4% một năm; phần thứ hai bác mua vàng thu lãi 5% một năm và phần thứ ba bác gửi tiết kiệm với lãi suất 6% một năm. Sau một năm, kể cả gốc và lãi bác thu được ba món tiền bằng nhau? Hỏi tổng số tiền cả gốc và lãi bác thu được sau một năm là bao nhiêu?

#### Lời giải.

Gọi số tiền mà bác Việt đầu tư vào chứng khoán, vàng, gửi tiết kiệm lần lượt là  $x, y, z$  (nghìn đồng) ( $x, y, z > 0$ ).

Theo bài ra, tổng số tiền bác Việt có là  $x + y + z = 330740$ .

Sau một năm, cả gốc lẫn lãi thu được ba món tiền bằng nhau nên ta có

$$x + 4\%x = y + 5\%y = z + 6\%z \Leftrightarrow 1,04x = 1,05y = 1,06z$$

Từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 330740 \\ 1,04x - 1,05y = 0 \\ 1,05y - 1,06z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 111300 \\ y = 110240 \\ z = 109200 \end{cases}$$

Vậy bác Việt đầu tư 111 300 nghìn đồng vào chứng khoán, 110 240 nghìn đồng vào vàng và 109 200 nghìn đồng để gửi tiết kiệm. □

### Bài 14

Một tuyến cáp treo có ba loại vé sau đây: vé đi lên giá 250 nghìn đồng; vé đi xuống giá 200 nghìn đồng và vé hai chiều giá 400 nghìn đồng. Một ngày nhà ga cáp treo thu được tổng số tiền là 251 triệu đồng. Tìm số vé bán ra mỗi loại, biết rằng nhân viên quản lý cáp treo đếm được 680 lượt người đi lên và 250 lượt người đi xuống.

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi số vé đi lên, đi xuống, vé hai chiều bán ra lần lượt là  $x, y, z$  ( $x, y, z > 0$ ).

Theo bài ra, tổng số tiền là 251000000 triệu đồng, khi đó ta có  $250000x + 200000y + 400000z = 251000000$  (1)

Tổng số lượt người đi lên là  $x + z = 680$  (2)

Tổng số lượt người đi xuống là  $y + z = 520$  (3)

Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 250000x + 200000y + 400000z = 251000000 \\ x + z = 680 \\ y + z = 520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 220 \\ y = 40 \\ z = 460 \end{cases}$$

Vậy số vé bán ra loại đi lên, đi xuống và hai chiều lần lượt là 220, 60, 460. □

### Bài 15

Ba lớp 10A, 10B, 10C của một trường trung học phổ thông gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Tính trung bình, mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây xoan và 4 cây bạch đàn; mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây xoan và 5 cây bạch đàn; mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây xoan. Cả ba lớp trồng được tổng cộng 476 cây xoan và 375 cây bạch đàn. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu em.

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số học sinh lớp 10A, 10B, 10C ( $x, y, z > 0$ ).

Vì tổng số học sinh ba lớp là 128 nên  $x + y + z = 128$ .

Số cây xoan và bạch đàn lớp 10A trồng được lần lượt là  $3x, 4x$ .

Số cây xoan và bạch đàn lớp 10B trồng được lần lượt là  $2y, 5y$ .

Số cây xoan lớp 10C trồng được là  $6z$ .

Theo đề ta có

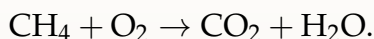
$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 43 \\ z = 45 \end{cases}$$

Vậy số học sinh lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là 40, 43, 45 học sinh. □



**Bài 16**

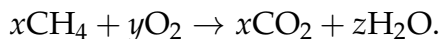
Cân bằng phương trình phản ứng hóa học đốt cháy methane trong oxygen



**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là hệ số cân bằng của  $\text{CH}_4, \text{O}_2$  và  $\text{H}_2\text{O}$ .

Vì số nguyên tử C ở 2 vế phương trình là như nhau nên ta có hệ số cân bằng của  $\text{CO}_2$  bằng  $x$ .



Số nguyên tử O ở hai vế bằng nhau nên  $2y = 2x + z$ .

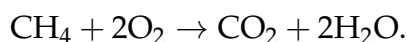
Số nguyên tử H ở hai vế bằng nhau nên  $4x = 2z$ .

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2y = 2x + z & (1) \\ 4x = 2z & (2) \end{cases}$$

Chọn  $x = 1$ , từ (2) suy ra  $z = 2$ , từ (1) suy ra  $y = 2$ .

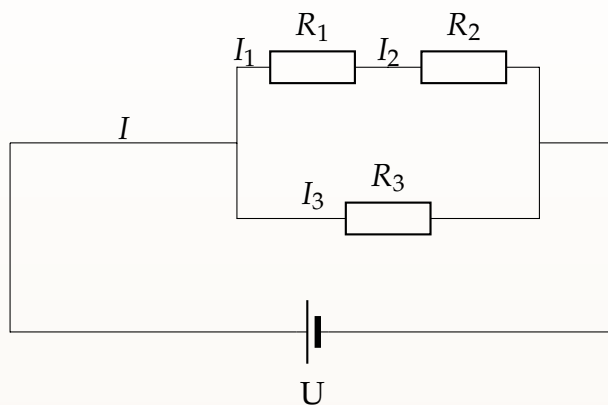
Vậy phương trình cân bằng phản ứng hóa học là



□

**Bài 17**

Cho một đoạn mạch như Hình 1.2. Gọi  $I$  là cường độ dòng điện mạch chính,  $I_1, I_2, I_3$  là cường độ dòng điện mạch rẽ. Cho biết  $R_1 = 6 \Omega, R_2 = 8 \Omega, I = 3 \text{ A}$  và  $I_3 = 2 \text{ A}$ . Tính điện trở  $R_3$  và hiệu điện thế  $U$  giữa hai đầu đoạn mạch.



Hình 1.2

**Lời giải.**

Vì  $R_1, R_2$  mắc nối tiếp nên  $I_1 = I_2$ .

Từ sơ đồ mạch điện ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = U \\ R_3 I_3 = U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 + 2 = 3 \\ 6I_1 + 8I_2 = U \\ 2R_3 = U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 1 \\ U = 14 \\ R_3 = 7. \end{cases}$$

Vậy điện trở  $R_3 = 7 \Omega$ , hiệu điện thế giữa hai đầu mạch  $U = 14 \text{ V}$ .

□

**Bài 18**

Mỗi giai đoạn phát triển của thực vật cần phân bón với tỉ lệ  $N, P, K$  nhất định. Bác An làm vườn muốn bón phân cho một cây cảnh với tỉ lệ  $N : P : K$  cân bằng nhau. Bác An có ba bao phân bón:

Bao 1 có tỉ lệ  $N : P : K$  là  $12 : 7 : 12$ .

Bao 2 có tỉ lệ  $N : P : K$  là  $6 : 30 : 25$ .

Bao 3 có tỉ lệ  $N : P : K$  là  $30 : 16 : 11$ .

Hỏi phải trộn ba loại phân bón trên với tỉ lệ bao nhiêu để có hỗn hợp phân bón tỉ lệ  $N : P : K$  là  $15 : 15 : 15$ ? Chú ý rằng trên mỗi bao phân người ta thường viết tỉ lệ  $N : P : K$  nhất định. Chẳng hạn trên bao phân 1 ghi tỉ lệ  $N : P : K$  là  $12 : 7 : 12$  nghĩa là hàm lượng đạm  $N$  (nitơ) chiếm 12%, lân  $P$  (tức là  $P_2O_5$ ) chiếm 7% và kali  $K$  (tức là  $K_2O$ ) chiếm 12%, còn các loại khác chiếm  $100\% - (12\% + 7\% + 12\%) = 69\%$ .

**Lời giải.**

Giả sử bác An cần trộn 1 kg phân bón với khối lượng ba loại phân bón này lần lượt là  $x, y, z$  (kg). Khi đó, tổng khối lượng phân đạm  $N$  trong 1 kg này là  $12\%x + 6\%y + 30\%z$ .

Tổng khối lượng phân lân  $P$  trong 1 kg này là  $7\%x + 30\%y + 16\%z$ .

Tổng khối lượng phân kali  $K$  trong 1 kg này là  $12\%x + 25\%y + 11\%z$ .

Vì hỗn hợp phân bón mới có tỉ lệ  $N : P : K$  là  $15 : 15 : 15$  nên ta có

$$\begin{cases} 12\%x + 6\%y + 30\%z = 15\% \\ 7\%x + 30\%y + 16\%z = 15\% \\ 12\%x + 25\%y + 11\%z = 15\% \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x + 6y + 30z = 15 \\ 7x + 30y + 16z = 15 \\ 12x + 25y + 11z = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ y = 0,25 \\ z = 0,25. \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ bao 1: bao 2: bao 3 là  $0,5 : 0,25 : 0,25$  hay  $2 : 1 : 1$ . □

**Bài 19**

Một đại lí bán ba mẫu máy điều hòa  $A, B$  và  $C$ , với giá bán mỗi chiếc theo từng mẫu lần lượt là 8 triệu đồng, 10 triệu đồng và 12 triệu đồng. Tháng trước, đại lí bán được 100 chiếc gồm cả ba mẫu và thu được số tiền là 980 triệu đồng. Tính số lượng máy điều hòa mỗi mẫu đại lí bán được trong tháng trước, biết rằng số tiền thu được từ bán máy điều hòa mẫu  $A$  và mẫu  $C$  là bằng nhau.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số máy điều hòa của các mẫu  $A, B, C$  mà đại lí bán được trong tháng trước ( $x, y, z \in \mathbb{N}$ ).

Đại lí bán được 100 chiếc gồm cả ba mẫu, suy ra:  $x + y + z = 100$ .

Đại lí thu được số tiền là 980 triệu đồng, suy ra:  $8x + 10y + 12z = 980$ .

Số tiền thu được từ bán máy điều hòa mẫu  $A$  và mẫu  $C$  là bằng nhau, suy ra:  $8x = 12z$ .

Như vậy, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 8x + 10y + 12z = 980 \\ 8x - 12z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 50 \\ z = 20. \end{cases}$$

Vậy tháng trước đại lí bán được 30 máy mẫu  $A$ , 50 máy mẫu  $B$  và 20 máy mẫu  $C$ . □

**Bài 20**

Nhân dịp kỉ niệm ngày thành lập Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh, một trường Trung học phổ thông đã tổ chức cho học sinh tham gia các trò chơi. Ban tổ chức đã chọn 100 bạn và chia thành ba nhóm A, B, C để tham gia trò chơi thứ nhất. Sau khi trò chơi kết thúc, ban tổ chức chuyển  $\frac{1}{3}$  số bạn ở nhóm A sang nhóm B;  $\frac{1}{2}$  số bạn ở nhóm B sang nhóm C; số bạn chuyển từ nhóm C sang nhóm A và B đều bằng  $\frac{1}{3}$  số bạn ở nhóm C ban đầu. Tuy nhiên, người ta nhận thấy số bạn ở mỗi nhóm là không đổi qua hai trò chơi. Ban tổ chức đã chia mỗi nhóm bao nhiêu bạn?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số học sinh ở mỗi nhóm A, B, C lúc ban đầu ( $x, y, z \in \mathbb{N}$ ). Ban đầu có tổng cộng 100 bạn, suy ra:  $x + y + z = 100$ .

Số bạn ở nhóm A không đổi qua hai trò chơi, suy ra:  $x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}z = x$ .

Số bạn ở nhóm B không đổi qua hai trò chơi, suy ra:  $y + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = y$ .

Số bạn ở nhóm C không đổi qua hai trò chơi, suy ra:  $z + \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z - \frac{1}{3}z = z$ .

Như vậy, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}z = x \\ y + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = y \\ z + \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}z - \frac{1}{3}z = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ x - z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 40 \\ z = 30. \end{cases}$$

Vậy nhóm A có 30 bạn, nhóm B có 40 bạn, nhóm C có 30 bạn. □

**Bài 21**

Một cửa hàng giải khát chỉ phục vụ ba loại sinh tố: xoài, bơ và măng cầu. Để pha mỗi li (cốc) sinh tố này đều cần dùng đến sữa đặc, sữa tươi và sữa chua với công thức cho ở bảng sau.

Sinh tố (li)	Sữa đặc (ml)	Sữa tươi (ml)	Sữa chua (ml)
Xoài	20	100	30
Bơ	10	120	20
Măng cầu	20	100	20

Ngày hôm qua cửa hàng đã dùng hết 2l sữa đặc; 12,8l sữa tươi và 2,9l sữa chua. Cửa hàng đã bán được bao nhiêu li sinh tố mỗi loại trong ngày hôm qua?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số li sinh tố xoài, bơ và dừa mà cửa hàng bán được ngày hôm qua ( $x, y, z \in \mathbb{N}$ ). Cửa hàng đã dùng hết 2l sữa đặc, suy ra:  $20x + 10y + 20z = 2000$ .  
 Cửa hàng đã dùng hết 12,8l sữa tươi, suy ra:  $100x + 120y + 100z = 12800$ .  
 Cửa hàng đã dùng hết 2,9l sữa chua, suy ra:  $30x + 20y + 20z = 2900$ .

Như vậy, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 20x + 10y + 20z = 2000 \\ 100x + 120y + 100z = 12800 \\ 30x + 20y + 20z = 2900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \\ z = 30. \end{cases}$$

Vậy cửa hàng đã bán được 50 li sinh tố xoài, 40 li sinh tố bơ, 30 li sinh tố mãng cầu. □

**Bài 22**

Ba tế bào  $A, B, C$  sau một số lần nguyên phân tạo ra 168 tế bào con. Biết số tế bào  $A$  tạo ra gấp bốn lần số tế bào  $B$  tạo ra và số lần nguyên phân của tế bào  $C$  nhiều hơn số lần nguyên phân của tế bào  $B$  là bốn lần. Tính số lần nguyên phân của mỗi tế bào.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số lần nguyên phân của các tế bào  $A, B, C$  ( $x, y, z \in \mathbb{N}$ ).

Ba tế bào  $A, B, C$  sau một số lần nguyên phân tạo ra 168 tế bào con, suy ra:  $2^x + 2^y + 2^z = 168$ .

Số tế bào  $A$  tạo ra gấp bốn lần số tế bào  $B$  tạo ra, suy ra:  $2^x = 4 \cdot 2^y$ .

Số lần nguyên phân của tế bào  $C$  nhiều hơn số lần nguyên phân của tế bào  $B$  là bốn lần, suy ra:  $z = y + 4 \Leftrightarrow 16 \cdot 2^y - 2^z = 0$ .

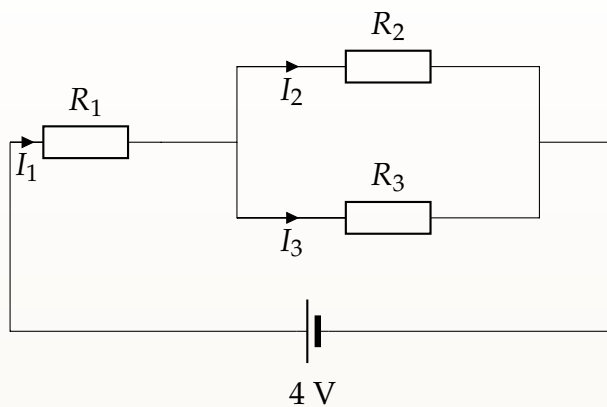
Như vậy, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2^x + 2^y + 2^z = 168 \\ 2^x - 4 \cdot 2^y = 0 \\ 16 \cdot 2^y - 2^z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 32 \\ 2^y = 8 \\ 2^z = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \\ z = 7. \end{cases}$$

Vậy số lần nguyên phân của các tế bào  $A, B, C$  lần lượt là 5, 3, 7. □

**Bài 23**

Cho sơ đồ mạch điện như Hình 3. Biết  $R_1 = 4\Omega, R_2 = 4\Omega$  và  $R_3 = 8\Omega$ . Tìm các cường độ dòng điện  $I_1, I_2$  và  $I_3$ .



Hình 3.

**Lời giải.**

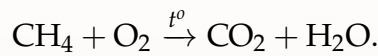
Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 4I_2 - 8I_3 = 0 \\ 4I_1 + 4I_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{3}{5} \\ I_2 = \frac{2}{5} \\ I_3 = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Vậy  $I_1 = \frac{3}{5}A, I_2 = \frac{2}{5}A, I_3 = \frac{1}{5}A.$  □

**Bài 24**

Cân bằng phương trình phản ứng khi đốt cháy khí methane trong oxygen:



**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z$  là các hệ số của  $\text{CH}_4, \text{O}_2, \text{H}_2\text{O}$  trên phương trình, khi đó theo định luật bảo toàn nguyên tố hệ số của  $\text{CO}_2$  cũng là  $x$ .

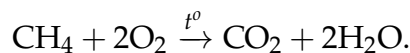
Ta lại có:  $4x = 2z$  hay  $4x - 2z = 0$  và  $2y = 2x + z$  hay  $2x - 2y + z = 0$ .

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x - 2z = 0 \\ 2x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Chọn  $y = 2$ , khi đó hệ trở thành  $\begin{cases} 4x - 2z = 0 \\ 2x + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \\ z = 2 \end{cases}$

Vậy ta có phương trình



□

**Bài 25**

Một nhà máy có ba bộ phận cắt, may, đóng gói để sản xuất ba loại sản phẩm: áo thun, áo sơ mi, áo khoác. Thời gian (tính bằng phút) của mỗi bộ phận để sản xuất 10 cái áo mỗi loại được thể hiện trong bảng sau:

Bộ phận	Thời gian (tính bằng phút) để sản xuất 10 cái		
	Áo thun	Áo sơ mi	Áo khoác
Cắt	9	12	15
May	22	24	28
Đóng Gói	6	8	8

Các bộ phận cắt, may và đóng gói có tối đa 80, 160 và 48 giờ lao động tương ứng mỗi ngày. Hãy lập kế hoạch sản xuất để nhà máy hoạt động hết công suất.

**Lời giải.**

Đổi: 80 giờ = 4800 phút, 160 giờ = 9600 phút, 48 giờ = 2880 phút.

Nhà máy hoạt động hết công suất nghĩa là sử dụng hết thời gian lao động tối đa.

Gọi số lượng áo thun, áo sơ mi, áo khoác cần sản xuất để máy hoạt động hết công suất lần lượt là  $x, y, z$  ( $x, y, z$  nguyên dương).

Dựa vào bảng trên ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} 9x + 12y + 15z = 4800 \\ 22x + 24y + 28z = 9600 \\ 6x + 8y + 8z = 2880 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 140. \\ z = 160 \end{cases}$

Vậy số lượng áo thun, áo sơ mi, áo khoác cần sản xuất để nhà máy hoạt động hết công suất lần lượt là 80, 140, 160. □

**Bài 26**

Bà Hà có 1 tỉ đồng để đầu tư vào cổ phiếu, trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng. Cổ phiếu sinh lợi nhuận 12%/năm, trong khi trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng cho lãi suất lần lượt là 8%/năm và 4%/năm. Bà Hà đã quy định rằng số tiền gửi tiết kiệm ngân hàng phải bằng tổng của 20% số tiền đầu tư và cổ phiếu và 10% số tiền đầu tư vào trái phiếu. Bà Hà nên phân bổ vốn của mình như thế nào để nhận được 100 triệu đồng tiền lãi từ các khoản đầu tư đó trong năm đầu tiên?

**Lời giải.**

Gọi số tiền bà Hà nên đầu tư vào cổ phiếu, trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là  $x, y, z$  (triệu đồng).

Theo đề bài ta có:

Bà Hà có 1 tỉ đồng nên  $x + y + z = 1000$ .

Số tiền gửi tiết kiệm ngân hàng bằng tổng của 20% số tiền đầu tư và cổ phiếu và 10% số tiền đầu tư vào trái phiếu nên  $z = 20\%x + 10\%y$  hay  $2x + y - 10z = 0$ .

Số tiền lãi là 100 triệu đồng, suy ra  $12\%x + 8\%y + 4\%z = 100$  hay  $3x + 2y + z = 2500$ . Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 2x + y - 10z = 0 \\ 3x + 2y + z = 2500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 650 \\ y = 200 \\ z = 150 \end{cases}.$$

Vậy số tiền bà Hà nên đầu tư vào cổ phiếu, trái phiếu và gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là 650 triệu đồng, 200 triệu đồng, 150 triệu đồng. □

**Bài 27**

Trên thị trường có ba loại sản phẩm A, B, C với giá mỗi tấn sản phẩm tương ứng là  $x, y, z$  (đơn vị: triệu đồng,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ). Lượng cung và lượng cầu của mỗi sản phẩm được cho trong bảng dưới đây:

Sản phẩm	Lượng cung	Lượng cầu
A	$Q_{S_A} = 4x - y - z - 5$	$Q_{D_A} = -2x + y + z + 9$
B	$Q_{S_B} = -x + 4y - z - 5$	$Q_{D_B} = x - 2y + z + 3$
C	$Q_{S_C} = -x - y + 4z - 1$	$Q_{D_C} = x + y - 2z - 1$

Tìm giá của mỗi sản phẩm để thị trường cân bằng.

**Lời giải.**

Thị trường cân bằng khi 
$$\begin{cases} Q_{S_A} = Q_{D_A} \\ Q_{S_B} = Q_{D_B} \\ Q_{S_C} = Q_{D_C} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y - z - 5 = -2x + y + z + 9 \\ -x + 4y - z - 5 = x - 2y + z + 3 \\ -x - y + 4z - 1 = x + y - 2z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y - 2z = 14 \\ 2x - 6y + 2z = -8 \\ 2x + 2y - 6z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4,5 \\ y = 3,75 \\ z = 2,75 \end{cases}.$$

Vậy giá mỗi sản phẩm A, B, C để thị trường cân bằng lần lượt là 4,5 triệu đồng; 3,75 triệu đồng; 2,75 triệu đồng. □



## Bài 28

Vé vào xem một vở kịch có ba mức giá khác nhau tùy theo khu vực ngồi trong nhà hát. Số lượng vé bán ra và doanh thu của ba suất diễn được cho bởi bảng sau:

Suất diễn	Số vé bán được cái			Doanh thu (triệu đồng)
	Khu vực 1	Khu vực 2	Khu vực 3	
10h00-12h00	210	152	125	212,7
15h00-17h00	225	165	118	224,4
20h00-22h00	254	186	130	252,2

Tìm giá vé ứng với mỗi khu vực ngồi trong nhà hát.

**🗨️ Lời giải.**

Gọi giá vé ứng với mỗi khu vực 1, khu vực 2, khu vực 3 lần lượt là  $x, y, z$  (triệu đồng).

Dựa vào bảng trên ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 210x + 152y + 125z = 212,7 \\ 225x + 165y + 118z = 224,4 \\ 254x + 186y + 130z = 252,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,4 \\ y = 0,6 \\ z = 0,3 \end{cases}.$$

Vậy giá vé tương ứng với mỗi khu vực 1, khu vực 2, khu vực 3 lần lượt là 400 nghìn đồng, 600 nghìn đồng và 300 nghìn đồng.  $\square$

### §3. BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

#### A BÀI TẬP TỰ LUẬN

##### Bài 1

Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 3x - 2y - z = -4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ 3x + 2y - 5z = 5 \\ 7x + 4y - 17z = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 2y + 5z = 7 \\ 7x + 3y - 6z = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 7 \\ 9x + 8y - 3z = 1 \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$a) \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 3x - 2y - z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y = 4 \\ 4x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y = 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(x; y; z) = (1; 2; 3)$ .

$$b) \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 2y + 5z = 7 \\ 7x + 3y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 7x - 12y = 23 \\ 19x - 9y = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 7x - 12y = 23 \\ -55x = -79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{79}{55} \\ y = -\frac{178}{165} \\ z = \frac{32}{33} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(x; y; z) = \left(\frac{79}{55}; -\frac{178}{165}; \frac{32}{33}\right)$ .

$$c) \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ 3x + 2y - 5z = 5 \\ 7x + 4y - 17z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ -8x - 7y = -25 \\ -8x - 7y = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ y = \frac{25 - 8x_0}{7} \\ z = \frac{6x_0 + 18}{42} \end{cases} (x_0 \in \mathbb{R}).$$

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm dạng  $(x; y; z) = \left(x_0; \frac{25 - 8x_0}{7}; \frac{6x_0 + 18}{42}\right) (x_0 \in \mathbb{R})$ .

$$d) \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 7 \\ 9x + 8y - 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 24x + 25y = 61 \\ -48x - 50y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 24x + 25y = 61 \\ 0x + 0y = 133 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

□

##### Bài 2

Tìm các số thực  $A, B$  và  $C$  thỏa mãn  $\frac{1}{x^3 + 1} = \frac{A}{x + 1} + \frac{Bx + C}{x^2 - x + 1}$ .

**Lời giải.**



Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} &= \frac{A \cdot (x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \\ &= \frac{(A+B)x^2 + (-A+B+C)x + A+C}{x^3+1}. \end{aligned}$$

Vì  $\frac{1}{x^3+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1}$  nên ta suy ra

$$\begin{cases} A+B=0 \\ -A+B+C=0 \\ A+C=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=\frac{1}{3} \\ B=-\frac{1}{3} \\ C=\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Vậy  $A = \frac{1}{3}, B = -\frac{1}{3}$  và  $C = \frac{2}{3}$ . □

### Bài 3

Tìm parabol  $y = ax^2 + bx + c$  trong mỗi trường hợp sau:

- Parabol đi qua ba điểm  $A(2; -1), B(4; 3)$  và  $C(-1; 8)$ .
- Parabol nhận đường thẳng  $x = \frac{5}{2}$  làm trục đối xứng và đi qua hai điểm  $M(1; 0), N(5; -4)$ .

 **Lời giải.**

- a) Parabol đi qua ba điểm  $A(2; -1), B(4; 3)$  và  $C(-1; 8)$  nên ta có hệ: 
$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ 16a + 4b + c = 3 \\ a - b + c = 8 \end{cases}.$$

Giải hệ trên ta được  $a = 1, b = -4, c = 3$ .  
 Vậy parabol cần tìm là  $y = x^2 - 4x + 3$ .

- b) Parabol nhận đường thẳng  $x = \frac{5}{2}$  làm trục đối xứng và đi qua hai điểm  $M(1; 0), N(5; -4)$  nên

ta có hệ: 
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} \\ a + b + c = 0 \\ 25a + 5b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + b = 0 \\ a + b + c = 0 \\ 25a + 5b + c = -4 \end{cases}.$$

Giải hệ trên ta được  $a = -1, b = 5$  và  $c = -4$ .  
 Vậy parabol cần tìm là  $y = -x^2 + 5x - 4$ . □

### Bài 4

Trong mặt phẳng tọa độ, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm  $A(0; 1), B(2; 3)$  và  $C(4; 1)$ .

 **Lời giải.**

Phương trình đường tròn có dạng:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ .  
 Đường tròn đi qua ba điểm  $A(0; 1), B(2; 3)$  và  $C(4; 1)$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 0^2 + 1^2 - 2.0.a - 2.1.b + c = 0 \\ 2^2 + 3^2 - 2.2.a - 2.3.b + c = 0 \\ 4^2 + 1^2 - 2.4.a - 2.1.b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + c = -1 \\ -4a - 6b + c = -13 \\ -8a - 2b + c = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ . □

### Bài 5

Một đoàn xe chở 225 tấn gạo tiếp tế cho đồng bào vùng bị lũ lụt. Đoàn xe có 36 chiếc gồm 3 loại: xe chở 5 tấn, xe chở 7 tấn và xe chở 10 tấn. Biết rằng tổng số hai loại xe chở 5 tấn và 7 tấn nhiều gấp ba lần số xe chở 10 tấn. Hỏi mỗi loại xe có bao nhiêu chiếc?

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số xe chở 5 tấn, xe chở 7 tấn và xe chở 10 tấn ( $x, y, z \in \mathbb{N}; 0 < x, y, z < 36$ ).

Theo đề ra ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ x + y = 3z \\ 5x + 7y + 10z = 255 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:  $x = 12, y = 15, z = 9$ .

Vậy đoàn xe có 12 xe loại 5 tấn, 15 xe loại 7 tấn và 9 xe loại 10 tấn. □

### Bài 6

Bác An là chủ cửa hàng kinh doanh cà phê cho những người sành cà phê. Bác có ba loại cà phê nổi tiếng của Việt Nam: Arabica, Robusta và Moka với giá bán lần lượt là 302 nghìn đồng/kg, 280 nghìn đồng/kg và 260 nghìn đồng/kg. Bác muốn trộn ba loại cà phê này để được một hỗn hợp cà phê, sau đó đóng thành các gói 1kg, bán với giá 300 nghìn đồng/kg và lượng cà phê Moka gấp đôi lượng cà phê Robusta trong mỗi gói. Hỏi bác cần trộn ba loại cà phê theo tỉ lệ nào?

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là tỉ lệ pha trộn cà phê Arabica, Robusta và Moka ( $0 \leq x, y, z \leq 1$ ).

Theo đề ra ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ z = 2y \\ 320x + 280y + 260z = 300 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:  $x = \frac{5}{8}, y = \frac{1}{8}, z = \frac{2}{8}$ .

Vậy tỉ lệ pha trộn cà phê Arabica, Robusta và Moka lần lượt là  $\frac{5}{8}, \frac{1}{8}$  và  $\frac{2}{8}$ . □

### Bài 7

Bác Việt có 12 ha đất canh tác để trồng ba loại cây: ngô, khoai tây và đậu tương. Chi phí trồng 1 ha ngô là 4 triệu đồng, 1 ha khoai tây là 3 triệu đồng và 1 ha đậu tương là 4,5 triệu đồng. Do nhu cầu thị trường, bác đã trồng khoai tây trên phần diện tích gấp đôi diện tích trồng ngô. Tổng chi phí trồng 3 loại cây trên là 45,25 triệu đồng. Hỏi diện tích trồng mỗi loại cây là bao nhiêu?

#### 🗨️ Lời giải.

Gọi diện tích trồng ngô, khoai tây, đậu tương lần lượt là  $x, y, z$  (ha).

Điều kiện  $0 < x < 12, 0 < y < 12, 0 < z < 12$ .

Từ dữ kiện bài toán ta lập được hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ y = 2x \\ 4x + 3y + 4,5z = 45,25 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta có 
$$\begin{cases} x = 2,5 \\ y = 5 \\ z = 4,5 \end{cases}.$$

Vậy diện tích trồng ngô, khoai tây, đậu tương của bác Việt lần lượt là: 2,5(ha), 5(ha), 4,5(ha). □

### Bài 8

Cân bằng phương trình phản ứng hóa học sau  $FeS_2 + O_2 \rightarrow Fe_2O_3 + SO_2$

#### Lời giải.

Gọi  $x, y, z, t$  là hệ số cân bằng lần lượt đứng trước  $FeS_2, O_2, Fe_2O_3, SO_2$ .

Khi đó phương trình phản ứng có dạng  $xFeS_2 + yO_2 \rightarrow zFe_2O_3 + tSO_2$ .

Vì số nguyên tử của  $Fe, S, O$  trước và sau phản ứng bằng nhau nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 2z \\ 2x = t \\ 2y = 3z + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2}x \\ t = 2x \\ y = \frac{11}{4}x \end{cases}$$

Chọn  $x = 4$  ta có  $y = 11, z = 2, t = 8$ .

Suy ra ta cân bằng phương trình hóa học như sau  $4FeS_2 + 11O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3 + 8SO_2$ . □

### Bài 9

Bạn Mai có ba lọ dung dịch chứa một loại acid. Dung dịch A chứa 10%, dung dịch B chứa 30% và dung dịch C chứa 50%. Bạn Mai lấy từ mỗi lọ dung dịch và hòa với nhau để có 50g hỗn hợp chứa 32% acid này và lượng dung dịch loại C lấy nhiều gấp đôi dung dịch loại A. Tính lượng dung dịch mỗi loại bạn Mai đã lấy.

#### Lời giải.

Gọi lượng dung dịch loại A, B, C mà Mai đã lần lượt lấy ra là  $x, y, z$  ( $0 < x, y, z < 50$ ). Theo bài ra

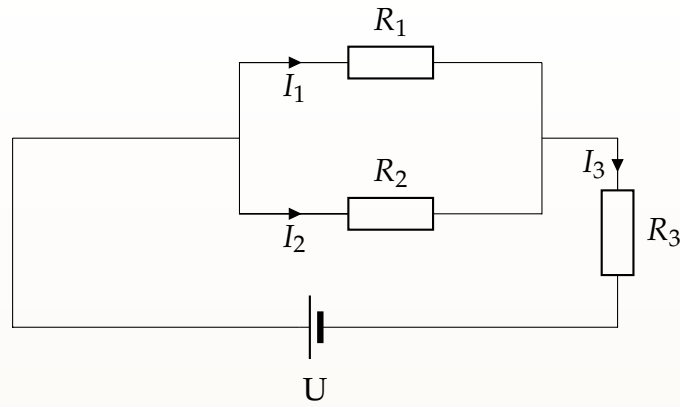
ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ z = 2x \\ \frac{1}{10}x + \frac{3}{10}y + \frac{5}{10}z = \frac{32}{100} \cdot 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 50 \\ z = 2x \\ \frac{1}{10}x + \frac{3}{10}y + \frac{5}{10}z = 16 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta có 
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 35 \\ z = 10 \end{cases}.$$

Vậy dung dịch loại A, B, C mà Mai đã lần lượt lấy ra là: 5(g), 35(g), 10(g). □

### Bài 10

Cho đoạn mạch như hình vẽ



Biết  $R_1 = 36\Omega$ ,  $R_2 = 45\Omega$ ,  $I_3 = 1,5A$  là cường độ dòng điện trong mạch chính và hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch  $U = 60V$  Gọi  $I_1, I_2$  là cường độ dòng điện mạch rẽ. Tính  $I_1, I_2$  và  $R_3$ .

**Lời giải.**

Gọi  $U_1, U_2, U_3, U_{12}$  lần lượt là hiệu điện thế giữa hai đầu  $R_1, R_2, R_3$  và đoạn mạch mắc song song.

Khi đó từ sơ đồ mạch điện ta có:  $\begin{cases} U_1 = U_2 = U_{12} \quad (*) \\ U_{12} + U_3 = 60 \end{cases}$

Vì  $R_1, R_2$  mắc song song nên  $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36 \cdot 45}{36 + 45} = 20$ .

Mặt khác  $I_{12} = I_3 = 1,5$  (mắc nối tiếp), suy ra  $U_{12} = I_{12} \cdot R_{12} = 1,5 \cdot 20 = 30$ .

Theo (\*) ta suy ra  $\begin{cases} U_1 = U_2 = U_{12} = 30 \\ U_3 = 60 - U_{12} = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6} \\ I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3} \\ R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{30}{1,5} = 20 \end{cases}$

Vậy  $\begin{cases} I_1 = \frac{5}{6} (A) \\ I_2 = \frac{2}{3} (A) \\ R_3 = 20 (\Omega) \end{cases}$



**Bài 11**

Giải bài toán dân gian sau

Em đi chợ phiên  
 Anh gửi một tiền  
 Cam, thanh yên, quýt  
 Không nhiều thì ít  
 Mua đủ một trăm  
 Cam ba đồng một  
 Quýt một đồng năm  
 Thanh yên tươi tốt  
 Năm đồng một trái

Hỏi mỗi thứ mua bao nhiêu trái, biết một tiền bằng 60 đồng?



**Lời giải.**

Gọi số cam, quýt, thanh yên lần lượt là:  $x, y, z$  (quả), ( $x, y, z \in \mathbb{N}^*, x, y, z < 100$ ).

Theo đề bài ta lập được hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 100 & (1) \\ 3x + \frac{1}{5}y + 5z = 60 & (2) \end{cases}$$

Từ (1), (2) suy ra:  $7x + 12z = 100 \Leftrightarrow 7(x - 16) = -12(z + 1)$ .

Vì vậy  $\begin{cases} x - 16 = -12k \\ z + 1 = 7k \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12k + 16 \\ z = 7k - 1 \end{cases}$ .

Để  $x, z$  nguyên dương thì  $k = 1$  từ đó tìm được  $x = 4, y = 90, z = 6$ .

Vậy có 4 quả cam, 90 quả quýt và 6 quả thanh yên. □

**B BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1**

Trong các hệ phương trình sau, hệ nào là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số  $(-1; 0; 1), (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -1)$  có là nghiệm của các hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

a)  $\begin{cases} 2x - y + z = -1 \\ -x + 2y = 1 \\ 3y - 2z = -2 \end{cases}$  ;      b)  $\begin{cases} 4x - 2y + z = 2 \\ 8x + 3z = 1 \\ -6y + 2z = 1 \end{cases}$  ;      c)  $\begin{cases} 3x - 2y + zx = 2 \\ xy - y + 2z = 1 \\ x + 2y - 3yz = -2 \end{cases}$ .

**Lời giải.**

a) và b) là các hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì các phương trình trong hệ phương trình a) và b) đều có dạng  $ax + by + cz = d$  trong đó  $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ .

c) không phải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì chứa ẩn  $zx, xy, yz$ .

◦ Bộ ba số  $(-1; 0; 1)$  là nghiệm của hệ a) vì khi thay bộ số này vào từng phương trình của a) thì chúng đều có nghiệm đúng.

Thật vậy,  $2 \cdot (-1) - 0 + 1 = -1, -(-1) + 2 \cdot 0 = 1, 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = -2$ .

◦ Bộ ba số  $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -1)$  không là nghiệm của hệ a) vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được  $2 \cdot \frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) + (-1) = -1$ , đây là đẳng thức sai.

◦ Bộ ba số  $(-1; 0; 1)$  không là nghiệm của hệ b) vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được  $4 \cdot (-1) - 2 \cdot 0 + 1 = 2$ , đây là đẳng thức sai.

◦ Bộ ba số  $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -1)$  là nghiệm của hệ b) vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng.

Thật vậy,  $4 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + (-1) = 2, 8 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot (-1) = 1, -6 \cdot (-\frac{1}{2}) + 2 \cdot (-1) = 1$ . □

**Bài 2**

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a)  $\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ -y + z = 2 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$  ;      b)  $\begin{cases} 3x - 2y - 4z = 3 \\ 4x + 6y - z = 17 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$  ;      c)  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - y - z = 4 \\ x + 5y + 5z = -1 \end{cases}$ .

**Lời giải.**

$$a) \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ -y + z = 2 \\ y + 2z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ -y + z = 2 \\ 3z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ -y + 1 = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \cdot (-1) + 1 = 3 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là  $(0; -1; 1)$ .

$$b) \begin{cases} 3x - 2y - 4z = 3 \\ 4x + 6y - z = 17 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 4z = 3 \\ -13x - 26y = -65 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 4z = 3 \\ x + 2y = 5 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 4z = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai ta có  $x = -2y + 5$ , thay vào phương trình thứ nhất ta được  $z = -2y + 3$ .

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm dạng  $(-2y + 5; y; -2y + 3)$ .

$$c) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - y - z = 4 \\ x + 5y + 5z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 4y + 4z = -1 \\ x + 5y + 5z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 4y + 4z = -1 \\ -4y - 4z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 4y + 4z = -1 \\ 0y + 0z = 1 \end{cases}$$

Vì phương trình thứ ba của hệ vô nghiệm nên hệ đã cho vô nghiệm. □

### Bài 3

Tìm phương trình của parabol  $(P) : y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ , biết:

- Parabol  $(P)$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x = -2; x = 1$  và đi qua điểm  $M(-1; 3)$ ;
- Parabol  $(P)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ  $y = -2$  và hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $-4$  tại  $x = 2$ .

#### 🗨️ Lời giải.

a)  $(P)$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x = -2; x = 1$  nên ta có hệ hai phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = 0 \\ 0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \quad (1) \\ a + b + c = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$(P)$  đi qua điểm  $M(-1; 3)$  nên  $3 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \Leftrightarrow a - b + c = 3 \quad (3)$ .

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ a - b + c = 3 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = 3$ .

Vậy phương trình của  $(P)$  là  $y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$ .

b)  $(P)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ  $= -2$  nên  $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -2$  hay  $c = -2 \quad (1)$ .  
Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $-4$  tại  $x = 2$  nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \quad (2) \\ 4a + 2b + c = -4 \quad (3) \end{cases}$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} c = -2 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -4 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $a = \frac{1}{2}, b = -2, c = -2$ .

Vậy phương trình của (P) là  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$ . □

#### Bài 4

Một viên lam ngọc và hai viên hoàng ngọc trị giá gấp 3 lần một viên ngọc bích. Còn bảy viên lam ngọc và một viên hoàng ngọc trị giá gấp 8 lần một viên ngọc bích. Biết giá tiền của bộ ba viên ngọc này là 270 triệu đồng. Tính giá tiền mỗi viên ngọc.

#### Lời giải.

Gọi giá tiền mỗi viên lam ngọc, hoàng ngọc, ngọc bích lần lượt là  $x, y, z$  (triệu đồng).

Điều kiện:  $0 < x, y, z < 270$ .

Theo đề bài ta có:

◦ Một viên lam ngọc và hai viên hoàng ngọc trị giá gấp 3 lần một viên ngọc bích, suy ra  $x + 2y = 3z$  hay  $x + 2y - 3z = 0$  (1).

◦ Bảy viên lam ngọc và một viên hoàng ngọc trị giá gấp 8 lần một viên ngọc bích, suy ra  $7x + y = 8z$  hay  $7x + y - 8z = 0$  (2).

◦ Giá tiền của bộ ba viên ngọc là 270 triệu đồng, suy ra  $x + y + z = 270$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 7x + y - 8z = 0. \\ x + y + z = 270 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $x = 90, y = 90, z = 90$ .

Vậy giá tiền mỗi viên ngọc đều là 90 triệu đồng. □

#### Bài 5

Bốn ngư dân góp vốn mua chung một chiếc thuyền. Số tiền người đầu tiên đóng góp bằng một nửa tổng số tiền của những người còn lại. Người thứ hai đóng góp bằng  $\frac{1}{3}$  tổng số tiền của những người còn lại. Người thứ ba đóng góp bằng  $\frac{1}{4}$  tổng số tiền của những người còn lại. Người thứ tư đóng góp 130 triệu đồng. Chiếc thuyền này được mua giá bao nhiêu?

#### Lời giải.

Gọi số tiền người thứ nhất, người thứ hai, người thứ ba đóng góp lần lượt là  $x, y, z$  (triệu đồng).

Điều kiện:  $x, y, z > 0$ .

Theo đề bài ta có:

◦ Số tiền người đầu tiên đóng góp bằng một nửa tổng số tiền của những người còn lại, suy ra  $x = \frac{1}{2}(y + z + 130)$  hay  $2x - y - z = 130$  (1).

◦ Người thứ hai đóng góp bằng  $\frac{1}{3}$  tổng số tiền của những người còn lại, suy ra  $y = \frac{1}{3}(x + z + 130)$  hay  $-x + 3y - z = 130$  (2).

◦ Người thứ ba đóng góp bằng  $\frac{1}{4}$  tổng số tiền của những người còn lại, suy ra  $z = \frac{1}{4}(x + y + 130)$  hay  $-x - y + 4z = 130$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y - z = 130 \\ -x + 3y - z = 130. \\ -x - y + 4z = 130 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $x = 200, y = 150, z = 120$ .

Suy ra tổng số tiền là  $200 + 150 + 120 + 130 = 600$  (triệu đồng).

Vậy chiếc thuyền này được mua với giá 600 triệu đồng. □

**Bài 6**

Một quỹ đầu tư dự kiến dành khoản tiền 1,2 tỉ đồng để đầu tư vào cổ phiếu. Để thấy được mức độ rủi ro, các cổ phiếu được phân thành ba loại: rủi ro cao, rủi ro trung bình và rủi ro thấp. Ban Giám đốc của quỹ ước tính các cổ phiếu rủi ro cao, rủi ro trung bình và rủi ro thấp sẽ có lợi nhuận hằng năm lần lượt là 15%, 10% và 6%. Nếu đặt ra mục tiêu đầu tư có lợi nhuận trung bình là 9% /năm trên tổng số vốn đầu tư, thì quỹ nên đầu tư bao nhiêu tiền vào mỗi loại cổ phiếu? Biết rằng, để an toàn, khoản đầu tư vào các cổ phiếu rủi ro thấp sẽ gấp đôi tổng các khoản đầu tư vào các cổ phiếu thuộc hai loại còn lại.

**Lời giải.**

Gọi số tiền nên đầu tư vào mỗi loại cổ phiếu rủi ro cao, rủi ro trung bình và rủi ro thấp lần lượt là  $x, y, z$  (tỉ đồng).

Điều kiện:  $0 \leq x, y, z \leq 1,2$ .

Theo đề bài ta có:

- Tổng số tiền đầu tư là 1,2 tỉ đồng, suy ra  $x + y + z = 1,2$  (1).
- Mục tiêu đầu tư có lợi nhuận trung bình là 9% /năm trên tổng số vốn đầu tư, suy ra  $15\%x + 10\%y + 6\%z = 9\% \cdot 1,2$  hay  $15x + 10y + 6z = 10,8$  (2).
- Khoản đầu tư vào các cổ phiếu rủi ro thấp sẽ gấp đôi tổng các khoản đầu tư vào các cổ phiếu thuộc hai loại còn lại, suy ra  $z = 2(x + y)$  hay  $2x + 2y - z = 0$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + z = 1,2 \\ 15x + 10y + 6z = 10,8 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được  $x = 0,4, y = 0, z = 0,8$ .

Vậy số tiền nên đầu tư vào mỗi loại cổ phiếu rủi ro cao, rủi ro trung bình và rủi ro thấp lần lượt là 0,4 tỉ đồng, 0 đồng, 0,8 tỉ đồng. □

**Bài 7**

Ba loại tế bào  $A, B, C$  thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 5 và tổng số tế bào con tạo ra là 216. Biết rằng khi chưa thực hiện nguyên phân, số tế bào loại  $C$  bằng trung bình cộng số tế bào loại  $A$  và loại  $B$ . Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại  $A$  và loại  $B$  được tạo ra ít hơn số tế bào con loại  $C$  được tạo ra là 40. Tính số tế bào con mỗi loại lúc ban đầu.

**Lời giải.**

Gọi số tế bào con ban đầu mỗi loại  $A, B, C$  lần lượt là  $x, y, z$ .

Điều kiện:  $x, y, z \in \mathbb{Z}^+, 0 < x, y, z < 216$ .

Theo đề bài ta có:

- Ba loại tế bào  $A, B, C$  thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 5, suy ra số tế bào con mỗi loại  $A, B, C$  lần lượt là  $2^3x, 2^4y, 2^5z$  hay  $8x, 16y, 32z$ .
- Tổng số tế bào con tạo ra là 216, suy ra  $8x + 16y + 32z = 216$  hay  $x + 2y + 4z = 27$  (1).
- Khi chưa thực hiện nguyên phân, số tế bào loại  $C$  bằng trung bình cộng số tế bào loại  $A$  và loại  $B$ , suy ra  $z = \frac{1}{2}(x + y)$  hay  $x + y - 2z = 0$  (2).
- Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại  $A$  và loại  $B$  được tạo ra ít hơn số tế bào con loại  $C$  được tạo ra là 40, suy ra  $8x + 16y = 32z - 40$  hay  $x + 2y - 4z = -5$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 27 \\ x + y - 2z = 0 \\ x + 2y - 4z = -5 \end{cases}$$

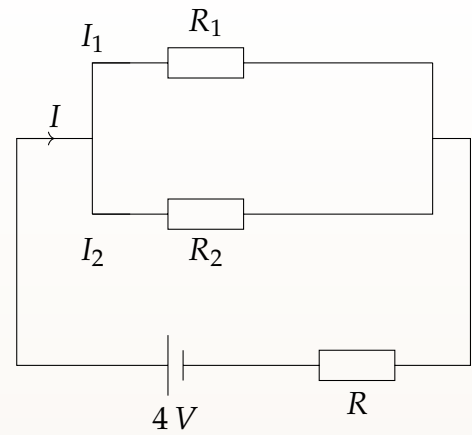
Giải hệ này ta được  $x = 5, y = 3, z = 4$ .

Vậy số tế bào con ban đầu mỗi loại  $A, B, C$  lần lượt là 5, 3 và 4. □



**Bài 8**

Cho sơ đồ mạch điện như Hình 1. Biết rằng  $R = R_1 = R_2 = 5\Omega$ . Hãy tính các cường độ dòng điện  $I$ ,  $I_1$  và  $I_2$ .



**Lời giải.**

Điều kiện:  $I, I_1, I_2 > 0$ .

Tổng cường độ dòng điện ra vào vào tại điểm B bằng nhau nên ta có  $I = I_1 + I_2$  (1).

Hiệu điện thế giữa hai điểm A và C được tính bởi:  $U_{AC} = IR + I_1R_1 = 5I + 5I_1$ , suy ra  $5I + 5I_1 = 4$  (2).

Hiệu điện thế giữa hai điểm B và C được tính bởi:  $U_{BC} = I_1R_1 = I_2R_2$ , suy ra  $5I_1 = 5I_2$  hay  $I_1 = I_2$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} I - I_1 - I_2 = 0 \\ 5I + 5I_1 = 4 \\ I_1 - I_2 = 0 \end{cases} .$$

Giải hệ này ta được  $I = \frac{8}{15}$ ,  $I_1 = \frac{4}{15}$ ,  $I_2 = \frac{4}{15}$ . □

**Bài 9**

Cho A, B và C là ba dung dịch cùng loại acid có nồng độ khác nhau. Biết rằng nếu trộn ba dung dịch mỗi loại 100 ml thì được dung dịch nồng độ 0,4 M (mol/lít); nếu trộn 100 ml dung dịch A với 200 ml dung dịch B thì được dung dịch nồng độ 0,6 M; nếu trộn 100 ml dung dịch B với 200 ml dung dịch C thì được dung dịch nồng độ 0,3 M. Mỗi dung dịch A, B và C có nồng độ bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi nồng độ của mỗi dung dịch A, B, C lần lượt là  $x, y, z$  (M).

Điều kiện:  $x, y, z > 0$ .

Theo đề bài ta có:

○ Nếu trộn ba dung dịch mỗi loại 100 ml thì được dung dịch nồng độ 0,4 M, suy ra  $\frac{0,1x + 0,1y + 0,1z}{0,1 + 0,1 + 0,1} =$

0,4 hay  $x + y + z = 1,2$  (1).

○ Nếu trộn 100 ml dung dịch A với 200 ml dung dịch B thì được dung dịch nồng độ 0,6 M, suy ra  $\frac{0,1x + 0,2y}{0,1 + 0,2} = 0,6$  hay  $x + 2y = 1,8$  (2).

○ Nếu trộn 100 ml dung dịch B với 200 ml dung dịch C thì được dung dịch nồng độ 0,3 M, suy ra  $\frac{0,1y + 0,2z}{0,1 + 0,2} = 0,3$  hay  $y + 2z = 0,9$  (3).

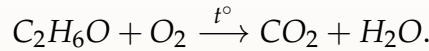
Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + z = 1,2 \\ x + 2y = 1,8 \\ y + 2z = 0,9 \end{cases} .$$

Giải hệ này ta được  $x = 0,4, y = 0,7, z = 0,1$ .

Vậy nồng độ của mỗi dung dịch  $A, B, C$  lần lượt là  $0,4 M; 0,7 M; 0,1 M$ . □

**Bài 10**

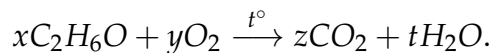
Xăng sinh học E5 là hỗn hợp xăng không chì truyền thống và cồn sinh học (bio – ethanol). Trong loại xăng này chứa 5% cồn sinh học. Khi động cơ đốt cháy lượng cồn trên thì xảy ra phản ứng hoá học



Cân bằng phương trình hoá học trên.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y, z, t$  lần lượt là bốn hệ số nguyên dương thoả mãn cân bằng phương trình phản ứng hoá học:



Điều kiện:  $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ .

Số nguyên tử C ở hai vế bằng nhau, ta có  $2x = z$  (1).

Số nguyên tử H ở hai vế bằng nhau, ta có  $6x = 2t$  hay  $3x = t$  (2).

Số nguyên tử O ở hai vế bằng nhau, ta có  $x + 2y = 2z + t$  (3).

Thay (1) và (2) vào (3) ta được  $x + 2y = 2 \cdot 2x + 3x$  hay  $y = 3x$ .

Vậy  $y = 3x, z = 2x, t = 3x$ .

Để phương trình có hệ số đơn giản, ta chọn  $x = 1$ , khi đó  $y = 3, z = 2, t = 3$ .

Vậy phương trình cân bằng phản ứng hóa học là  $C_2H_6O + 3O_2 \xrightarrow{t^\circ} 2CO_2 + 3H_2O$ . □

**Bài 11**

Trên thị trường hàng hoá có ba loại sản phẩm  $A, B, C$  với giá mỗi tấn tương ứng là  $x, y, z$  (đơn vị: triệu đồng,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ). Lượng cung và lượng cầu của mỗi sản phẩm được cho trong bảng dưới đây:

Sản phẩm	Lượng cung	Lượng cầu
A	$Q_{S_A} = -60 + 4x - 2z$	$Q_{D_A} = 137 - 3x + y$
B	$Q_{S_B} = -30 - x + 5y - z$	$Q_{D_B} = 131 + x - 4y + z$
C	$Q_{S_C} = -30 - 2x + 3z$	$Q_{D_C} = 157 + y - 2z$

Tìm giá của mỗi sản phẩm để thị trường cân bằng.

**Lời giải.**

Thị trường cân bằng khi  $\begin{cases} Q_{S_A} = Q_{D_A} \\ Q_{S_B} = Q_{D_B} \\ Q_{S_C} = Q_{D_C} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -60 + 4x - 2z = 137 - 3x + y \\ -30 - x + 5y - z = 131 + x - 4y + z \\ -30 - 2x + 3z = 157 + y - 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - y - 2z = 197 \\ 2x - 9y + 2z = -161 \\ 2x + y - 5z = -187 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 54 \\ y = 45 \\ z = 68 \end{cases}$$

Vậy giá mỗi sản phẩm  $A, B, C$  lần lượt là 54, 45 và 68 triệu đồng. □

**Bài 12**

Giải bài toán cổ sau:

*Trăm trâu, trăm cỏ*

Trâu đứng ăn năm  
Trâu nằm ăn ba  
Lụ khụ trâu già  
Ba con một bó

Hỏi có bao nhiêu con trâu đứng, trâu nằm, trâu già?

**Lời giải.**

Gọi số trâu đứng, trâu nằm, trâu già lần lượt là  $x, y, z$  ( $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ ).

Theo đề bài ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \end{cases} (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 100 - z \\ 15x + 9y = 300 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-300 + 4z}{3} \\ y = \frac{600 - 7z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4z}{3} - 100 \\ y = 200 - \frac{7z}{3} \end{cases}$$

Vì  $x > 0$  nên  $\frac{4z}{3} - 100 > 0 \Rightarrow z > 75$ .

Vì  $y > 0$  nên  $200 - \frac{7z}{3} > 0 \Rightarrow z < 85$ .

Mà  $z \in \mathbb{Z}^+$  nên  $z \in \{76; 77; \dots; 84\}$ .

Lại có  $x \in \mathbb{Z}^+$  nên  $\frac{4z}{3} - 100 \in \mathbb{Z}^+$ , suy ra  $z:3 \Rightarrow z \in \{78; 81; 84\}$ .

○ Với  $z = 78$  thì  $x = 4, y = 18$ .

○ Với  $z = 81$  thì  $x = 8, y = 11$ .

○ Với  $z = 84$  thì  $x = 12, y = 4$ .

Vậy số trâu đứng, trâu nằm, trâu già theo thứ tự có thể là một trong ba bộ số  $(4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84)$ . □

**C BÀI TẬP NÂNG CAO**

**Bài 1**

Trong phân tử  $M_2X$  có tổng số hạt  $p, n, e$  là 140, trong đó số hạt mang điện nhiều hơn số hạt không mang điện là 44 hạt. Số khối của  $M$  lớn hơn số khối của  $X$  là 23. Tổng số hạt  $p, n, e$  trong nguyên tử  $M$  nhiều hơn trong nguyên tử  $X$  là 34 hạt. Công thức phân tử của  $M_2X$  là

**Lời giải.**

Gọi số hạt  $p, n, e$  của nguyên tử  $M$  và  $X$  lần lượt là  $p_M, n_M, e_M; p_X, n_X, e_X$ .

Trong phân tử  $M_2X$  có tổng số hạt  $p, n, e$  là 140 nên ta có phương trình

$$2(p_M + n_M + e_M) + (p_X + n_X + e_X) = 140$$

$$\Leftrightarrow 2(2p_M + n_M) + (2p_X + n_X) = 140 \Leftrightarrow 4p_M + 2n_M + 2p_X + n_X = 140 \quad (1)$$

Số hạt mang điện nhiều hơn số hạt không mang điện là 44 hạt nên ta có phương trình

$$4p_M - 2n_M + 2p_X - n_X = 44 \quad (2)$$

Số khối của  $M$  lớn hơn số khối của  $X$  là 23 nên ta có phương trình

$$(p_M + n_M) - (p_X + n_X) = 23 \Leftrightarrow p_M + n_M - p_X - n_X = 23 \quad (3)$$

Tổng số hạt  $p, n, e$  trong nguyên tử  $M$  nhiều hơn trong nguyên tử  $X$  là 34 hạt nên ta có phương trình

$$(2p_M + n_M) - (2p_X + n_X) = 34 \Leftrightarrow 2p_M + n_M - 2p_X - n_X = 34 \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4p_M + 2n_M + 2p_X + n_X = 140 \\ 4p_M - 2n_M + 2p_X - n_X = 44 \\ p_M + n_M - p_X - n_X = 23 \\ 2p_M + n_M - 2p_X - n_X = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4p_M + 2n_M + 2p_X + n_X = 140 \\ 8p_M + 4p_X = 184 \\ 5p_M + 3n_M + p_X = 163 \\ 6p_M + 3n_M = 174 \end{cases}$$

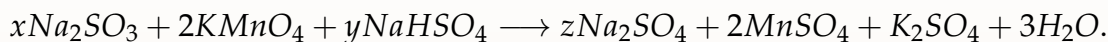
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4p_M + 2n_M + 2p_X + n_X = 140 \\ p_M = 13 \\ n_M = 20 \\ p_X = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_M = 13 \\ n_M = 20 \\ p_X = 8 \\ n_X = 8 \end{cases}$$

Khi đó  $M$  là  $K$ ,  $X$  là  $O$ .

Vậy công thức phân tử của  $M_2X$  là  $K_2O$ . □

### Bài 2

Tìm các hệ số  $x, y, z$  để cân bằng phương trình sau:



#### 🗨️ Lời giải.

Số nguyên tử  $Na$  ở hai vế bằng nhau, ta có  $2x + y = 2z$  hay  $2x + y - 2z = 0$  (1).

Số nguyên tử  $S$  ở hai vế bằng nhau, ta có  $x + y = z + 3$  hay  $x + y - z = 3$  (2).

Số nguyên tử  $O$  ở hai vế bằng nhau, ta có  $3x + 4y + 8 = 4z + 15$  hay  $3x + 4y - 4z = 7$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y - z = 3 \\ 3x + 4y - 4z = 7 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $x = 5, y = 6, z = 8$ .

Vậy phương trình cân bằng phản ứng hóa học là  $5Na_2SO_3 + 2KMnO_4 + 6NaHSO_4 \longrightarrow 8Na_2SO_4 + 2MnSO_4 + K_2SO_4 + 3H_2O$ . □